原子炉厚板冷却材配管溶接継手の3次元残留応力分布の固有ひずみ法による測定*

中長 啓治**, 前川 晃***, 佐藤 玲子****, 笠原 憲文*****, 青木 恵介*****

Three-dimensional Measurement of Welding Residual Stress of Thick Coolant Pipe Joint in Nuclear Reactor Plant by Inherent Strain Method*

by NAKACHO Keiji**, MAEKAWA Akira***, SATO Reiko****, KASAHARA Norifumi***** and AOKI Keisuke*****

The objective of this study is to ensure the safety of nuclear reactors. A number of accidents caused by leaks from welded zones at pipe penetration points of the reactor vessel or in coolant pipes have been reported at sites around the world. One of the main causes of such leaks is welding residual stress. It is therefore very important to know the welding residual stress in order to maintain the safety of the plants, estimate plant life cycle and design an effective maintenance plan. In this study, the inherent strain method combined with Finite Element Method (FEM) is applied to measure the welding residual stress accurately.

A mock-up for a welded joint at a coolant pipe of an actual nuclear reactor was manufactured for the study. The inherent strain method is used to measure the three-dimensional residual stress distribution. In this method, the inherent strains are unknowns. When the residual stresses have a complex three-dimensional distribution, the number of unknowns becomes very large. The inherent strain distribution is therefore expressed with an appropriate function, significantly decreasing the number of unknowns.

10 kinds of inherent strain distribution functions are applied to estimate the residual stress distribution of the joint. Applicability of each function is diagnosed. Accuracy and reliability of analyzed results are judged from three points of view, that is, residuals, unbiased estimate of variance of errors and necessary conditions from welding mechanics. Most suitable function is selected, which brings most reliable result.

The characteristics of the three-dimensional residual stress distribution are cleared. The circumferential stress and axial stress are important, related to stress corrosion cracking (SCC). The circumferential stress is estimated to be large tension near the outer surface of welding finish region. The large tensile axial stress is produced near the outer surface, widely in the circumferential direction. Near the inner surface where SCC may occur, both stresses are small tension or compression.

Key Words: Welding residual stress, Nuclear power plants, Coolant pipe joint, Measurement, Inherent strain method, Finite element method

1. 緒 言

本研究では、原子炉の厚板冷却材配管溶接継手の3次元残留応力分布を、固有ひずみ法を適用して初めて測定した。

著者らは、原子炉の安全性及び健全性の向上を目的とし、原子炉冷却材配管溶接継手部の残留応力を固有ひずみ法により測定することを進めている。同溶接部においては、応力

腐食割れの発生が国内外において少数ながらも報告されており、溶接残留応力が主因の一つと考えられている。したがって、溶接残留応力を測定することにより、力学的な面から割れ発生防止に最適な溶接法を究明することや、割れ発生後のき裂伝播解析の精度を向上させ、寿命評価の信頼性を高めることができるものと期待される。

研究対象とする溶接継手部は軸対称な形状をしているが、溶接は移動熱源であり、残留応力は周方向を含め3次元的に複雑に変化しているものと推察される。3次元的に複雑に分布している残留応力を測定できる手法は、著者らが提案した“固有ひずみ法”¹⁾以外には見当たらない。そこで、本研究では、原子炉厚板配管溶接継手の残留応力の測定に固有ひずみ法を適用する。固有ひずみ法を適用して3次元解析する場合、未知固有ひずみ数が非常に多くなる。一方、研究対象とする継手の寸法から、ひずみの計測数が制限される。そこで、固有ひずみの分布を関数表示する手法²⁾を採用する。これにより、未知数を大幅に減少させ、測定を現実的なものとすることができる。

本研究で使用する固有ひずみ法解析プログラム³⁾では、固

*受付日	平成23年8月1日	受理日	平成23年12月1日	平成22年度秋季全国大会で発表
**正 員	大阪大学接合科学研究所 Member, Joining and Welding Research Institute, Osaka University			
***	㈱原子力安全システム研究所 Institute of Nuclear Safety System, Incorporated			
****	大阪大学大学院工学研究科（現在 ㈱クボタ）Graduate School of Engineering, Osaka Univ. (Present: Kubota Corp.)			
*****学生員	大阪大学大学院工学研究科 Student M., Graduate School of Engineering, Osaka University			
*****	大阪大学工学部（現在 全日本空輸㈱）School of Engineering, Osaka Univ. (Present: ANA)			

有ひずみ分布関数として10種類の関数が準備されている。その全てを使用して解析を実行する。それらの推定結果を診断し、本解析に対する最適な分布関数、言い換えると、最も信頼のおける推定結果を判定する。診断には、既報⁹⁾において提案した評価法を適用する。これは、固有ひずみ法が統計学的には最小二乗法に基づいていることに注目した3段階の診断法である。第1段階は「残差からの診断」であり、第2段階は「統計学的見地からの診断」であり、最後の第3段階は「専門知識からの診断」である。このような診断により、10種類の関数によって推定された結果の精度と信頼性を評価・比較する。

2. 固有ひずみ法による残留応力測定理論

2.1 固有ひずみ法とは

本研究では固有ひずみ法を適用する。“固有ひずみ”とは、ある構造物あるいは部材において応力が生じている場合、そのひずみを取り除く（0にする）と、その構造物あるいは部材が無応力状態になる、そのような“応力の発生源”となっているひずみのことである。

