大温度増分・増分反復全ひずみ法の解析性能*

—高速熱弾塑性解析法の開発（第2報）—

中長 啓治**, 近藤 秀雄***, 荒木 義晴****

Utility of Step Iterative Total Strain Method with Large Increment of Temperature*

—Development of Effective and Accurate Method of Thermal Elastic-Plastic Analysis for Shortening of Computation Time (2nd Report)—

by NAKACHO Keiji**, KONDO Hideo***, and ARAKI Yoshiharu****

The thermal elastic-plastic analysis for the welding transient and residual stresses and deformations needs the huge computation time to obtain the accurate results. In this study, a new method, a step iterative total strain method, was developed to shorten the computation time largely, keeping high accuracy. The theory can take account of not only the temperature-dependencies of the mechanical properties, as usual thermal elastic-plastic theory, but also the change from elastic state to elastic-plastic state in one large temperature increment. Based on the theory (the thermal elastic-plastic constitutive equation), the equilibrium equation (the stiffness equation) was developed in the finite element method (FEM). New FEM program for thermal elastic-plastic analysis was developed, based on the above theory. A simple important problem of thermal elastic-plastic behavior was analyzed to verify the capability (accuracy) of the new method. In this report, some complex typical welding problems were analyzed. The residual stresses and deformations were compared with the accurate results obtained by the usual incremental method with very small temperature increments. As a result, it was confirmed that the computation time is very largely shortened, compared with the usual incremental method, keeping the high accuracy.

Key Words: Thermal elastic-plastic analysis, Shortening of computation time, Step iterative total strain method, Finite element method, Welding stresses and deformations

1. 緒 言

溶接過渡及び残留応力・変形の理論解析は複雑な多くの因子が関与する履歴依存性を有する高度な非線形問題である。通常、その熱弾塑性解析は溶接に伴う温度変化を小さな増分に分け、連続的に解析していく増分法に基づいている¹⁻⁵⁾。この為、コンピュータによるシミュレーション解析には、現在の高性能なコンピュータを駆使しても精度の高い解を得るには非常に長時間の計算時間を必要とする。本研究は、新しい解析理論を開発し、従来の解析方法に比べ、高精度を保持した上で計算時間の大幅な短縮化を図るものである。

これにより、特に長時間の計算時間を要する問題、例えば、未知数あるいは増分数が非常に多い大規模な溶接残留応力・変形の解析、あるいは、最適溶接条件を決定するた

めに諸条件を変化させたシリーズ解析、等が容易になる（新しい解析法の有用性が顕著に現れる）ものと期待される。又、解析理論及び解析方法の改善であるので、今後、コンピュータの性能が更に向上しても、常に、従来の理論及び方法よりも短時間でシミュレーション解析が可能である優位性を有し続けることになる。

本研究では、上記目的を達成するために、新しい解析理論として、大温度増分に対して高精度な構成方程式を有する増分反復全ひずみ法を開発した。第1報では、その解析理論及び解析法について詳細に説明した。又、本解析法の基本的な性能を検証するため、基本的な熱応力問題を解析し、大きな温度増分でも精度の高い解が得られることを示した。本報では、複雑な熱弾塑性問題として溶接問題を解析し、本解析法の精度と計算時間短縮化への有効性を実証する。

2. 大規模溶接問題の熱弾塑性解析

第1報では、本研究で開発した大温度増分・増分反復全ひずみ法の基本的性能を検証するため、基本的熱応力問題を解析し、通常の数十倍の大温度増分でも高精度な解が得られることを証明した。そこで、本報では、複雑な熱弾塑性問題として、溶接残留応力・変形問題を取り上げ、複雑な現象への新解析法の適応性、及び、要素数（直接的には未知数）が非常に多い大規模な問題への適応性を調べる。

*受付日 平成18年2月27日 受理日 平成18年7月3日 平成16年度春季全国大会で発表

**正 員 大阪大学接合科学研究所 Member, Joining and Welding Research Institute, Osaka University

*** 大阪大学大学院工学研究科（現在トヨタ自動車(株) Graduate school of Engineering, Osaka University (Present Address: Toyota Motor Corporation)

**** 大阪大学大学院工学研究科（現在(株)日本総合研究所） Graduate school of Engineering, Osaka University (Present Address: The Japan Research Institute, Limited)

