固有ひずみ法による原子炉溶接継手の残留応力の測定*

－ ロバスト推定法（カット付き最小二乗法）の適用 －

中長 啓治**, 田中 洋輔***, 田村 涼太***, 小川 直輝****

Measurement of Welding Residual Stresses of Reactor Vessel by Inherent Strain Method*

- Application of Least Squares Method with Cut for More Accurate Estimation -

by NAKACHO Keiji**, TANAKA Yosuke***, TAMURA Ryota*** and OGAWA Naoki****

The objective of this study is to ensure the safety of nuclear reactors. A number of accidents occurred from the welded zones at pipe penetration points of the reactor vessel or in coolant pipes have been reported at sites around the world. One of the main causes of such leaks is welding residual stress. It is therefore very important to know the welding residual stress in order to maintain the safety of the plants, estimate plant life cycle and design an effective maintenance plan. Welded joints in nuclear reactors have complex shapes, and the welding residual stresses have complex three-dimensional distributions.

In this study, the mock-up is idealized and manufactured for the welded joint at the pipe penetration part of actual reactor vessel. The inherent strain method is applied to measure the welding residual stress of the joint accurately. The inherent strain method is an analytical method which solves an inverse problem using a least squares method.

For more accurate estimation, the robust estimation is applied to the inherent strain method. As one of the robust estimation methods, the least squares method with cut is used. The data of the measured strains are selected, based on the residuals. First, all data are used in the analysis. Some data which have large residuals are cut, and the next analysis is performed, using the rest of the data. Such calculation is repeated until a convergence condition is satisfied. A concrete procedure of the calculation is proposed. The welding residual stress of the joint is analyzed by such robust estimation method. As a result, high-accurate estimation is achieved. The significance of the result is discussed in detail.

Key Words: Welding residual stress, Measurement, Inherent strain method, Least squares method with cut, Finite element method, Nuclear power plants, Pressure vessel, Welded joint

1. 緒 言

本研究は原子炉の安全性及び健全性の向上を目的とし、国内外で損傷事象が報告されている原子炉容器溶接部の残留応力を測定するものである。残留応力の測定には固有ひずみ法¹⁾を適用する。本研究で対象とする継手は原子炉容器の管台貫通溶接部である。この継手は寸法的に小さく（ひずみの計測数が制限される）、しかも、応力分布が複雑に変化している（未知固有ひずみ数が非常に多くなる）と推察される。そこで、固有ひずみの分布を関数表示する手法²⁾を採用する。これにより、未知数を大幅に減少させ、測定を現実的なものとすることができる。

最初の報告³⁾（以後、第1報と呼ぶ）では、本研究の全容を示した。まず、上記継手の残留応力測定に適した関数表示固有ひずみ法の理論を具体的に展開し、それに基づいて有限要素法解析プログラムを構築した。更に、実継手に近い試験体（モックアップ）を製作して、同プログラムを使用し、その3次元溶接残留応力分布を測定した。その解析理論、実験手順、解析手順を詳細に説明し、最後に、代表的と思われた解析条件に対して得られた測定結果を示した。

2番目の報告⁴⁾（以後、第2報と呼ぶ）では、解析上、特に重要な固有ひずみ分布関数の適性診断を行った。本研究で開発した解析プログラムでは、10種類の分布関数を設定することができるようになっている。そこで、それらの分布関数の本解析への適応性を評価した。評価は固有ひずみ法が統計学的には最小二乗法に基づいていることに注目して、3段階の診断により進めた。第1段階は「残差からの診断」、第2段階は「統計学的見地からの診断」、最後の第3段階は「専門知識からの診断」である。「専門知識からの診断」では、溶接力学の観点から、まず、定量的に、次に、定性的に診断した。10種類の分布関数により得られた解析結果を、このような手順で評価し、分布関数の適応性の優劣を判定した。その結果、固有ひずみ分布関数として、多次多項関数3次式を使用した場合が最も信頼できる推定結果を与えていると結論付けた。

*受付日 平成23年7月22日 受理日 平成24年1月31日 平成20年度春季全国大会で発表、平成22年9月秋季全国大会で発表

**正 員 大阪大学接合科学研究所 Member, Joining and Welding Research Institute, Osaka University

***学生員 大阪大学大学院工学研究科 Student Member, Graduate School of Engineering, Osaka University

****正 員 三菱重工業（株）高砂研究所 Member, Takasago Research & Development Center, Mitsubishi Heavy Industries, LTD.

ところで、固有ひずみ法は上記のように統計学的には最小二乗法に基づいた測定法であるが、最小二乗法が最尤推定法であるためには、測定値に偏りがなく、その誤差が正規分布をし、更に、モデルにも近似の誤差がないこと、等を前提としている。しかし、これらの前提が、多少の許容範囲を認めたととしても、満足されることは極めて稀である(満足しない場合でも、最小二乗法は線形不偏最良推定法ではある)。本研究においても、これまでの解析結果を整理すると、誤差(残差)は裾の広い非正規型分布となっている。

このようなデータやモデルの不完全性を予期し、データに重みを付けることにより、最小二乗法としての推定精度を高める(分散を小さくする)ことを目標とした解析法が種々提案されている。それらは、総称、“ロバスト推定法(robust estimation, 頑健推定法)”と言われている。その中で、最も単純な重みを使用するのが“カット付き最小二乗法”である。この便法は、残差が“しきい値”を越えると、重みを0にする手法である。即ち、“しきい値”を越えたデータは取り除かれる。本研究では、固有ひずみ法に、この“カット付き最小二乗法”を適用し、残留応力推定の精度と信頼性の更なる向上を試みた。