固有ひずみと残留応力は弾性的に、即ち、一意的に対応している。したがって、計測ひずみより固有ひずみを求めることができる。しかし、計測ひずみと固有ひずみの関係、固有ひずみと残留応力の関係を、3次元任意形状・任意固有ひずみ分布（任意残留応力分布）状態に対して、連続体の弾性力学理論より求めることは不可能である。そこで、有限要素法を用いて、それらの関係が定式化された。その理論が、著者らが提案した“固有ひずみ法”¹⁰⁾である。固有ひずみ法は逆問題としての解析法の一つである。

上記の固有ひずみ法の最初の論文では、固有ひずみが要素毎に異なると考えており、各要素の固有ひずみがそのまま未知数となる。この“要素表示”固有ひずみ法の理論が基礎となる。この理論では、例えば、精度を上げるため、要素分割を細かくし、固有ひずみが存在すると考えられる領域の要素数が多くなると、未知数も多くなり、その数以上の計測データを得ることが困難になってくる。そこで、その後、固有ひずみの分布を関数で表示する“関数表示”固有ひずみ法⁹⁾が提案された。この方法の場合、固有ひずみ分布を関数で近似し、その分布関数の係数が未知数となる。計測ひずみから分布係数を推定することになる。関数表示することにより、通常、未知数の数を大幅に減少させることができる。本研究では、“関数表示”固有ひずみ法を適用する。以下に、その基礎理論を示す。

2.2 関数表示固有ひずみ法の基礎理論⁹⁾

物体内で分布している固有ひずみを関数で表示する場合を考える。この場合、設定した関数の係数が未知数で、それを計測ひずみから推定することになる。

$$\{\varepsilon_s^*\} = [P_{sp}] \{A_p\} \quad (s=1 \cdots s_{\max}, p=1 \cdots q) \quad (1)$$

ここで、 $\{\varepsilon_s^*\}$ ：物体内で分布している固有ひずみ成分（3次元なら最多6成分）

$[P_{sp}]$ ：分布関数マトリックス

$\{A_p\}$ ：分布係数ベクトル（未知数）

$s_{\max}$ ：固有ひずみの成分数（3次元なら最多6成分）

P_s ：各固有ひずみ成分の分布係数の数

q ：全固有ひずみ成分に対する分布係数の総数。

$$q = \sum_{s=1}^{s_{\max}} P_s$$

分布係数の値が確定されると、固有ひずみ分布が確定され、そのような固有ひずみが分布している場合の弾性ひずみ分布及び応力分布を弾性計算により求めることができる。

$$\{\varepsilon_k\} = [H_{kp}^F] \{A_p\} \quad (k=1 \cdots n, p=1 \cdots q) \quad (2)$$

ここで、 $\{\varepsilon_k\}$ ：分布関数及びその分布係数の値に対応する弾性ひずみ

$[H_{kp}^F]$ ： $\{A_p\}$ と $\{\varepsilon_k\}$ の関係を表す弾性応答マトリックス

n ：全要素の弾性ひずみ成分の総数

$$\{\sigma_k\} = [M_{kp}^F] \{A_p\} \quad (k=1 \cdots n, p=1 \cdots q) \quad (3)$$

ここで、 $\{\sigma_k\}$ ：分布関数及びその分布係数の値に対応する応力

$[M_{kp}^F]$ ： $\{A_p\}$ と $\{\sigma_k\}$ の関係を表す弾性応答マトリックス

n ：全要素の応力成分の総数（＝弾性ひずみ成分の総数）

n 個の弾性ひずみ $\{\varepsilon_k\}$ の内、計測される弾性ひずみを m 個（ $q \leq m \leq n$ ）とし $\{m\varepsilon_i\}$ で表すと（実際の計測ひずみは解放ひずみであるので、これと符号が逆になるが、ここでは、以後、これを“計測ひずみ”と呼ぶ）、 $\{m\varepsilon_i\}$ と分布係数 $\{A_p\}$ の関係は式(2)を縮小することにより求められる（ n 個の連立方程式の集合が m 個の連立方程式の集合となる）。この関係は“測定方程式”と呼ばれる。これを式(4)で表す。

$$\{m\varepsilon_i\} = [H_{ip}^F] \{A_p\} \quad (i=1 \cdots m, p=1 \cdots q) \quad (4)$$

ここで、 $\{m\varepsilon_i\}$ ：計測ひずみ

$[H_{ip}^F]$ ： $\{A_p\}$ と $\{m\varepsilon_i\}$ の関係を表す弾性応答マトリックス

m ：計測ひずみ数

計測誤差、等により、通常、計測ひずみ $\{m\varepsilon_i\}$ は式(4)を満足せず、両辺の値に差が生じる。これを統計学的に処理する

ために、計測する弾性ひずみの数を未知数である固有ひずみ分布係数の数より多くしておく ($q < m$). 式 (4) で両辺の値の差、即ち、誤差を $\{x\}$ で表すと、

$$\{m\varepsilon_i\} - [H_{ip}^F] \{A_p\} = \{x_i\} \quad (i=1\cdots m, p=1\cdots q) \quad (5)$$

ここで、 $\{x_i\}$: 誤差

式 (5) は m 個のスカラ方程式から構成されており、誤差がなければ、その中の任意の q 個を用いると、すべての固有ひずみ分布係数を一意的に求めることができる。しかし、誤差が含まれていると、どの方程式 (どの計測ひずみ) を選択するかにより、算出される固有ひずみ分布係数の値は違ったものとなる。そこで、統計学的手法を導入して、 m 個のすべての方程式 (m 個のすべての計測ひずみ) を用いて、確率的に最も生じやすい値 (最確値) とその偏差を求める。