代表的な溶接力学問題の一つである、Fig. 1 に示す y 開先拘束割れ試験片を対象に溶接残留応力及び変形を解析する。以下では、従来の増分法（以後、従来解析法と呼ぶ）、新しい増分反復全ひずみ法（以後、新解析法と呼ぶ）、及び、汎用プログラム ABAQUS の 3 つの解析法を適用して、溶接残留応力・変形を求め、解析結果の精度と計算時間の比較を行う。解析の実行にはすべて同じコンピューター（Pentium 4, CPU 3.80 GHz, RAM 2.00 GB）を使用し、FORTRAN ソフトのコンパイラ設定（使用コンピュータに対する最適化による高速化、等）も同じにしている。

解析に用いた材料定数の温度依存性を Fig. 2 に示す。力学的溶融温度は 700°C とした。溶接問題を取り扱う場合、要素の温度が力学的溶融温度以上に上昇する場合を取り扱うことは不可避である。そこで、溶接部に相当する要素の最高到達温度を力学的溶融温度を十分越える温度まで上昇させた。一般的に、力学的溶融状態では剛性が極端に小さくなるため、解の安定性や収束性が問題となる。又、未知数が非常に多くなることも解の安定性や収束性を悪化させる要因となりうる。特に新解析法の場合、それらの悪影響度は未知である。

尚、以下の解析では、新解析法での基準温度を室温と設定し、室温における材料定数値を用いて基準弾性マトリックス（基準剛性マトリックス）を求めている。

Fig. 1 Specimen of y slit cracking test, for analysis

Fig. 2 Temperature dependencies of material properties

2.1 y 開先拘束割れ試験片の解析（線状熱源とした場合）

まず、溶接は移動熱源とせず、溶接部全体を同時に加熱する線状熱源とした。この場合、試験片及び問題の対称性より、試験片全体の 1/4 を直接の解析対象とすればよく、その要素分割を Fig. 3 に示す。要素数が 4800、節点数が 2471 で、未知数は 4940 である。

入熱条件としては、実際は、溶接部は溶融状態から始まるが、本解析法の適応性を温度上昇過程と冷却過程の両過程で調べるために、全体が室温 15°C の状態から、溶接部に相当する要素を加熱し、室温から 1000°C までを 10 秒間で上昇させ、その間及びその後、試験片へ熱が伝導されることにより冷却されるとした。

解析方法として、まず、従来解析法と新解析法の 2 つを適用して、精度と計算時間の比較を行った。上昇過程と冷却過程の増分回数の合計を、温度増分が十分小さい 2400 回から温度増分が非常に大きい 10 回まで減少させた。各増分回数での解析結果を、残留応力と残留変形（残留変位）に注目して検討した。

尚、この線状熱源とした場合の解析では、溶接部及びその周辺において、全要素の約 1/10 の要素が塑性化した。又、新解析法での反復回数は、各増分、10 回程度である。

2.1.1 残留応力の比較

まず、残留応力を対象とする。溶接線（x 軸）に沿った残留応力分布を Fig. 4～Fig. 7 に示す。Fig. 4 と Fig. 5 は従来解析法による結果であり、Fig. 6 と Fig. 7 は新解析法による結果である。それぞれ、溶接線方向（x 方向）応力 σ_x と幅方向（y 方向）応力 σ_y を示している。又、図中の記号の U は従来解析法による結果を、N は新解析法による結果を表しており、その右の数値が増分回数を表している。

温度増分を十分小さくした増分回数 2400 回の場合は、2 つの解析法による結果はほぼ完全に一致している。温度増分を大きくし増分回数を減らしていくと、2 つの解析法で結果に差が生じてくる。その精度の数値比較を次のような位置での応力を用いて行った。即ち、相当応力が降伏応力よりは小さいが、それにかかなり近い大きな値を示し、又、残留応力分布の特徴を表す位置における応力値に注目した。こ

Fig. 3 Mesh division of specimen, for analysis by FEM

れは、降伏する場合、降伏後の応力は降伏応力に支配され、新解析法の結果では、増分回数を極端に少なくしない限り、残留応力の相当応力は室温の降伏応力とほぼ一致し（1%以内の誤差）、精度差の検討に不適当であると考えたことによる。

そこで、Fig. 5 と Fig. 7 に示している x 軸に沿った y 方向応力 σ_y の分布で、 $x=60$ mm の位置での応力 $\sigma_{y_{60.0}}$ に注目した。その精度比較を Table 1 に示す。応力 $\sigma_{y_{60.0}}$ を最も精度が高い 2400 回の結果との比で示している。又、同表には、それぞれの増分回数での計算時間（CPU Time）も示している。これは、従来解析法で増分数 2400 回の計算時間を基準とし、それとの比で表している。