2. 残留応力測定理論(関数表示固有ひずみ法)の概要

本研究では固有ひずみ法を適用する。“固有ひずみ”とは、ある構造物において応力が生じている場合、そのひずみを取り除く(0にする)と、その構造物が無応力状態になる、そのような“応力の発生源”となっているひずみのことである。

固有ひずみと残留応力は弾性的に、即ち、一意的に対応している。したがって、計測ひずみより固有ひずみを求めることができる。しかし、計測ひずみと固有ひずみの関係、固有ひずみと残留応力の関係を、3次元任意形状・任意固有ひずみ分布(任意残留応力分布)状態に対して、連続体の弾性力学理論より求めることは不可能である。そこで、有限要素法を用いて、それらの関係が定式化された。その理論が、著者が提案した“固有ひずみ法”¹⁾である。固有ひずみ法は逆問題としての解析法の一つである。

物体内で分布している固有ひずみを有限要素法で取り扱う場合、要素毎に異なると考えて取り扱うのが要素表示の固有ひずみ法¹⁾で、各要素の固有ひずみがそのまま未知数となる。本研究では、固有ひずみの分布を関数で表示することを考える²⁾。この場合、適切な分布関数を設定すると、その係数の値が分かると、固有ひずみ分布を得ることができる。言い換えると、分布係数が未知数で、計測ひずみから分布係数を推定することになる。関数表示することにより未知数の数を大幅に減少させることができる。

$$\{\varepsilon_s^*\} = [P_{sp}] \{A_p\} \quad (s=1 \cdots s_{\max}, p=1 \cdots q) \quad (1)$$

ここで、

$\{\varepsilon_s^*\}$: 物体内で分布している固有ひずみ成分(3次元なら最多6成分)

$[P_{sp}]$: 分布関数マトリックス

$\{A_p\}$: 分布係数ベクトル(未知数)

$s_{\max}$: 固有ひずみの成分数(3次元なら最多6成分)

q : 全固有ひずみ成分に対する分布係数の総数

$$q = \sum_{s=1}^{s_{\max}} P_s$$

P_s : 各固有ひずみ成分の分布係数の数

分布係数の値が確定された場合、固有ひずみ分布が確定され、そのような固有ひずみが分布しているとした場合の弾性ひずみ分布及び応力分布を弾性計算により求めることができる。

$$\{\varepsilon_k\} = [H_{kp}^E] \{A_p\} \quad (k=1 \cdots n, p=1 \cdots q) \quad (2)$$

ここで、 $\{\varepsilon_k\}$: 分布関数及びその分布係数の値に対応する弾性ひずみ

$[H_{kp}^E]$: $\{A_p\}$ と $\{\varepsilon_k\}$ の関係を表す弾性応答マトリックス

n : 全要素の弾性ひずみ成分の総数

$$\{\sigma_k\} = [M_{kp}^E] \{A_p\} \quad (k=1 \cdots n, p=1 \cdots q) \quad (3)$$

ここで、 $\{\sigma_k\}$: 分布関数及びその分布係数の値に対応する応力

$[M_{kp}^E]$: $\{A_p\}$ と $\{\sigma_k\}$ の関係を表す弾性応答マトリックス

n : 全要素の応力成分の総数(=弾性ひずみ成分の総数)

n 個の弾性ひずみ $\{\varepsilon_k\}$ の内、計測される弾性ひずみを m 個($q \leq m \leq n$)とし $\{\varepsilon_i\}$ で表すと(実際の計測ひずみは解放ひずみであるので、これと符号が逆になるが、ここでは、以後、これを、単に“計測ひずみ”と呼ぶ)、 $\{\varepsilon_i\}$ と固有ひずみ分布係数 $\{A_p\}$ の関係は式(2)を縮小することにより求められる(n 個の連立方程式の集合が m 個の連立方程式の集合となる)。この関係は測定方程式と呼ばれる。これを式(4)で表す。

$$\{\varepsilon_i\} = [H_{ip}^E] \{A_p\} \quad (i=1 \cdots m, p=1 \cdots q) \quad (m \geq q) \quad (4)$$

ここで、 $\{\varepsilon_i\}$: 計測ひずみ

$[H_{ip}^E]$: $\{A_p\}$ と $\{\varepsilon_i\}$ の関係を表す弾性応答マトリックス

m : 計測ひずみ数

式(4)の応答マトリックス $[H_{ip}^E]$ の成分は、固有ひずみに対する計測位置での感度を表している。即ち、 $[H_{ip}^E]$ の r 列目の成分は、 r 番目の固有ひずみ分布係数の単位量に対応する固有ひずみにより各計測位置で生じる弾性ひずみ量である。そ

ここで、有限要素法を用いて、 $[H_{ip}^F]$ の成分を、次のように求める。 $[H_{ip}^F]$ の 1 列目の成分は、 $\{A_p\}$ での 1 番目の成分を 1、他の成分を 0 とした状態での固有ひずみ分布を解析モデルに与え、各計測点で生じる弾性ひずみを計算する。各列に対して、このような弾性計算を繰返すことにより、 $[H_{ip}^F]$ の全成分を求めることができる（使用プログラムでは、全列を同時に計算している）。

計測誤差、等により、通常、計測ひずみ $\{\varepsilon_i\}$ は式 (2) 及び式 (4) を満足せず、両辺の値に差が生じる。これを統計学的に処理するために、計測する弾性ひずみ数を未知数である固有ひずみ分布係数の数より多くしておく ($q < m$)。式 (4) で両辺の値の差、即ち、誤差を $\{x_i\}$ で表すと、

$$\{m\varepsilon_i\} - [H_{ip}^F]\{A_p\} = \{x_i\} \quad (i=1\cdots m, p=1\cdots q) \quad (5)$$