固有ひずみ分布係数の最確値を $\{\hat{A}_p\}$ で表すと、誤差 $\{x\}$ は残差 $\{v\}$ と呼ばれるものとなり、式 (5) は、

$$\{m\varepsilon_i\} - [H_{ip}^F] \{\hat{A}_p\} = \{v_i\} \quad (i=1\cdots m, p=1\cdots q) \quad (6)$$

ここで、 $\{\hat{A}_p\}$: 固有ひずみ分布係数の最確値

$\{v_i\}$: 残差

残差の平方和を S とし (式 (7)), S が固有ひずみ分布係数の最確値に対して最小となるように最小二乗法を適用する (式 (8)). 式 (8) は固有ひずみ分布係数の最確値を求める連立方程式となっており、正規方程式と呼ばれる。残差が式 (6) で表されることより、式 (8) より式 (9) を導くことができる。式 (9) は計測ひずみと固有ひずみ分布係数の最確値の関係を示している。

$$S = \{v_i\}^T \{v_i\} \quad (i=1\cdots m) \quad (7)$$

$$\partial S / \partial \{\hat{A}_p\} = \{0\} \quad (p=1\cdots q) \quad (\text{正規方程式}) \quad (8)$$

$$[H_{ip}^F]^T \{m\varepsilon_i\} = [H_{ip}^F]^T [H_{ip}^F] \{\hat{A}_p\} \quad (i=1\cdots m, p=1\cdots q) \quad (\text{正規方程式}) \quad (9)$$

$[H_{ip}^F]^T [H_{ip}^F]$ の逆マトリックスを求めると、固有ひずみ分布係数の最確値は計測ひずみより次式のように求められる。

$$\{\hat{A}_p\} = \left([H_{ip}^F]^T [H_{ip}^F] \right)^{-1} [H_{ip}^F]^T \{m\varepsilon_i\} = [G_{pi}^F] \{m\varepsilon_i\} \quad (i=1\cdots m, p=1\cdots q) \quad (10)$$

固有ひずみ分布係数の最確値と式 (2) 及び式 (3) より、弾性ひずみ及び残留応力の最確値を求めることができる。

$$\{\hat{\varepsilon}_k\} = [H_{kp}^F] \{\hat{A}_p\} \quad (k=1\cdots n, p=1\cdots q) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \{\hat{\sigma}_k\} &= [M_{kp}^F] \{\hat{A}_p\} \\ &= [M_{kp}^F] [G_{pi}^F] \{m\varepsilon_i\} = [N_{ki}^F] \{m\varepsilon_i\} \\ &(k=1\cdots n, i=1\cdots m, p=1\cdots q) \end{aligned} \quad (12)$$

又、最確値の精度は次のように評価できる。測定の重みを同じ (単位重み) とすると、測定誤差の分散の不偏推定量は、

$$\hat{s}^2 = \{v_i\}^T \{v_i\} / (m-q) = S / (m-q) \quad (i=1\cdots m) \quad (13)$$

誤差の分散として、上式により表されるその不偏推定量を用いると、固有ひずみと残留応力の最確値の不偏分散を求めることができる。それぞれ、

$$(\hat{s}_{A_p})^2 = \left(\sum_{i=1}^m (g_{pi}^F)^2 \right) \cdot \hat{s}^2 \quad (p=1\cdots q) \quad (14)$$

ここで、 g_{pi}^F : 式 (10) の $[G_{pi}^F]$ の成分

$$(\hat{s}_{\sigma_k})^2 = \left(\sum_{i=1}^m (n_{ki}^F)^2 \right) \cdot \hat{s}^2 \quad (k=1\cdots n) \quad (15)$$

ここで、 n_{ki}^F : 式 (12) の $[N_{ki}^F]$ の成分

標準偏差の推定値として、通常通り、不偏分散の正の平方根をとると、

$$\hat{s}_{A_p} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^m (g_{pi}^F)^2 \right) \cdot \hat{s}^2} \quad (p=1\cdots q) \quad (16)$$

$$\hat{s}_{\sigma_k} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^m (n_{ki}^F)^2 \right) \cdot \hat{s}^2} \quad (k=1\cdots n) \quad (17)$$

尚、解放ひずみの計測位置としては、固有ひずみに対して感度がよい位置 (各単位固有ひずみ (係数) に対して生じる弾性ひずみが大きい位置) で、しかも、互いに独立度が高い位置が好ましいと考えられる。これを合理的に選定するため、現在、弾性応答マトリックス (感度マトリックス) $[H_{ip}^F]$ を使用した評価法を検討中である。これとは別に、エンジニアセンスから、溶接部に近いある程度広い領域で、ある程度以上の計測データ数があればよいのではと予想し、解析したのが文献5である。文献3と文献4で研究対象とした溶接継手に対し、推定精度と経済性 (計測データ数が多いほど精度は向上するが、実験費用は高くなる) が両立する (折り合う) 計測条件を検討している。

3. 試験体と実験手順

3.1 試験体と溶接法

解析対象とする配管継手試験体を Fig. 1 に示す。外径が 508 mm, 板厚が 53 mm, 長さが 250 mm の 2 つの円管を突合せ溶接したものである。試験体の中心を原点とした円柱座標

Fig. 1 Welded joint of pipes

Fig. 2 A section of welded joint (Macro photograph)