従来解析法では、増分数が 300 回より少なくなると精度は急激に低下する。これに対し、新解析法では、増分数を 20 回（要素での最大温度増分は 150℃ 程度）まで減少させても、精度の高い解が得られている。

次に、計算時間の比較を行う。Table 1 を見ると、高精度が維持できていると考えられる従来解析法の増分数 300 回と新解析法の増分数 20 回の計算時間を比較すると、新解析法の計算時間は従来解析法の約 1/6 の短時間であることが分かる。

汎用プログラム ABAQUS でも同じ問題を解析してみた。温度データとして上記と同じ増分数 2400 回のデータを与え

たが、ABAQUS は自動的に精度が保持される範囲内で温度増分を大きくする機能を有しており、その結果、実際の計算では増分回数は 99 回にまで減少されていた。解析結果は従来解析法及び新解析法の増分数 2400 回の結果とほぼ完全に一致していた。増分回数 99 は従来解析法で精度が保持される回数 300 よりはかなり少ない。しかし、本研究で開発した新解析法の 20 回よりは遥かに多く、計算時間も新解析法の約 4 倍の時間を必要としている。

2.1.2 残留変形（残留変位）の比較

次に、残留変形（残留変位）を対象とする。試験片端部における残留変形分布を Fig. 8～Fig. 11 に示す。Fig. 8 と Fig. 9 は従来解析法による結果であり、Fig. 10 と Fig. 11 は新解析法による結果である。それぞれ、幅方向端部辺（ $y=75$ mm, $x=0\sim100$ mm）における x 方向変位 δx と y 方向変位 δy の分布を示している。

変位の精度の検討は、変位量が最大となっている y 軸上の端部（ $x=0$ mm, $y=75$ mm）での y 方向変位 $\delta y_{0.75}$ を用いて行った。その結果を Table 2 に示す。高精度が保持できているのは、従来解析法では増分数が 600 回まで、新解析法では 40 回までと判断できる。この解析例では、両解析法共、残留変形を精度よく解析するには、残留応力の場合より増分回数を 2 倍程度多くする必要があるようである。ABAQUS による結果でも、自動的に増分数が減少された 99

Fig. 4 Residual stress σ_x (usual incremental method)

Fig. 6 Residual stress σ_x (new method)

Fig. 5 Residual stress σ_y (usual incremental method)

Fig. 7 Residual stress σ_y (new method)

Table 1 Comparisons of accuracy of residual stress and computation time (in the case of line heat source)

(a) Usual incremental method

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-2400)}$	σ_y
		$\sigma_{y(U-2400)}$
2400	1.000000	1.000
300	0.135452	0.998
150	0.070059	0.818
75	0.037489	0.679

(b) New method

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-2400)}$	σ_y
		$\sigma_{y(N-2400)}$
2400	1.174540	1.000
300	0.153920	1.000
150	0.083396	1.005
20	0.023026	1.029
10	0.018697	0.913

(c) ABAQUS

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-2400)}$	σ_y
		$\sigma_{y(A-2400)}$
2400	1.253941	1.000
99	0.088599	1.000

回の結果を見ると、先の残留応力の結果とは異なり、数%の精度低下が認められる。

高精度が維持できている増分数での計算時間を比較すると、Table 2より、新解析法の40回での計算時間は従来解析法の600回での計算時間の約1/10であることが分かる。又、ABAQUSのやや精度低下が認められる増分数99回の計算時間と比べても、その1/3以下の短時間で済むことが分かる。

2.2 y開先拘束割れ試験片の解析(移動熱源とした場合)

次に、同じy開先拘束割れ試験片を対象とし、溶接を移動熱源(標準溶接条件：電流170A、電圧25V、速度15cm/min、入熱17000J/cm)とした場合を解析した。この場合は、試験片全体の1/2を直接の解析対象とすることになり、要素分割には線状熱源の場合のFig. 3の分割をx軸方向に2つ連続させたものを用いた。その結果、要素数は9600、節点数は4911、未知数は9711となった。線状熱源の場合のほぼ2倍である。座標原点は線状熱源の場合と同じように試験片の中央とした。

尚、この移動熱源とした場合の解析では、溶接部及びその周辺において、全要素の約1/9の要素が塑性化した。又、新解析法での反復回数は、各増分、10回～20回程度である。