ここで、 $\{x_i\}$ ：誤差

式 (5) は m 個のスカラ方程式から構成されており、誤差がなければ、その中の任意の q 個を用いると、すべての固有ひずみ分布係数を一意的に求めることができる。しかし、誤差が含まれていると、どの方程式（どの計測ひずみ）を選択するかにより、算出される固有ひずみ分布係数の値は違ったものとなる。そこで、統計学的手法を導入して、 m 個のすべての方程式（ m 個のすべての計測ひずみ）を用いて、確率的に最も生じやすい値（最確値）とその偏差を求める。

固有ひずみ分布係数の最確値を $\{\hat{A}_p\}$ で表すと、誤差 $\{x_i\}$ は残差 $\{v_i\}$ と呼ばれるものとなり、式 (5) は、

$$\{m\varepsilon_i\} - [H_{ip}^F]\{\hat{A}_p\} = \{v_i\} \quad (i=1\cdots m, p=1\cdots q) \quad (6)$$

ここで、 $\{\hat{A}_p\}$ ：固有ひずみ分布係数の最確値

$\{v_i\}$ ：残差

残差の平方和を S とし（式 (7)）、 S が固有ひずみ分布係数の最確値に対して最小となるように最小 2 乗法を適用する（式 (8)）。式 (8) は固有ひずみ分布係数の最確値を求める連立方程式となっており、正規方程式と呼ばれる。残差が式 (6) で表されることより、式 (8) より式 (9) を導くことができる。式 (9) は計測ひずみと固有ひずみ分布係数の最確値の関係を示している。

$$S = \{v_i\}^T \{v_i\} \quad (i=1\cdots m) \quad (7)$$

$$\partial S / \partial \{\hat{A}_p\} = \{0\} \quad (p=1\cdots q) \quad (\text{正規方程式}) \quad (8)$$

$$[H_{ip}^F]^T \{m\varepsilon_i\} = [H_{ip}^F]^T [H_{ip}^F] \{\hat{A}_p\} \quad (\text{正規方程式}) \quad (9)$$

$(i=1\cdots m, p=1\cdots q)$

$[H_{ip}^F]^T [H_{ip}^F]$ の逆マトリックスを求めると、固有ひずみ分布係数の最確値を計測ひずみに対する陽関数として表すことができる。

$$\{\hat{A}_p\} = \left([H_{ip}^F]^T [H_{ip}^F] \right)^{-1} [H_{ip}^F]^T \{m\varepsilon_i\} \equiv [G_{pi}^F] \{m\varepsilon_i\} \quad (i=1\cdots m, p=1\cdots q) \quad (10)$$

固有ひずみ分布係数の最確値と式 (2) 及び式 (3) より、弾性ひずみ及び残留応力の最確値を求めることができる。

$$\{\hat{\varepsilon}_k\} = [H_{kp}^F] \{\hat{A}_p\} \quad (k=1\cdots n, p=1\cdots q) \quad (11)$$

$$\{\hat{\sigma}_k\} = [M_{kp}^F] \{\hat{A}_p\} = [M_{kp}^F] [G_{pi}^F] \{m\varepsilon_i\} \equiv [N_{ki}^F] \{m\varepsilon_i\} \quad (k=1\cdots n, i=1\cdots m, p=1\cdots q) \quad (12)$$

又、最確値の精度は次式で表わされる測定誤差の分散の不偏推定量により評価できる。

$$\hat{s}^2 = \{v_i\}^T \{v_i\} / (m-q) = S / (m-q) \quad (i=1\cdots m) \quad (13)$$

固有ひずみ分布係数と残留応力の最確値の不偏分散は、それぞれ、

$$(\hat{s}_{A_p})^2 = \left(\sum_{i=1}^m (g_{pi}^F)^2 \right) \cdot \hat{s}^2 \quad (p=1\cdots q) \quad (14)$$

ここで、 g_{pi}^F ：式 (10) の $[G_{pi}^F]$ の成分

$$(\hat{s}_{\sigma_k})^2 = \left(\sum_{i=1}^m (n_{ki}^F)^2 \right) \cdot \hat{s}^2 \quad (k=1\cdots n) \quad (15)$$

ここで、 n_{ki}^F ：式 (12) の $[N_{ki}^F]$ の成分

標準偏差の推定値として、通常通り、不偏分散の正の平方根をとると、

$$\hat{s}_{A_p} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^m (g_{pi}^F)^2 \right) \cdot \hat{s}^2} \quad (p=1\cdots q) \quad (16)$$

$$\hat{s}_{\sigma_k} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^m (n_{ki}^F)^2 \right) \cdot \hat{s}^2} \quad (k=1\cdots n) \quad (17)$$

3. 解析対象と実験手順及び固有ひずみ分布関数³⁾

3.1 解析対象

原子炉容器管台貫通溶接部は管台となる円管を本体容器に接合するものであるが、一般的に非軸対称な形状をしている。この溶接部の残留応力を関数表示固有ひずみ法を適用して測定する。直接の解析対象とする試験体（モックアップ）を Fig. 1 に示す。母板とする厚板平板（板厚=110 mm、長さ×幅=700 mm×700 mm）に接合角 45° で管部材（外径=100 mm、板厚=15 mm、長さ=480 mm）が貫通溶接されている。異材継手であり、母板は SM490A、管は SUS316、溶接棒は ENiCrFe-1（ニッケル基合金 600 材）である。試験体は 0°-180° 断面に対する対称性を有している。実溶接も出来る限り左右対称に交互に行われるので、固有ひずみがこの断面に対して対称に分