Fig. 3 Welding procedure

を設定し、管の中心軸を z 座標とし、管の径方向を r 座標、管の周方向を θ 座標とする。溶接部は V 開先であり、開先部内面では中心部付近が 3 mm 薄くなるようにテーパ加工され、溶接部の厚さは 50 mm となっている。試験体の材料は SUS316 で、溶接材料は Y316L である。溶接は GTA (TIG) 溶接法により手溶接で行った。電流は 160 A ~ 180 A (最初の数層は 100 A 前後)、電圧は 20 V、速度は 50 mm/min ~ 130 mm/min であり、その結果、溶接層数は 24、パス数は 88 となった。溶接部断面のマクロ写真を Fig. 2 に示す。又、溶接は Fig. 3 に示すように、円管の最底部 (0°) を始端とし、最上部 (180°) を終端として、左右交互に対称に行った。その結果、固有ひずみ及び残留応力は、 $0^\circ - 180^\circ$ 断面に対して左右対称に分布していると考えた。

3.2 実験手順

Fig. 4 に示すように、試験体より、溶接線に垂直な薄い試験片 (T 試験片) と溶接線方向に薄い試験片 (L 試験片) を切り出した。共に、板厚方向に貫通している。3.1 節で述べたよ

Fig. 4 T-specimen and L-specimens

Fig. 5 Measuring positions of strains

うに、固有ひずみ及び残留応力は、 $0^\circ - 180^\circ$ 断面に対して対称に分布していると仮定して、L 試験片は、その周方向中心が $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ となる位置で各 9 枚を、T 試験片は L 試験片に隣接する位置で各 1 枚を切り出した。更に、T 試験片と L 試験片を細片に切断していった。これらの切断の前に、表面あるいは断面にひずみゲージを貼付し、各切断による解放ひずみを計測した。

T 試験片におけるひずみゲージの貼付位置を Fig. 5 (a) に示す。図中の赤い●印が計測位置であり、ゲージ長 1 mm の 2 軸ひずみゲージを使用した。L 試験片の断面にも、Fig. 5 (b) に示すように内外表面と板厚方向に 1 列、T 試験片と同じ径方向位置にひずみゲージを貼付した。図中の細線は、細片 (10 mm 立方) への切断線である。

4. 測定方程式と固有ひずみ分布関数^{3,4)}

基礎理論に含まれる“測定方程式”と“固有ひずみ分布関数”は、本解析プログラムでは、下記のように構築あるいは設定されている。

4.1 測定方程式

式 (4) として示されている測定方程式 (弾性応答式) の構

築手順について説明する。

まず、3種の試験体・試験片(3D試験体、T試験片、L試験片)に対する測定方程式を別々に求める。それらを統合して全体測定方程式を構築する。3D試験体とは、測定対象とする試験体そのものである。原理的には、3D試験体の表面での計測ひずみだけから残留応力を推定することが可能である。しかし、推定精度を向上させるため、3D試験体よりT試験片とL試験片を切り出し、その断面でも解放ひずみを計測する。そして、そのすべての計測ひずみを使用して、元の試験体の残留応力を推定する。

(a) 3D試験体測定方程式：固有ひずみ垂直3成分のすべての分布係数 $\{A_p\}$ の成分に対し、順次、1つだけに単位量を与え、他のすべての成分は0として、試験体の計測位置に生じる弾性ひずみを求める。これにより、3D試験体の弾性応答マトリックス $[H_{3D}^F]$ の成分を求めることができる。

$$\{m\varepsilon_{3D}\} = [H_{3D}^F] \{A_p\} \quad (18)$$

(b) T試験片測定方程式：T試験片の面内の2つの垂直固有ひずみ成分の分布係数に対し、(a)と同様の計算手順で、T試験片の弾性応答マトリックス $[H_T^F]$ を求めることができる。

$$\{m\varepsilon_T\} = [H_T^F] \{A_p\} \quad (19)$$

(c) L試験片測定方程式：T試験片と同様の計算手順で、L試験片の弾性応答マトリックス $[H_L^F]$ を求めることができる。

$$\{m\varepsilon_L\} = [H_L^F] \{A_p\} \quad (20)$$

(d) 全体測定方程式：3D試験体、T試験片及びL試験片での計測ひずみを同時に使用する場合の測定方程式は、上記の3つの式を統合して、

$$\{m\varepsilon_W\} = [H_W^F] \{A_p\} \quad (21)$$

$$\text{ここで、} \{m\varepsilon_W\} = \begin{Bmatrix} m\varepsilon_{3D} \\ m\varepsilon_T \\ m\varepsilon_L \end{Bmatrix}, \quad [H_W^F] = \begin{bmatrix} H_{3D}^F \\ H_T^F \\ H_L^F \end{bmatrix}$$

4.2 固有ひずみ分布関数

解析プログラムにおいては、固有ひずみ分布関数として、下記の10種類(2×5)の関数を使用できるように設定されている。

溶接残留応力を生成している固有ひずみは、溶接溶融部での剛性回復後の熱ひずみと、溶接に伴う温度変化時に、同部を含め、その周囲に発生する塑性ひずみである。そこで、溶接部を含めその周囲に、固有ひずみが存在し得る領域を想定し、その領域内で、境界では0となるような固有ひずみ分布関数を設定する。本解析では、外表面溶接部中心(z=0, r=254 mm)に関数の原点を置き、軸方向に±60 mm、板厚方向には貫通した領域を固有ひずみ存在可能領域とした。これ

により、z座標に対して、z=0に対称な固有ひずみ分布(残留応力分布)が推定される。

4.2.1 zr断面(周方向に垂直な断面)に対する分布関数

使用した固有ひずみ分布関数を式(22)及び式(23)に示す。多次多項関数、及び、三角多項関数と線形関数の組合せ関数(以後、単に、三角多項関数と呼ぶ)である。zr断面において、原点を外表面溶接部中心とした局所座標系を設定し、固有ひずみは多項式の各項の最大値で、座標は固有ひずみ領域端部の境界座標で無次元化することにより正規化している。両式におけるNを、以後、関数の項数と呼ぶことにする(多次多項関数では、次数に相当)。

