ハンマーピーニング施工による溶接継手の疲労寿命向上機構*

森影 康**, 半田 恒久**, 田川 哲哉**, 池田 倫正***

Improvement mechanisms of fatigue strength in weld joints by hammer peening*

by MORIKAGE Yasushi**, HANDA Tsunehisa**, TAGAWA Tetsuya** and IKEDA Rinsei***

The hammer peening process is well known as one of the methods to improve fatigue lives in welded joints. Peening induces a compressive residual stress field near the weld toe in which fatigue crack usually initiates. When this method is applied to large scale welded structures, the effects of the induced compressive residual stress on fatigue crack initiation stage and propagation stage should be separately comprehended because the balance of both stages in total fatigue life will be changed for different structure scales. In this study, the improvement mechanisms in fatigue crack initiation and propagation lives due to a compressive residual stress field was clarified by experimental observations of crack propagation behavior. The morphologies of propagating surface crack front were quantified in the specimens of plate and gusset welded joint with and without the hammer peening process. The experimental results suggested that the deeper aspect ratio of an elliptical surface crack just after crack initiation and propagation in the peened specimens induced fatigue crack retardation. Fatigue crack retardation in the peened specimens was discussed to clarify the fatigue crack life improvement mechanisms from the viewpoint of the stress intensity factor range suppression due to the crack aspect ratio.

Key Words: Fatigue strength, Weld joint, Peening, Residual stress, Elliptical surface crack, Stress intensity factor

1. 緒 言

橋梁および造船分野において、継手疲労寿命向上は重要な課題であり、球状の先端工具を用いるハンマーピーニングや超音波ピーニングにより止端を打撃し、止端形状を平滑化すると同時に導入される圧縮残留応力により溶接継手の疲労寿命向上を実現する手法が従来より数多く提案されている¹⁾²⁾³⁾⁴⁾。

各種ピーニングにより止端部表層に導入される圧縮残留応力は疲労亀裂の発生を遅延させるだけでなく、疲労亀裂先端が圧縮残留応力層内にある場合には疲労亀裂発生後も亀裂閉口効果による進展遅延をもたらすと一般に理解されている。これまでに著者らは、面外ガセット溶接継手に対して、グラインダで止端を仕上げた場合と先端半径4.5mmの円弧状ツールを用いてハンマーピーニング処理を施した場合とで、疲労強度を比較した¹⁾²⁾。処理後の止端部形状が同一であった場合でも、グラインダ仕上げではIIW疲労設計曲線でFAT100等級程度の疲労強度がピーニング処理の場合ではFAT140等級に向上した（応力範囲250MPa以下の場合）。この結果はピーニング処理により導入された圧縮残留応力が疲労損傷の進行を抑制したことを示しているが、疲労寿命における疲労亀裂発生過程と疲労亀裂進展過程の寿命内訳は対象とする継手の形状や応力範囲に応じて異なる

ため、導入された圧縮残留応力による疲労亀裂発生・進展の各過程への寄与の程度は明らかでない。また、半楕円表面亀裂が十分に板厚方向に進展し亀裂最深部先端が表層の圧縮残留応力域を逸脱した場合や疲労亀裂が板厚貫通した場合であっても、表層に導入された圧縮残留応力による疲労亀裂伝播抑制の効果があることが報告⁵⁾⁶⁾されているなど、単純に亀裂発生遅延と進展亀裂への閉口効果だけでは圧縮残留応力による寿命改善効果を説明できない状況もある。すなわち、ハンマーピーニングにより回し溶接継手止端に導入された圧縮残留応力がもたらす疲労寿命改善において、疲労亀裂の発生から進展そして破断に至るそれぞれの過程における圧縮残留応力の寄与の機構や程度は十分に明らかにされていない。

本研究では、ハンマーピーニング処理を施した面外ガセット継手およびグラインダ処理を施した継手の疲労試験を実施した。それぞれの試験片において、止端部に疲労亀裂が発生した直後から十分に内部進展するまでの表面亀裂形状の変化に着眼して両者の亀裂伝播挙動を比較し、ハンマーピーニング処理により溶接止端表層に導入された圧縮残留応力が疲労寿命改善へ寄与する機構に関して検討した。