Fig. 1 Mock-up of the welded joint of pressure vessel

布しているものと仮定する。

座標系としては円柱座標系を使用する。管部材の軸方向を z 、径方向を r 、周方向を θ で表す。応力や固有ひずみの成分はこの円柱座標系に対して表示する。固有ひずみの成分は右肩に“*”を付けて表す。例えば、直ひずみ3成分は ε_z^* , ε_r^* , ε_θ^* で表す。

3.2 実験の概要（切断及び計測手順）

実験の概要を説明する。Fig. 2 は試験体の切断及び解放ひずみ計測作業の流れを表している。図中、ひずみゲージの貼付位置に関しては、作業の概要が分かる程度に粗く示している。詳細は Fig. 3 に示されている。

- (1) 初期の試験体（モックアップ）を、以後、3D 試験体と呼ぶ。3D 試験体は2体準備する。3D 試験体の表面にゲージを貼付し、以後の切断時に解放されるひずみを計測する。
- (2) 3D 試験体において固有ひずみ存在領域を十分大きい目に想定し、その外部を切断し取り除く。切断後の試験体を3D-C 試験体と呼ぶ。3D-C 試験体も2体準備する。
- (3) 3D-C 試験体の一つより、 zr 面を面とする薄板を切断し、T 片と呼ぶ。T 片は周方向にいくつかの角度（ 0° - 180° 断面に対する対称性の仮定より、本実験では、 0° , 45° , 90° , 135° , 180° の5つの角度）において切り出す。各T 片の表面（切断面）にひずみゲージを貼付する。Fig. 3 (a) はひずみゲージ貼付位置を 0° - 180° 断面に対して示したものである。 45° , 90° 及び 135° 断面においても同様に貼付する。T 片を更に細片に切断し、その時に解放されるひずみを計測する。

Fig. 2 Procedure of experiment (cutting and measuring)

Fig. 3 Location of measuring

- (4) もう一つの3D-C 試験体より、母板の板厚方向に垂直な面を有する薄板（楕円リング状薄板）を切断し、L 片と呼ぶ。L 片は固有ひずみが存在していると想定される領域をすべて含むように複数枚（本実験では14枚）切り出す。各L 片の表面（切断面）にひずみゲージを貼付する。Fig. 3 (b) は 0° - 180° ライン上におけるひずみゲージ貼付位置を、すべてのL 片に対してまとめて示したものである。 45° , 90° 及び 135° における径方向にも同様に貼付す

る。L 片を更に細片に切断し、その時に解放されるひずみを計測する。

3.3 固有ひずみ分布関数

溶接残留応力を発生させている固有ひずみは、溶接溶融部での剛性回復後の熱ひずみと、溶接に伴う温度変化時に、同部を含め、その周囲に発生する塑性ひずみである。そこで、溶接部を含めその周囲に固有ひずみが存在すると考える領域を想定し、その領域内で、固有ひずみ各成分に対して、下記のような分布関数を設定した。

(1) zr 面に対する分布関数

分布関数として、多次多項関数と三角多項関数を準備した。局所座標系を設定し、固有ひずみ及び座標を正規化したものを以下に示す。局所座標系は、 zr 断面で管外面と母板の上表面との交点を原点としている。又、固有ひずみは多項式の各項の最大値で、座標は固有ひずみ領域端部の境界座標で無次元化することにより正規化した。変化に富んだ分布が表現できるように、二つの関数共、 z 方向及び r 方向に 5 項 ($N=5$) まで式展開しプログラム化した。

(a) 多次多項関数

$$\varepsilon_k^{zf}(\zeta, \xi) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_{ijk} \left(1 - \frac{\zeta}{Z_k}\right)^i \left(1 - \frac{\xi}{R_k}\right)^j \quad (18)$$

ここで、 k : zr 断面の番号

本解析では、 $k=0, 1, 2, 3, 4$ ($\theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ に対応)

ζ, ξ : 局所座標 (軸方向, 径方向)

Z_k, R_k : 局所座標系における固有ひずみ領域端部の座標 (軸方向, 径方向)

A_{ijk} : 固有ひずみ分布係数

(b) 三角多項関数

$$\varepsilon_k^{zf}(\zeta, \xi) = A_{1k} \left(1 - \frac{\zeta}{Z_k}\right) \left(1 - \frac{\xi}{R_k}\right) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N A_{ijk} \cos\left((2i-1)\frac{\pi\zeta}{2Z_k}\right) \cos\left((2j-1)\frac{\pi\xi}{2R_k}\right) \quad (19)$$

ここで、 A_{1k}, A_{ijk} : 固有ひずみ分布係数

(2) θ 方向 (周方向) に対する分布関数

固有ひずみの周方向の分布は、Lagrange の補間法により、 zr 面に対する分布を滑らかに補間して表現した。即ち、任意の角度での固有ひずみ分布は、5 つの zr 面 ($\theta=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$) に対する式 (18) 又は式 (19) による分布を Lagrange の補間多項式を用いて多次曲線で連続させることにより表した。その詳細に関しては文献 3 を参照されたい。

4. ロバスト推定法 (カット付き最小二乗法) の適用

4.1 従来の解析結果 (残差の分布)