固有ひずみが0°-180°断面に対して対称に分布していると仮定しているため、その片側、0°-180°の間で、5つのzr断面($\theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$)に対して分布関数を設定する。分布係数の値は断面毎に独立である。

(a) 多次多項関数

$$\varepsilon_k^{*f}(\xi, \xi) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_{ijk} \left(1 - \frac{\xi}{Z_k}\right)^i \left(1 - \frac{\xi}{R_k}\right)^j \quad (22)$$

ここで、k : zr断面の番号, k=0,1,2,3,4

ξ, ξ : 局所座標(軸方向, 径方向)

Z_k, R_k : 局所座標系における固有ひずみ領域端部の座標(軸方向, 径方向)

A_{ijk} : 固有ひずみ分布係数

(b) 三角多項関数

$$\varepsilon_k^{*f}(\xi, \xi) = A_{1k} \left(1 - \frac{\xi}{Z_k}\right) \left(1 - \frac{\xi}{R_k}\right) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_{ijk} \cos\left((2i-1)\frac{\pi\xi}{2Z_k}\right) \cos\left((2j-1)\frac{\pi\xi}{2R_k}\right) \quad (23)$$

ここで、 A_{1k}, A_{ijk} : 固有ひずみ分布係数

4.2.2 θ 方向(周方向)に対する分布関数

5つのzr断面($\theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$)の間の任意の角度 θ での固有ひずみ分布は、それらの分布を補間して表現する。補間にはLagrangeの補間多項式を適用する。この補間式は、指定された幾つかの点を多次曲線で滑らかに連続させるもので、周方向の固有ひずみ分布は、式(22)あるいは式(23)を用いて、次式で表されることになる。この補間により、未知数(固有ひずみ分布係数)が増加することはない。

$$\varepsilon_L^{*f}(\xi, \xi, \theta) = \sum_{k=0}^4 \varepsilon_k^{*f}(\xi, \xi) \cdot L_k(\theta) \quad (24)$$

ここで、 $\varepsilon_k^{*f}(\xi, \xi)$: 式(22)あるいは式(23)

$L_k(\theta)$: Lagrangeの補間係数(ここでは、 $n=4$)

$$L_k(\theta) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^n \frac{\theta - \theta_m}{\theta_k - \theta_m} = \frac{(\theta - \theta_0) \cdots (\theta - \theta_{k-1})(\theta - \theta_{k+1}) \cdots (\theta - \theta_n)}{(\theta_k - \theta_0) \cdots (\theta_k - \theta_{k-1})(\theta_k - \theta_{k+1}) \cdots (\theta_k - \theta_n)} \\ (\theta_{k=0,1,2,3,4} \Leftrightarrow 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ)$$

5. 解析結果とその評価

解析結果の評価は固有ひずみ法が統計学的には最小二乗法に基づいていることに注目して進める。最小二乗法は実験データに対する“あてはめ”法の一つであり、その解析結果は、一般的に、三つの段階で診断するのが望ましいと考えられている⁹⁾。第1段階は「残差からの診断」、第2段階は「統計学的見地からの診断」、最後の第3段階は「専門知識からの診断」である。最後の診断は、解析結果の評価を統計学的機械処理に任せるのではなく（単に統計学的精度に依存するのではなく）、最終的には、解析者の責任で、専門学における常識等から、その結果が妥当なものであるのかを判断するものである。著者らは、既報⁹⁾において、固有ひずみ法を用いた残留応力測定に対して、その3段階の診断手順を具体的に提案した。ここでも、その診断法を適用し、10種類の関数による解析結果の評価を進めることにする。

5.1 第1段階／残差からの診断

残差とは、固有ひずみが最確値通りに分布しているとした場合、各計測位置において生じる弾性ひずみと、実際の計測ひずみとの差のことである。最小二乗法はこの残差が全体として最小となるように適用されている。

$$\{m\varepsilon_i\} - \left[H_{ip}^F \right] \{ \hat{A}_p \} = \{m\varepsilon_i\} - \{ \hat{\varepsilon}_i \} = \{v_i\} \quad (i=1 \cdots m, p=1 \cdots q) \quad (6) \text{ bis}$$

ここで、 $\{m\varepsilon_i\}$ ：計測ひずみ

$\{ \hat{A}_p \}$ ：固有ひずみ分布係数の最確値

$\{ \hat{\varepsilon}_i \}$ ：弾性ひずみの最確値

$\{v_i\}$ ：残差

残差からの診断とは、解析した結果において“異常に大きな残差を示すデータ”、言い換えれば、信頼性が非常に低いデータを判別することであり、そのデータを取り除いて、再解析する。

まず、全計測ひずみ1529を用いて解析を実行した。その結果の残差を Table 1 に示す。用いた各関数に対して、残差の大きさを 100μ の範囲で区切り、その範囲に入るデータ数を示している。残差の数値は各範囲の中心値である。

“異常に大きな残差”とは数値で定義されるものではなく、残差の分布を全体的に観て判断される。最も分かり易いのは、このような残差の分布において、裾野の先にパルス的に非常に大きな残差値を示すデータが存在する場合である。Table 1 を見ると、 $\pm 500\mu$ を越えるとデータ数ははっきりと減少し始め、 $\pm 1000\mu$ 以上で更に減少していき、残差の最大値は $\pm 2600\mu$ 程度になっている。このような分布状態に対して、どこからが異常データであると判断し難い。そこで、ここでは、 $\pm 1000\mu$ 以上の残差を示すデータ（全データの2%程度）は信頼性が低いと考え、それらのデータを取り除き（データの重みを0にすると考えてもよい）、再解析を行うこと