2. 実 験 方 法

供試材は25mm厚のAH36級鋼材であり、その化学組成をTable 1に、機械的性質をTable 2に示す。この供試材に、溶接材料JIS Z3313 T 490J 0 T1-0 C A-U 1.2mmφのフラックス入りワイヤを用い、電流240A、電圧35V、溶接速度

*受付日 平成29年12月27日 受理日 平成30年5月9日

**正 員 JFE スチール株式会社 Member, JFE Steel Corporation

***正 員 JFE スチール株式会社 (現在JFE テクノリサーチ株式会社) Member, JFE Steel Corporation (Now JFE Technology Research Corporation)

Table 1 Chemical composition of base plate (mass%)

C	Si	Mn	P	S
0.15	0.28	1.14	0.013	0.004

Table 2 Mechanical property of base plate

YS [MPa]	TS [MPa]	El [%]
402	511	27

Fig. 1 Shape and sizes of test piece with welded gusset

30cpmの条件で両面にガセットを溶接し、Fig.1に示す疲労試験片を作製した。ハンマーピーニングを施す試験片については、ルートからの疲労亀裂発生を抑制するため、Fig.2に示す開先付きのガセットを用い、初層にはJIS Z3312 YGW11 1.2mmφのソリッドワイヤを用いた溶接を行い、2層目にJIS Z3313 T 490J 0 T1-0 C A-U 1.2mmφを用いた溶接を行った。

溶接ままの継手（以降溶接まま試験片と記載）のほか、2体の試験片については、半径4.5mm×長さ5mmの半円柱状の先端ピンを用いて、空気圧0.63MPa、対象物に与える振動数90Hzの条件で溶接止端を打撃したハンマーピーニング処理を行った試験片（以降ピーニング処理試験片と記載）と比較として主に止端角度の改善を狙いハンドグラインダを用いた止端仕上げ処理を施した試験片（以降グラインダ処理試験片と記載）を準備した。それぞれの試験片の溶接止端部についてはレーザ変位計を用いて形状測定を実施した。

溶接まま試験片、グラインダ処理試験片、ピーニング処理試験片のそれぞれについて実施した疲労試験の試験応力条件をTable 3に示す。最大荷重一定の2つの異なるブロック波形応力（所定の応力振幅と繰返し数）を交互に負荷する疲労試験を実施し、ビーチマークを導入した。すなわち、

Fig. 2 Shape of gusset in case of hammer peening specimen

Table 3 Fatigue test conditions including beach mark technique

Mark	Status	R	$\sigma_{\max}$ ($\sigma_{\max}$) [MPa]	$\sigma_{\min}$ ($\sigma_{\min}$) [MPa]	Cycles in a repeated block stress set
A1	as weld	0.1 (0.5)	255.5 (255.5)	25.5 (127.8)	2.5×10^4 (2.5×10^4)
A2	as weld	0.1 (0.5)	233.3 (233.3)	23.3 (116.7)	2.5×10^4 (2.5×10^4)
G1	Grinding	0.1 (0.5)	255.5 (255.5)	25.5 (127.8)	5.0×10^4 (5.0×10^4)
G2	Grinding	0.1 (0.5)	233.3 (233.3)	23.3 (116.7)	5.0×10^4 (5.0×10^4)
P1	Peening	0.1 (0.5)	255.5 (255.5)	25.5 (127.8)	5.0×10^4 (5.0×10^4)
P2	Peening	0.1 (0.5)	233.3 (233.3)	23.3 (116.7)	1.0×10^5 (1.0×10^5)

応力比0.1を主応力条件、ビーチマーク導入時は応力比0.5とし、応力繰返し数 2.5×10^4 回～ 1.0×10^5 回毎に応力比を切り替えた。疲労試験後、破断面のビーチマークの観察により、表面亀裂の試験片幅方向と板厚方向の亀裂長さの変化を計測した。以降、表面亀裂の試験片幅方向の長さを表面亀裂長さ $2c$ 、板厚方向の長さを表面亀裂深さ a と呼ぶ。なお、測定は、破面上でビーチマークが目視により認識された箇所のみ行った。

3. 実験結果

溶接まま試験片、グラインダ処理試験片およびピーニング処理試験片のそれぞれに対してレーザ変位計により測定した止端部の断面形状をFig.3に示す。溶接まま試験片の止端半径は0.3mm、グラインダ処理試験片は6.4mm、ピーニング処理試験片は6.8mmであった。また、X線により測定したハンマーピーニング処理材の止端部表面近傍の残留応

Fig.3 Profiles near weld toe in as weld specimen and specimens subjected to post weld treatments.