計測ひずみより、最小二乗法を適用して固有ひずみ (最確

値) が求められる。その固有ひずみ (最確値) が生じさせる各計測位置での弾性ひずみ (最確値) は、通常、計測ひずみと一致しない。その差が残差である (式 (6))。最小二乗法はこの残差が全体として最小となるように適用されている。

$$\{\varepsilon_i\} - [H_{ip}]\{\hat{A}_p\} = \{\varepsilon_i\} - \{\hat{\varepsilon}_i\} = \{v_i\} \quad (i=1\cdots m, p=1\cdots q) \quad (6) \text{ bis}$$

ここで、 $\{\varepsilon_i\}$: 計測ひずみ

$\{\hat{A}_p\}$: 固有ひずみ分布係数の最確値

$\{\hat{\varepsilon}_i\}$: 弾性ひずみの最確値

$\{v_i\}$: 残差

本研究において、最初の解析は、上記のような理論の基に、2726 個のすべての計測データを使用して行った。その解析結果より、残差の分布を調べると、例えば、固有ひずみ分布関数として 3 次多項式を使用した結果では、Fig. 4 のようになる。縦軸が確率密度、横軸が残差の大きさである。図には、残差の平均値と分散を、偶然誤差が従うとされる正規分布の平均値と分散とした場合の分布 (ここでは、以後、これを単に正規分布と呼ぶ) も示している。実際の分布は正規分布とはかなり異なっており、中央付近の確率密度が高いが裾野も広い Cauchy 分布に近い非正規型分布となっている。

4.2 カット付き最小二乗法とは

固有ひずみ法で適用している最小二乗法は、それが最尤推定法であるためには、測定値に偏りがなく、その誤差が偶然誤差が従うとされる正規分布をし、更に、関数モデルにも近似の誤差がないこと、等を前提としている。しかし、これらの前提が、多少の許容範囲を認めたとしても、満足されることは極めて稀である。そこで、データやモデルの不完全性を予期し、データに重みを付けることにより、最小二乗法としての推定精度を高めようとする推定法が種々提案されている。それらは、総称、“ロバスト推定法 (robust estimation, 頑健推定法)” と呼ばれている。その大きな目標は、誤差の分布が正規分布の場合だけでなく、裾の広い非正規型、等の種々の誤差分布に対しても、パラメータの推定値の分散を出来るだけ小さくすることにある。

Fig. 4 Frequency distribution of residuals (initial)

ロバスト推定法として、“有効重み調整因子”が異なる種々の推定法が提案されている。その中で、最も単純な有効重み調整因子を使用するのが、“カット付き最小二乗法”である。この便法は、残差が“しきい値”を越えると、重みを0にする手法である。即ち、“しきい値”を越えたデータは取り除かれる。“しきい値”以内のデータには同じ重み1が与えられる。ここでは、残留応力の推定精度を向上させるために、固有ひずみ法に、この“カット付き最小二乗法”を適用してみる。

4.3 カット付き最小二乗法の適用方法

カット付き最小二乗法では、データを少しずつカットしながら再解析を繰り返す。その計算手順と繰り返し計算打ち切り条件について説明する。

4.3.1 計算手順

カット付き最小二乗法を適用する場合の計算手順を以下に示す。

- ①全データを使用して解析する。
- ②解析結果の残差の分布を調べる。
- ③ある“しきい値”より大きな“残差”を示すデータはカットし、残りのデータを使用して再解析する。
- ④再解析結果に対して、②と③を繰り返しながら、カットするデータを少しずつ増加させていく。

本研究では、“しきい値”として、残差の分布の標準偏差 $\hat{s}_v$ を使用する。適度な数が削減されると考えられる $2.0\hat{s}_v$ を“しきい値”として解析を行うことにする。

4.3.2 繰り返し計算打ち切り条件

次に、繰り返し計算を打ち切る条件を設定する。ロバスト推定法では、一般的に、各データに1から0までの重みを付け、繰り返し計算でその重みを調節していき、重みがほぼ変化しなくなった時に、重みの調整が十分達成されたとして、繰り返し計算を打ち切る。しかし、その重み収束の満足条件を理論的に明確に決めることはできず、解析者の経験と判断に依存する。例えば、SALS(最小二乗法標準プログラムシステム/東京大学大型計算機センター(現:情報基盤センター)開発)⁹⁾では、繰り返し計算において、前回と今回での各データの有効重みの変化量(絶対値)の総和が、今回の有効重みの総和の2%以下になった時に、重み調整を打ち切るとしている。しかし、この打ち切り条件に理論的根拠は特にない。

このような状況下で、カット付き最小二乗法での繰り返し計算打ち切り条件を考える。前述のように、最小二乗法が最尤推定法であるためにはいくつかの前提があるが、その一つが、測定誤差が正規分布をしていることである。そこで、この前提を打ち切り条件として用いる。即ち、繰り返し計算を行う毎に、結果の残差の分布を調べる。カットの“しきい値”を $2.0\hat{s}_v$ としたが、正規分布をしている場合は、その外側のデータの割合は約4.56%である。実際は、Fig. 4に示したように、初期の残差は裾野の広い非正規型分布となっており、 $2.0\hat{s}_v$ の外側のデータ(以後、 $2.0\hat{s}_v$ 外部データと呼ぶ)の割合は4.56%よりも多い。そこで、カットを繰り返し、 $2.0\hat{s}_v$ 外部データの割合