にした。

2回目の解析結果の残差をまとめたものが Table 2 である。各関数に対して、 $\pm 1000\mu$ を僅かに越えるデータが数個残っている程度である。そこで、以後、この2回目の解析結果に対して、第2、第3の診断を進めていくことにする。

5.2 第2段階／統計学的見地からの診断

最小二乗法による実験データの解析結果を統計学的に評価する代表的な基準値として、“測定誤差の分散の不偏推定量”がある。この基準値により、測定結果全体に対する総合的な“あてはめ”精度の評価を行うことができる。

測定の重みを同じ（単位重み）とすると、測定誤差の分散の不偏推定量は、残差を用いて、次式で表される。

$$\hat{s}^2 = \{v_i\}^T \{v_i\} / (m - q) \quad (i=1 \cdots m) \quad (13) \text{ bis}$$

ここで、 $\hat{s}^2$ ：測定誤差の分散の不偏推定量

$\{v_i\}$ ：残差

q ：固有ひずみ分布係数の数

m ：計測ひずみの数

式(13)で求められる測定誤差の分散の不偏推定量（以後、単に、“誤差の分散”と呼ぶ）を求めると Fig. 6 のようになる。両関数で、項数を増加させていくと、“誤差の分散”は小さくなっていく。これは、係数を増加させたことにより、より変化に富んだ分布を表現することができ、計測データに対する“あてはめ”が良くなっていることを意味する。極端な場合として、もし、計測データ数と同じ数の係数を使用すれば、すべての計測データを完全に“あてはめ”ることができる。但し、多次多項関数では、項数を4から5に増やすと、“誤差の分散”は微増している。又、多次多項関数と三角多項関数でこの分散の大きさを比べると、項数が1, 2では三角多項関数の方が小さいが、3ではほぼ同じで、4, 5では逆に多次多項関数の方が小さくなっている。このような“誤差の分散”だけから判断すると、多次多項関数で4項を使用した場合が最も推定精度が高いことになる。

尚、Fig. 6 を見ると、極一部のデータ（全データの2%程度）を取り除いたことにより、“誤差の分散”が大きく減少し、推定精度が大きく上昇していることが分かる。

5.3 第3段階／専門知識（溶接力学）からの診断

解析結果の評価は統計学的診断だけに依存するのではなく、最終的には、解析者自身の専門知識や経験から下す必要がある。そこで、推定結果を溶接力学の観点から診断する。

推定された残留応力から求められる相当応力と材料の降伏応力を比較する。残留応力の相当応力の計算には最確値を用いる。試験体を構成する全要素53655（対称性より、試験体の1/2を構成する要素数）に対して、残留応力6成分の最確値より相当応力を求め、その要素の材料の降伏応力と比較した。材料の降伏応力としては、初期降伏応力と加工硬化後の

Table 1 Frequency distribution of residuals (1st analysis)

Function Members $v(\mu)$	Multi-order function					Trigonometric function				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
-2700										
-2600							1			
-2500	2	1	1			1	1			
-2400		1				1		1	1	1
-2300			1					1		
-2200				1	1				1	1
-2100										
-2000	1				1	1				
-1900										
-1800								1		1
-1700		1		1	1				1	
-1600	1	2	2			2	1			
-1500	2			2	1		2	1	2	2
-1400	1	2	1			2	1	1		
-1300	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2
-1200	6	1	1	1		2	1	3	1	1
-1100	3	4	3	2	1	4	2	1	2	1
-1000	4	7	1	5	2	6	3	3	3	3
-900	1	2	5	2	4	2	3	3	3	4
-800	7	7	5	3	1	10	7	4	3	
-700	8	20	6	4	5	15	7	16	10	2
-600	12	23	6	7	7	20	18	11	13	13
-500	30	32	30	17	15	35	47	27	22	17
-400	54	68	49	48	31	68	64	50	48	45
-300	77	92	98	73	86	89	97	87	77	76
-200	180	173	199	193	166	170	156	197	193	176
-100	269	250	322	355	355	247	272	301	345	337
0	273	275	265	314	373	285	290	291	300	371
100	165	212	204	216	239	198	222	208	224	214
200	114	138	122	117	92	119	126	128	124	120
300	87	70	91	69	52	83	81	80	67	72
400	54	46	49	43	39	45	42	43	39	24
500	54	31	21	13	23	34	25	24	12	12
600	25	20	13	16	12	24	16	14	12	11
700	22	17	7	2	1	12	12	4	5	5
800	28	7	4	5	3	11	4	9	2	2
900	11	6	6	3	2	15	9	4	2	1
1000	12	5	2	3	4	6	4	2	5	4
1100	6	2	1		2	5		1	2	2
1200	6	4	2	4		4		2	2	1
1300	2	2	2	1	2	2	4	2	2	1
1400	2	4	3	1	1	2	1	1	1	2
1500	1	1	1	1		1	3	1	2	1
1600		2	1	2	2		1	2		
1700	3		1		2	3		1	1	1
1800			1			1				2
1900	2	1		3	1	2	1	3	3	1
2000	1	2	2							
2100		1					1			
2200		1					2			
2300						1				
2400	1									
2500						1				
2600										
2700	1									
Maximum $v(\mu)$	2702	-2510	-2490	-2410	-2220	-2540	-2630	-2400	-2410	-2410

Table 2 Frequency distribution of residuals (2nd analysis)