Fig.4 S-N diagrams of gusset weld joint specimens

Fig.5 Appearance after fatigue fracture in the specimen of Mark P2

力は、 $-324 \sim -456$ MPa の圧縮応力であり、供試材の降伏応力を考えると妥当な値と思われる。また、同様のハンマーピーニング処理を行った継手試験片の止端部を深く電解研磨することによって、止端部の直下 0.4 mm の深さでも -195 MPa の圧縮応力が存在していることを確認している。

各試験片の疲労試験結果を Fig.4 に示す。図横軸の破断寿命は、ビーチマーク導入を意図した応力比 0.5 の応力条件も含めた最大応力の累積回数で示している。ピーニング処理試験片では、他の 2 種類の試験片に比べて疲労寿命が著しく向上した。なお、ピーニング処理試験片について、低応力側の試験体（記号：P2）は、ガセットのルート側より疲労亀裂が発生し、Fig.5 に示すようにガセットを貫通して破断した。

Fig.6 Fracture surfaces after fatigue test using beach mark technique (Maximum stress : 255.5 MPa)

各試験片の疲労破壊破面のマクロ観察写真および止端近傍の拡大写真を Fig.6 に、破面上のビーチマークのトレースを重ねた写真を Fig.7 にそれぞれ示す。以降、破面上のビーチマークとして目視で確認される表面亀裂の形状を各試験片間で比較する。溶接まま試験片は、最初のビーチマーク導入時点（応力比 0.1 での繰返し数 2.5×10^4 回）で、溶接止端に沿って表面亀裂長さ方向（Y 方向）に伸長した前縁形状となっていた。グラインダ処理試験片においては、最初のビーチマーク導入時点（同 5.0×10^4 回）では、溶接止端の表面亀裂長さ方向（Y 方向）には、溶接まま試験片ほどの伸長は確認されなかった。

一方、ピーニング処理試験片では、応力比 0.1 の繰返し数が 6.5×10^4 回となった時点においてビーチマークが目視で確認された。また、ビーチマークが目視で確認された段階から、半楕円表面き裂の前縁形状は深さ方向（Z 方向）に伸

Fig. 7 Trace of beach mark on fracture surfaces after fatigue test (Maximum stress : 255.5 MPa)

長している傾向が他の溶接継手に比べて顕著であった。さらに、疲労亀裂が進展した段階においても深さ方向(Z方向)に伸長している傾向が見られた。

ビーチマークの観察により導出した半楕円形状の表面亀裂の長さ $2c$ および深さ a の変化を Fig. 8 に示す。疲労亀裂発生の際の厳密な定義は難しいが、Fig. 8 の疲労亀裂進展曲線から類推される疲労亀裂発生は溶接まま試験片およびグラインダ処理試験片に比べてピーニング処理試験片の場合に長さ方向、深さ方向ともに著しく遅延する傾向にある。また、等しい亀裂長さ $2c$ および深さ a で比較すると、Fig. 7 の勾配であるき裂進展速度もピーニング処理試験片で小さい。亀裂長さ $2c$ および深さ a の進展を比較すると、溶接まま試験片およびグラインダ処理試験片では試験片幅方向の亀裂長さ $2c$ が深さ a に比べて優先的に進展する形態となるのに対して、ピーニング処理試験片の疲労亀裂は、深さ方向への進展が、試験片幅方向への亀裂に対して優先している傾向にある。

各溶接継手試験片の亀裂拡大に伴う半楕円亀裂のアスペ

Fig. 8 Variation of crack length and crack depth against applied load cycles (Maximum stress : 255.5 MPa)

Fig. 9 Relation between relative crack depth and aspect ratio of surface crack (Maximum stress : 255.5 MPa)