2.2.1 残留応力の比較

まず、残留応力を対象とする。溶接線(x軸)に沿った

残留応力分布をFig. 12～Fig. 15に示す。Fig. 12とFig. 13は従来解析法による結果であり、Fig. 14とFig. 15は新解析法による結果である。それぞれ、溶接線方向(x方向)応力 σ_x と幅方向(y方向)応力 σ_y を示している。

温度増分を十分小さくした増分数4800回の場合は、2つの解析法による結果はほぼ完全に一致している。温度増分を大きくし増分数を減らしていくと、2つの解析法で結果に差が生じてくる。その精度の数値比較を、線状熱源の場合と同じ観点から、残留応力分布を特徴付ける位置の一つに注目して行った。

Fig. 13とFig. 15に示しているx軸に沿ったy方向応力 σ_y の分布で、 $x=55\text{mm}$ の位置での応力 $\sigma_{y_{55.0}}$ に着目した。その精度比較をTable 3に示す。応力 $\sigma_{y_{55.0}}$ を、最も精度が高い4800回の結果との比で示している。又、同表には、それぞれの増分回数での計算時間(CPU Time)も示している。従来解析法で増分数4800回の計算時間を基準とし、それとの比で示している。

従来解析法では、増分数が1200回より少なくなると精度の低下は顕著になる。これに対し、新解析法では、増分数を75回(要素での最大温度増分は150℃程度)まで減少させても精度の高い解が得られている。

次に、計算時間の比較を行う。従来解析法で高精度な増分数1200回での計算時間と、新解析法で高精度な増分数75

Fig. 8 Residual deformation δx (usual incremental method)

Fig. 10 Residual deformation δx (new method)

Fig. 9 Residual deformation δy (usual incremental method)

Fig. 11 Residual deformation δy (new method)

Table 2 Comparisons of accuracy of residual deformation and computation time (in the case of line heat source)

(a) Usual incremental method

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-2400)}$	$\frac{\delta_y}{\delta_{y(U-2400)}}$
2400	1.000000	1.000
600	0.274120	0.961
300	0.135452	0.899
150	0.070059	0.797

(b) New method

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-2400)}$	$\frac{\delta_y}{\delta_{y(N-2400)}}$
2400	1.174540	1.000
600	0.305117	0.984
300	0.153920	0.984
40	0.028724	1.013
20	0.023026	0.829

(c) ABAQUS

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-2400)}$	$\frac{\delta_y}{\delta_{y(A-2400)}}$
2400	1.253941	1.000
99	0.088599	0.977

Fig. 12 Residual stress σ_x (usual incremental method)

Fig. 14 Residual stress σ_x (new method)

Fig. 13 Residual stress σ_y (usual incremental method)

Fig. 15 Residual stress σ_y (new method)

Fig. 16 Residual deformation δx (usual incremental method)

Fig. 18 Residual deformation δx (new method)

Fig. 17 Residual deformation δy (usual incremental method)

Fig. 19 Residual deformation δy (new method)

Table 3 Comparisons of accuracy of residual stress and computation time (in the case of moving heat source)

(a) Usual incremental method

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-4800)}$	σ_y
		$\sigma_{y(U-4800)}$
4800	1.000000	1.000
1200	0.261333	0.978
600	0.132086	0.929
300	0.066852	0.808

(b) New method

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-4800)}$	σ_y
		$\sigma_{y(N-4800)}$
4800	1.054566	1.000
1200	0.277773	0.994
600	0.156396	0.987
75	0.039516	0.992
40	0.033408	0.910

(c) ABAQUS

Number of Increments	CPU Time	
4800	0.61331	1.000
415	0.13101	1.000

Table 4 Comparisons of accuracy of residual deformation and computation time (in the case of moving heat source)

(a) Usual incremental method

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-4800)}$	δ_y
		$\delta_{y(U-4800)}$
4800	1.000000	1.000
1200	0.261333	0.977
600	0.132086	0.949
300	0.066852	0.875

(b) New method

Number of Increments	CPU Time $T/T_{(U-4800)}$	δ_y
		$\delta_{y(N-4800)}$
4800	1.054566	1.000
1200	0.277773	0.984
600	0.156396	0.978
75	0.039516	0.962
40	0.033408	0.923