が4.56%よりも小さくなった時、正規分布に近付いたと判断し、繰り返し計算を打ち切ることにする。

4.4 残留応力推定結果の評価手順

固有ひずみ法は統計学的には最小二乗法に基づいた解析法である。最小二乗法は実験データに対する“あてはめ”法の一つであり、その解析結果の精度及び信頼性は、一般的に、三つの段階で診断するのが望ましいと考えられている⁹⁾。第1段階は「残差からの診断」、第2段階は「統計学的見地からの診断」、最後の第3段階は「専門知識からの診断」である。最後の診断は、解析結果の評価を統計学的機械処理に任せるのではなく(単に統計学的精度に依存するのではなく)、最終的には、解析者の専門学における常識等から、その結果が妥当なものであるのかを判断するものである。第2報では、この手順に従って診断を実施した。

ところで、第1段階の「残差からの診断」とは、すべての計測データを用いた解析結果において、“異常に大きな残差を示すデータ”を判別し、不良データとして取り除くことである。この診断の目的は、データを“大きな篩い(ふるい)”にかけることであるが、この考え方を発展させた一つの方法が“カット付き最小二乗法”であるとも言える。したがって、一般的な診断手順での第1段階は、本研究では、その発展型と言える“カット付き最小二乗法”を適用していることにより、既に実行されていることになる。

そこで、ここでは、第2段階の「統計学的見地からの診断」と第3段階の「専門知識からの診断」を実施する。「統計学的見地からの診断」は“測定誤差の分散の不偏推定量”を用いて行う。更に、この分散の影響が大きい残留応力最確値の偏差についても診察する。「専門知識からの診断」としては、「溶接力学からの診断」を、定量的に、そして、定性的に実施する。まず、定量的診断として、残留応力の最確値から求められる相当応力と材料の降伏応力の比較を行う。推定された残留応力が異常値に突出していないかを診察する。定性的診断としては、残留応力分布の特徴を定性的に診断する。分布に不合理な特徴や不自然さが見られないかを診察する。繰り返し計算において、毎回、これらの診断を実行しながら、データを少しずつカットしていく。

5. カット付き最小二乗法の適用結果

5.1 3次多項関数を使用した解析への適用

第2報では、固有ひずみ分布関数として、多次多項関数の3次式を使用した場合が最も信頼できる結果を推定していると結論付けた。そこで、ここでは、固有ひずみ分布関数として3次多項関数を使用する。他の解析条件(固有ひずみ分布領域パラメータ、等)も、同報で設定したものと同じ条件とした。

5.1.1 データカット履歴

4.3.1項に示した計算手順に従って、データをカットし、残っ

たデータを使用して、再解析を繰り返した。その時の繰返し回数とデータカット数及び $2.0\hat{s}_v$ 外部データの割合を Table 1 に示す。初期のデータ数は2726である。1回目の解析結果の残差よりカットしたデータ数は167である。2回目は193と少し増加しているが、その後は単調に減少している。又、 $2.0\hat{s}_v$ 外部データの割合は、1回目の解析結果では6.13%であり、2回目ではやや増加しているが、その後は単調に減少している。6回データカットした後の7回目の解析結果では、 $2.0\hat{s}_v$ 外部データの割合は4.24%となり、正規分布の場合の4.56%よりも小さくなった。そこで、ここで、繰返し計算を打切ることとした。打ち切り時のカット総数は840（最初全データの約30%）であり、残っているデータ数は1886（最初の約70%）である。この時の残差の分布を Fig. 5 に示す。正規分布にかなり近い分布になっている。

尚、カットされたデータの計測位置を調べると、特に偏りはなく、一様にかなり近い分布状態であった。

5.1.2 統計学的診断

(1) 測定誤差の分散の不偏推定量

最小二乗法による実験データの解析結果を統計学的に評価する代表的な基準値として、式 (13) に示した“測定誤差の分散の不偏推定量”（以後、単に“誤差の分散”と呼ぶ）がある。この基準値により、測定結果全体に対する総合的な“あてはめ”精度の評価を行うことができる。本研究では、推定結果の統計学的診断を、まず、この“誤差の分散”を用いて行う。

$$\hat{s}^2 = \{v_i\}^T \{v_i\} / (m - q) = S / (m - q) \quad (i = 1 \cdots m) \quad (13) \text{ bis}$$

ここで、 $\{v_i\}$ ：残差

m ：計測ひずみ数

q ：固有ひずみ分布係数の総数

データカットに伴う“誤差の分散”の変化を Fig. 6 に示す。“誤差の分散”はデータカットと共に単調に減少していつている。全データを使用した最初の解析結果では 4.85×10^{-8} であったのが、最後の7回目では 3.67×10^{-9} と大きく減少している。統計学的には、推定精度が大幅に向上したことになる。

(2) 残留応力最確値の偏差

次に、残留応力の最確値の偏差に注目する。最確値の偏差は、式 (17) により算出することができる。

$$\hat{s}_{\sigma_k} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^m (n_{ki}^F)^2 \right) \cdot \hat{s}^2} \quad (k = 1 \cdots n) \quad (17) \text{ bis}$$

ここで、 $\hat{s}_{\sigma_k}$ ：残留応力の最確値の標準偏差

$\hat{s}^2$ ：測定誤差の分散の不偏推定量（式 (13)）

n_{ki}^F ：式 (12) の $[N_{ki}^F]$ の成分

残留応力の最確値の絶対値が 100 MPa を越える中高応力要素に注目し、[偏差 / (最確値の絶対値)] 比の平均値を、垂

Fig. 5 Frequency distribution of residuals (after cut of 30% of data)

Fig. 6 Unbiased estimate of variance of errors

Fig. 7 Ratio of deviation to most probable value

Table 1 History of data cut

Num. of calculation	Increment of cut data	Total num. of cut data	Outside data of (2 x SD) (%)
1	0	0	6.13
2	167	167	7.54
3	193	360	6.26
4	148	508	5.59
5	124	632	5.40
6	113	745	4.80
7	95	840	4.24