Function Members $v(\mu)$	Multi-order function					Trigonometric function				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
-2700										
-2600										
-2500										
-2400										
-2300										
-2200										
-2100										
-2000										
-1900										
-1800										
-1700										
-1600										
-1500										
-1400										
-1300										
-1200		1	1			1			1	
-1100	1	1				1	2			1
-1000	1	1	1	1	1	2		1	1	1
-900	3	1	2	5	1	3	1	1	1	1
-800	5	6	3	1	2	6	4	1	5	4
-700	7	15	5	3	3	13	6	11	8	2
-600	15	32	6	5	7	20	17	15	14	11
-500	24	20	24	11	19	27	38	21	13	15
-400	49	63	40	38	24	59	56	51	38	36
-300	80	78	87	63	62	96	101	82	74	69
-200	181	193	196	195	177	160	164	195	189	150
-100	257	251	331	384	394	254	284	302	358	399
0	281	264	309	324	390	276	286	305	346	368
100	174	235	192	221	222	220	221	219	216	229
200	117	137	135	121	84	128	136	136	107	99
300	81	72	79	65	58	75	82	67	73	68
400	56	48	42	27	28	55	40	42	21	26
500	52	32	21	17	17	33	28	23	19	6
600	32	23	11	10	10	25	15	13	9	11
700	23	14	8	4	4	15	8	5	6	5
800	23	2	4	4	9	3	6	2	2	2
900	14	2	6	2	7	7	3	2	2	2
1000	1	2	1	2	1	2	2	1	1	1
1100		2			1	1	2			2
1200		1			1					
1300			1		1			2	1	
1400										
1500										
1600										
1700										
1800										
1900										
2000										
2100										
2200										
2300										
2400										
2500										
2600										
2700										
Maximum $v(\mu)$	-1070	1262	1347	-1270	1275	-1180	1182	-1250	-1190	1122

Fig. 6 Unbiased estimate of variance of errors

Table 3 Material properties

	Material	Young's modulus (MPa)	Poisson's ratio	0.2% yield stress (MPa)	2% yield stress (MPa)
Pipe	SUS316	1.985×10^5	0.285	246.5	296.3
Weld metal	Y316L	1.957×10^5	0.290	504.5	531.6

Table 4 Comparison between equivalent stress and yield stresses

Num. of members	Multi-order function			Trigonometric function		
	Num. of elements over 0.2% yield stress	Num. of elements over 2% yield stress	Maximum of equivalent stress (MPa)	Num. of elements over 0.2% yield stress	Num. of elements over 2% yield stress	Maximum of equivalent stress (MPa)
1	0	0	351	0	0	372
2	2	0	376	0	0	382
3	2368	822	689	526	0	371
4	4865	1820	718	2832	220	508
5	6668	3494	1122	5448	2004	704

Fig. 7 Circumferential stresses σ_θ on the surfaces

Fig. 8 Circumferential stresses σ_θ at the cross sections

降伏応力を比較の対象とした。加工硬化後の降伏応力としては2% 伸び後の降伏応力（以後、2% 硬化降伏応力と呼ぶ）を用いる。継手を構成する2つの材料において、有意な剛性を有する温度（1000℃ 程度）から室温に至るまでの全熱ひずみ量は1.5%～2% 程度である。これが完全に拘束された場合の2% 硬化降伏応力を溶接残留応力が越える可能性はほとんどないと考え、結果の合理性の判定条件とした。2つの材料の

初期降伏応力（0.2% 硬化降伏応力）及び2% 硬化降伏応力を Table 3 に示す。全要素の相当応力を求め、これと比較した結果を Table 4 に示す。要素の相当応力が初期降伏応力及び2% 硬化降伏応力を越えている要素の数と、すべての要素の中での相当応力の最大値を示している。2% 硬化降伏応力を越えている要素はすべて母材において生じている。

2% 硬化降伏応力を越える要素数に注目すると、多次多項

Fig. 9 Axial stresses σ_z on the surfaces Fig. 10 Axial stresses σ_z at the cross sections

関数を使用した結果では、2 項までは 0 であり、3 項以上で多数存在する。三角多項関数では、3 項までは 0 であるが、4 項以上では多数存在する。したがって、多次多項関数を使用した場合は 3 項以上、三角多項関数を使用した場合は 4 項以上の推定結果は不合理であると判断できる。

一方、項数を増加させると、分布の特徴をより鮮明に再現でき、統計学的には、5.2 節で示した“誤差の分散”が小さく

なっていく、信頼性が向上する。そこで、合理的な範囲内の最大項数、多次多項関数 2 項と三角多項関数 3 項の“誤差の分散”を比べると、三角多項関数の方がかなり小さい。

以上のような診断結果から評価すると、三角多項関数で 3 項を用いた推定結果が最も信頼性が高いことになる。

尚、関数の項数（次数）を増加させると不合理な推定結果に至る現象は特異ではなく、統計学上一般的に生じ得る現象

Fig. 11 Radial stresses σ_r on the surfaces Fig. 12 Radial stresses σ_r at the cross sections

である。本研究に関連しては、文献4で、赤池の情報量基準(AIC)^{7, 6)}を用いて説明している。

5.4 残留応力の最確値の分布と偏差

前節で、最も信頼性が高いと判断された三角3項関数を用いて推定された残留応力分布をFig. 7～Fig. 12に示す。 0° – 180° 間の内外表面及び5つの断面($\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ,$

180°)での最確値の分布を表している。

残留応力分布の特徴としては、周方向応力 σ_θ は溶接終端部の外表面付近に大きな引張応力が見られる。軸方向応力 σ_z は周方向の広い領域で外表面付近に大きな引張応力が見られる。一方、応力腐食割れ(SCC)に関連して注目される内表面付近では、周方向応力 σ_θ は極小さな引張あるいは圧縮となっており、軸方向応力 σ_z は溶接終端付近でやや大きな