(c) ABAQUS

Number of Increments	CPU Time	
4800	0.61331	1.000
415	0.13101	0.997

回での計算時間を比較すると、新解析法の計算時間は従来解析法の約1/7の短時間であることが分かる。

汎用プログラム ABAQUS でも同じ問題を解析してみた。温度データとして上記の増分数4800回のデータを与えたが、実際の計算では増分回数は415回にまで減少されていた。解析結果は、増分数4800回での両解析法による結果とほぼ完全に一致していた。増分回数は従来解析法で高精度な1200回よりはかなり少ない。しかし、新解析法で高精度な75回よりは遥かに多く、計算時間も新解析法の約3.3倍の時間を必要としている。

2.2.2 残留変形(残留変位)の比較

次に、残留変形(残留変位)を対象とする。試験片端部における残留変形分布を Fig. 16~Fig. 19 に示す。Fig. 16 と Fig. 17 は従来解析法による結果であり、Fig. 18 と Fig. 19 は新解析法による結果である。それぞれ、幅方向端部辺($y=75\text{ mm}$, $x=-100\text{ mm}\sim 100\text{ mm}$)における x 方向変位 δx と y 方向変位 δy の分布を示している。

変位の精度の検討は、変位量がほぼ最大となっている y 軸上の端部($x=0\text{ mm}$, $y=75\text{ mm}$)での y 方向変位 $\delta y_{0.75}$ を用いて行った。その結果を Table 4 に示す。高精度が保持できているのは、従来解析法では増分数が1200回まで、新解析法では75回までと判断できる。移動熱源の場合は、残留変形を精度よく解析できる増分数は、両解析法共、残留応力の場合と同じ回数となった。したがって、計算時間の比較も、残留応力の場合と同じとなる。

3. 結 言

本研究では、溶接過渡及び残留応力・変形のコンピューターによる理論解析時間の短縮化を目差して、新しい解析理論として大温度増分・増分反復全ひずみ法を開発した。新理論に基づく有限要素法熱弾塑性解析プログラムを構築し、新解析法の有効性を検証するために、同プログラムを使用して、複雑な熱弾塑性問題として溶接問題をいくつか解析した。

第1報では、その解析理論及び解析法について詳細に説明した。又、本解析法の基本的な性能を検証するため、基本的な熱応力問題を解析し、大きな温度増分でも精度の高い解が得られることを示した。

本報では、複雑な熱弾塑性問題として本格的な溶接問題を解析した。線状熱源及び移動熱源による溶接残留応力及び変形を求めた。従来解析法、新解析法、及び、汎用プログラム ABAQUS により、同じ問題を解析し、精度と計算時間を比較し検討した。その結果、新解析法により、高精度な解析が、従来解析法に比べ1桁程度短い計算時間で実行できることが検証された。又、ABAQUS よりも3倍~4倍程度高速であることも実証された。計算時間の短縮化の程度は、解析する問題に依存すると考えられるが、未知数が本論文における解析例(約1万)より更に多くなる大規模な解析においては、本解析法の有効性が益々大きく発揮されるものと期待できる。

謝 辞

本研究は、経済産業省の重要地域技術研究開発事業の一環として、新エネルギー・産業技術総合開発機構(NEDO)から宇宙環境利用推進センター(JSUP)を通じて委託された国家プロジェクト「溶接技術の高度化による高効率・高信頼性溶接技術の開発」(平成12年度~16年度/プロジェクトリーダー:野城 清)の中で遂行された研究成果の一つである。関係各位に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Y. Ueda and T. Yamakawa: Analysis of Thermal Elastic-Plastic Stress and Strain during Welding by Finite Element Method, Transactions of The Japan Welding Society, 2-2 (1971), 90-100, and: Analysis of Thermal Elastic-Plastic Behavior of Metals during Welding by Finite Element Method, Journal of The Japan Welding Society, 42-6 (1973), 567-577, etc.
- 2) Y. Fujita, T. Nomoto and H. Hasegawa: Studies on Thermal Elastic-Plastic Problems (1st Report), Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 130 (1971), 183-191.
- 3) Y. Ueda and K. Nakacho: Theory of Thermal Elastic-Plastic Analysis with A More General Work-Hardening Rule, Trans. JWRI, 9-1 (1980), 107, etc.
- 4) K. Nakacho: Theoretical Study on Welding Transient and Residual Stresses in Very Thick Joint and Their Reduction from Stress Relief Annealing, Dissertation (Osaka University, 1985).
- 5) Y. Fujita, T. Nomoto and H. Hasegawa: Studies on Thermal Elastic-Plastic Problems (3rd Report) -Thermal stress analysis based on initial strain method-, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 144 (1978), 446-454.