SD : standard deviation of distribution of residuals

直応力3成分に対して、それぞれ、求めた。その結果を Fig. 7 に示す。式 (17) に示されているように、偏差は“誤差の分散”に比例するので、この比も、データカットと共に単調に大きく減少していていることが確認できる。

5.1.3 溶接力学的診断

(1) 定量的診断

次に、溶接力学的に推定結果を診断する。まず、定量的に、残留応力の相当応力と材料の降伏応力を比較する。材料の降伏応力としては、初期降伏応力と加工硬化後の降伏応力を比較の対象とする。加工硬化後の降伏応力としては2%伸び後の降伏応力（以後、2%硬化降伏応力と呼ぶ）を用いる。継手を構成する3つの材料において、有意な剛性を有する温度（1000℃程度）から室温に至るまでの全熱ひずみ量を各材料の線膨張係数を用いて求めると1.5%~2%程度である。これが完全に拘束された場合の2%硬化降伏応力を溶接残留応力が越える可能性はほとんどないと考え、結果の合理性の判定条件とした。各材料の初期降伏応力及び2%硬化降伏応力を Table 2 に示す。カットが進む各計算段階で、全要素15248に対して、残留応力6成分の最確値から相当応力を求め、それがこれらの降伏応力を越える要素の数を調べた。Table 3 に示すように、最初、2%硬化降伏応力を越える要素が3つ存在していたが、2回目からは0となり、6回目で1要素だけ生じるが、7回目では再び皆無となっている。全要素数が15248であり、有限要素法としての不可避の誤差を考慮すると、2%硬化降伏応力越え要素が極僅か生じることは許容されるものと考えられる。したがって、このような観点からは、合理的な状態を維持したままカットが進められたことになる。

(2) 定性的診断

最後に、繰返し打ち切り時の残留応力分布を、溶接力学の観

点から、定性的に診断としてみる。0°-180°断面における残留応力分布を Fig. 8~Fig. 10 に示す。軸方向応力、径方向応力及び周方向応力の最確値の分布を示している。それぞれ、(a) は第2報で示した準異常データだけを取り除いた場合の結果であり、(b) がここでの繰返し計算を打切った時の結果である。2つの結果を比べると、分布傾向に多少の相違が見られる。例えば、周方向応力の分布では、谷側（0°側）で、高引張応力領域は似ているが、ピークの位置が、(a) では溶接部と管の境界付近にあるのに対し、(b) では管の内表面付近へ変化している。しかし、(a) 及び (b) の分布特性に明らかな不自然さや不合理性は見当たらない。

5.2 4次多項関数及び三角多項関数を使用した解析への適用

第2報では、固有ひずみ分布関数として、多次多項関数で4次式を使用した場合は、統計学的には3次関数使用時より信頼性が高くなるが、溶接力学的には不合理な解となり、4次多項関数を使用することは不適切であると判断した。しかし、この時には、計測データのほぼすべてを使用しており、カット付きを適用した場合、データカットと共に、推定結果が合理的な方向へ改善されていく可能性がある。又、高次を使用するほど起伏に富んだ分布を表現することができ、一般的には望ましい。そこで、4次多項関数を使用した場合に対しても、カット付き最小二乗法を適用してみた。

3次多項関数使用時と同様の手順で計算を進めた。“誤差の分散”は、3次多項関数の場合と同様に、データカットと共に単調に減少していった。しかし、残留応力の相当応力が2%硬化降伏応力を越える要素数は、データカットする前の51から、カットと共に、単調に増加していった。そこで、繰返し計算を途中で打切った。

次に、三角多項関数を使用した場合に対しても、カット付き最小二乗法を適用してみた。3項の場合は、カット前には合理的であった結果が、カットを進めることにより不合理となり、又、4項の場合は、多次4項と同じような履歴を辿り、不合理な結果が合理的へと改善されることはなかった。

以上のように、今回の試みからは、データカットにより、不合理な推定が合理的へと改善されることはなく、逆に、合理的から不合理へと改悪されることがあることが分かった。そして、本解析に対しては、3次多項関数が最適関数であることが再認識された。

5.3 カット付き最小二乗法による推定結果の評価

以上のように、これまで最適関数とされた3次多項関数を用いた解析にカット付き最小二乗法を適用した場合、溶接力学的に合理的な状態を維持したまま、統計学的精度を大幅に向上させることができた。ここでは、その推定結果が有する意味（価値）を考察する。

4.2節で述べたように、ロバスト推定法の目的は、関数モデルが不完全であっても、又、データの測定誤差の分布が非正

Table 2 Material properties (Yield stresses)

	Material	Young's modulus (MPa)	Poisson's ratio	Initial yield stress (MPa)	2% yield stress (MPa)
Weld metal	ENiCrFe-1	2.14E+05	0.3	394	425
Pipe	SUS316	1.95E+05	0.3	240	288
Plate	SM490A	2.03E+05	0.3	330	382

Table 3 Comparison between equivalent stress and yield stresses

Num. of calculation	Num. of elem. Over initial	Num. of elem. Over 2%
1	121	3
2	85	0
3	89	0
4	99	0
5	149	0
6	148	1
7	159	0

Over initial : over initial yield stress

Over 2% : over 2% yield stress

Fig. 8 Most probable value of residual stress σ_z at section of 0° - 180° Fig. 9 Most probable value of residual stress σ_y at section of 0° - 180° Fig. 10 Most probable value of residual stress σ_θ at section of 0° - 180°