引張が生じている。板厚方向応力 σ_z は全体的に小さいが、厚板であるため、やや大きな引張応力が一部見られる。

又、この三角3項関数を使用して推定された最確値の標準偏差は、中高応力領域（最確値の絶対値が100 MPa以上）に注目し、その領域に含まれるすべての要素の対し、[偏差／（最確値の絶対値）] 比として表すと、その平均値は、周方向応力では約0.09、軸方向応力では約0.14、径方向応力では約0.15となっている。これらの数値は最確値の信頼性を評価する一つの材料となる。

本解析では、溶接部中心に対称な固有ひずみ分布を想定した解析を行ったが、今後、非対称な分布を想定した解析を行うことにより、上記の偏差を更に小さくすることができるものと考えられる。

6. 結 言

本研究では、原子炉厚板配管溶接継手の3次元残留応力分布を固有ひずみ法により測定した。研究対象とする継手は軸対称であるが、溶接は移動熱源であり、残留応力は複雑に変化していると考えられる。このため、固有ひずみ法を適用する場合、未知固有ひずみ数が非常に多くなる。そこで、未知数を大幅に減少させることができる関数表示固有ひずみ法を採用した。

解析には、固有ひずみ分布関数として10種類の関数を使用した。それらの関数による推定結果を診断し、本解析に最適な分布関数、言い換えると、最も信頼のおける推定結果を判定した。診断には、既報に置いて提案した評価法を適用した。これは、固有ひずみ法が統計学的には最小二乗法に基づいていることに注目した3段階の診断法である。第1段階は「残差からの診断」であり、第2段階は「統計学的見地からの診断」であり、第3段階は「専門知識からの診断」である。このような診断法により推定結果の精度と信頼性を評価し、最終的に、三角3項関数が本解析に最適な分布関数であると選定した。同関数を使用して得られた厚板配管溶接継手の3次元残留応力分布の特徴は以下の通りである。

周方向応力 σ_θ は溶接終端の外表面付近で、軸方向応力 σ_z は周方向の広い領域での外表面付近で大きな引張応力が生じている。一方、応力腐食割れ（SCC）に関連して注目される内表面付近では、周方向応力 σ_θ は極小さな引張あるいは圧縮となっており、軸方向応力 σ_z は溶接終端付近でやや大きな引張が生じている。板厚方向応力 σ_r は、厚板であるため、やや大きな引張応力が一部において見られる。

又、既報で提案した診断法により、今回も合理的と考えられる結論に至ることができたことは、2例だけではあるが、この診断法が固有ひずみ法による残留応力測定結果の評価

に一般的に適用することができることを示唆するものと考えられる。

謝 辞

本研究で使った解析プログラムは、下記の国家プロジェクトにおいて、大阪大学、三菱重工業（株）、（株）日本総合研究所（現（株）日本総研ソリューションズ）が共同で開発した『固有ひずみ法による3次元残留応力解析プログラム』を基に、一部、本解析用に機能アップしたものである。経済産業省及び関係各位に厚く謝意を表します。又、（株）日本総研ソリューションズ麻寧緒氏には、本研究において、FEM形状データ作成時にご協力を頂いた。心より感謝致します。

◆経済産業省「革新的実用原子力技術開発提案公募事業」（平成15年度～平成16年度）、研究題目『3次元溶接構造物の革新的内部残留応力測定及び亀裂進展解析の精緻化に関する技術開発』（代表：名山理介）

参 考 文 献

- 1) Y. Ueda, K. Fukuda, K. Nakacho and S. Endo: A New Measuring Method of Residual Stresses with the Aid of Finite Element Method and Reliability of Estimated Values, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 138 (1975), 499-507. (in Japanese), and Theoretical and Applied Mechanics, University of Tokyo Press, 25 (1977), 539-548, etc.
- 2) Y. Ueda and N.X. Ma: Estimating and Measuring Methods of Residual Stresses Using Inherent Strain Distribution Described as Functions (Report 1), Quarterly Journal of the Japan Welding Society, 11-1 (1993), 189-195. (in Japanese), etc.
- 3) K. Nakacho, T. Ohta, N. Ogawa, N. Ma, H. Hamaguchi, M. Satou and M. Nayama: Measurement of Welding Residual Stresses of Reactor Vessel by Inherent Strain Method - Measurement of Residual Stresses of Pipe-Plate Penetration Joint-, Quarterly Journal of the Japan Welding Society, 25-4 (2007), 581-589. (in Japanese).
- 4) K. Nakacho, N. Ogawa and T. Ohta: Measurement of Welding Residual Stresses of Reactor Vessel by Inherent Strain Method - Diagnosis of Inherent Strain Distribution Function -, Quarterly Journal of the Japan Welding Society, 27-4 (2009), 297-306. (in Japanese)
- 5) N. Ogawa and K. Nakacho: Measurement of Welding Residual Stresses of Reactor Vessel by Inherent Strain Method - Diagnosis of Strain Measurement Region for Accurate and Economical Study -, Quarterly Journal of the Japan Welding Society, 28-2 (2010), 208-215. (in Japanese)
- 6) T. Nakagawa and Y. Oyanagi: UP Applied Mathematics Series 7, University of Tokyo Press, ISBN 4-13-064067-4 (1982), Chapter 8. (in Japanese).
- 7) H. Akaike: Determination of the number of factors by an extended maximum likelihood principal, Research Memorandum no. 44, The Institute of Statistical Mathematics (1971), 1-11, etc.