規型の分布であっても、パラメータの推定値の分散を出来るだけ小さくし、最小二乗法としての推定精度を高めることにある。そのために、解析結果の残差を元にデータに重みを付け、重みを修正しながら再解析を繰り返す。

一方、最小二乗法を適用する場合の基本として、異常なデータは取り除くが、正常なデータはすべてそのまま使用することが望ましいとされている。しかし、すべてのデータには

極僅かにせよ何らかの誤差が含まれていると考えられ、データを“正しいデータ”と“間違っているデータ”の2つにハッキリと区別することは非常に困難である。

このような目的と現実の下、カット付き最小二乗法では、残差の大きいデータを順次カットしていく。その繰返しをいつ打切るかを、理論的に明確に設定することは難しい。そこで、本研究では、4.3.2項に示したように、最小二乗法的前提

条件に関連させた、数値的に明確な打ち切り条件を設定した。そして、その条件を満足した時の結果を最終結果と考えた。

得られた推定結果は溶接力学的に合理的で統計学的精度は大幅に向上した。又、元のデータの約70%が残留している。残留したデータ数は未知係数の数の約14倍あり、十分な数の正常(らしき)データが残っている。したがって、最小二乗法を適用する場合に望まれる条件、即ち、正常らしきデータを出来るだけ多く残すことを満足し、且つ、ロバスト推定法の適用目的、即ち、推定値の分散を出来るだけ小さくする目的を十分達成することができたものと考えられる。

しかしながら、一方において、最小二乗法の原則に固執する考え方が根強く残っている。そこで、その立場をとるのであれば、統計学的精度は劣っていても、第2報で示した推定結果の方を信認することになる。単純最小二乗法、ロバスト推定法、そのどちらの推定法を採用するかを決めるのも、解析者の判断である。本論文では、ロバスト推定法としてカット付き最小二乗法を適用する場合の計算法とその効果を示した。

6. 結 言

本研究は、原子炉容器の管台貫通溶接部の溶接残留応力を固有ひずみ法により測定し、その推定精度をより向上させることを試みたものである。

本研究の基礎となった第1報では、研究の全容(解析理論、実験手順、代表的解析結果、等)を示し、第2報では、解析に使用する固有ひずみ分布関数の適性診断を行った。解析では、通常の最小二乗法をそのまま用いて、計測ひずみのほぼすべてを使用した。

本研究では、“ロバスト推定法”の一つである“カット付き最小二乗法”を適用し、解析に使用するデータを選択することにより、残留応力の推定精度と信頼性を向上させることを試みた。即ち、計測データとして、そのすべてを使用するのではなく、解析した結果の残差を基に、データに1か0の重みを付け、重み0のデータをカットし、再解析を繰返す計算法を適用した。その結果、以下の結論を得た。

- (1) 第2報で、固有ひずみ分布関数として最適と診断された3次多項関数を使用して、カット付き最小二乗法を適用し、繰返し計算打ち切り条件を設定して、解析を実行した。元の約30%のデータをカットした時点で、繰返し計算

打ち切り条件が満足され、解析を終了した。その結果、溶接力学的に合理的な状態を維持したまま、統計学的精度を大幅に向上させることができた。

- (2) 第2報で、統計学的精度は3次多項関数より高いが、溶接力学的には不合理な解を与えると診断された4次多項関数を使用して、同様の解析を実行した。データカットを進めることにより、不合理な推定が合理的へと改善されることはなかった。又、三角多項関数に対しても適用したが、同様の結果となり、本解析に対しては、3次多項関数が最適関数であることが再認識された。

謝 辞

本論文は、経済産業省「革新的実用原子力技術開発提案公募事業」において、平成15年度に2年計画として採択された研究「3次元溶接構造物の革新的内部残留応力測定及び亀裂進展解析の精緻化に関する技術開発(代表:名山理介)」の成果を基に、測定の精緻化を更に進めたものである。解析法の改善を試み、追加の解析を実行し、同研究を一層発展させた。経済産業省及び関係各位に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Y. Ueda, K. Fukuda, K. Nakacho and S. Endo: A New Measuring Method of Residual Stresses with the Aid of Finite Element Method and Reliability of Estimated Values, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, 138 (1975), 499-507. (in Japanese), and Theoretical and Applied Mechanics (University of Tokyo Press), 25 (1977), 539-548, etc.
- 2) Y. Ueda and N.X. Ma: Estimating and Measuring Methods of Residual Stresses Using Inherent Strain Distribution Described as Functions (Report 1), Quarterly Journal of the Japan Welding Society, 11-1 (1993), 189-195. (in Japanese), etc.
- 3) K. Nakacho, T. Ohta, N. Ogawa, N. Ma, H. Hamaguchi, M. Satou and M. Nayama: Measurement of Welding Residual Stresses of Reactor Vessel by Inherent Strain Method -Measurement of Residual Stresses of Pipe-Plate Penetration Joint-, Quarterly Journal of the Japan Welding Society, 25-4 (2007), 581-589. (in Japanese).
- 4) K. Nakacho, N. Ogawa and T. Ohta: Measurement of Welding Residual Stresses of Reactor Vessel by Inherent Strain Method -Diagnosis of Inherent Strain Distribution Function-, Quarterly Journal of the Japan Welding Society, 27-4 (2009), 297-306. (in Japanese).
- 5) T. Nakagawa and Y. Oyanagi: UP Applied Mathematics Series 7, University of Tokyo Press, ISBN 4-13-064067-4 (1982), Chapter 8. (in Japanese).