クト比変化 (a/c) を Fig. 9 に示す。亀裂の大きさは試験片厚に対する亀裂深さ比 (a/t) で代表して示している。溶接まま試験片およびグラインダ処理試験片では、ビーチマークが目視で確認された段階においてアスペクト比が 0.4 以下であり、亀裂深さの増大に対してアスペクト比 a/c が徐々に上昇する傾向にある。一方、ピーニング処理試験片ではビーチマークが目視で確認された段階でアスペクト比が約 1.6 であり、 a/t が約 0.1 までの亀裂進展初期においてはアスペクト比が大きく上昇して約 1.8 で最大値を示した後、下降する傾向が確認された。

各溶接継手におけるビーチマーク間隔よりその間の深さ方向亀裂伝播速度の平均値を導出した。Fig. 10 に深さ方向進展速度を表面亀裂の深さに対して示す。深さが小さい段階においては、ピーニング処理試験片が他の溶接継手に比べて、等しい亀裂深さにおける進展速度が小さく、かつその増加が緩やかであった。ただし、亀裂深さが約 15 mm になると、いずれの溶接継手ともほぼ等しい伝播速度となった。

Fig. 10 Relationship between crack depth and crack propagation rate in depth direction of surface crack (Maximum stress : 255.5 MPa)

4. 考 察

4.1 表面亀裂形状に及ぼす溶接止端の各処理方法の影響

前章で示したように、溶接まま試験片に比較して、グラインダ処理試験片、ピーニング処理試験片の順に疲労寿命が改善され、それに応じた表面亀裂の前縁形状の変化が確認された。

一般に、溶接止端から疲労亀裂進展過程においては、複数の亀裂が発生した後に成長し、合体することが知られている⁷⁾。また、森ら⁸⁾は、溶接部が未処理の面外ガセット溶接継手のビーチマーク試験により、複数箇所から発生した表面亀裂が結合して一体となることを示している。本研究の溶接まま継手においても、溶接止端の広範囲において疲労亀裂が複数発生した直後に結合して一体となったと考えられる。一方、グラインダ処理試験片では、溶接まま試験片に比べて表面亀裂のアスペクト比変化に大きな違いは見られなかったものの、疲労亀裂の発生自体が遅延したことに加え、表面亀裂発生点が溶接止端からの狭い範囲に限定されたため、ビーチマークを確認できた時点における表面亀裂長さが短い状況になったと推測される。これはグラインダ処理試験片では止端平坦化により、散在する局所の高応力集中部が低い値に平均化されたことに起因したものと考えられる。

ピーニング処理試験片については疲労亀裂が確認された時点の繰返し数が著しく大きく、かつビーチマークが目視で確認された段階から、半楕円表面き裂の前縁形状は深さ方向に伸長している傾向が他の溶接継手に比べて顕著であった。これは、ハンマーピーニングによる圧縮残留応力導入効果で疲労亀裂の発生が著しく遅延したことによる。さらに、止端形状平滑化によって疲労亀裂発生点が限られた箇所となり、疲労亀裂発生直後から長さの小さい表面亀裂になったと推測される。疲労亀裂進展過程においては、止端部表層にのみ存在する圧縮残留応力により疲労亀裂発

Fig. 11 Relationship between relative crack depth and stress intensity factor range at deepest point of surface crack

生直後から表面亀裂長さ方向への疲労亀裂伝播が抑制された結果、亀裂深さ方向に優先しアスペクト比の大きい前縁形状となったと考えられる。

4.2 ハンマーピーニングによる疲労亀裂遅延効果

前章で示したピーニング処理試験片の実験結果においては、ビーチマークが初めて目視確認された初期段階より、亀裂深さ方向に優先して進展したにもかかわらず、亀裂深さ方向の伝播速度が他の試験片に比べて低い傾向にあった。本項では、ピーニング処理試験片における表面亀裂進展の遅延現象を理解するため、ビーチマークのアスペクト比変化に着目し、応力拡大係数範囲 (ΔK) の変化を算定した。応力拡大係数の算定には、Newman & Raju の式⁹⁾および溶接止端の応力集中考慮のため Maddox & Andrew の式¹⁰⁾を用いた。また、応力拡大係数の算定において残留応力は考慮せず、形状の影響のみの考慮を行った。

各試験片における応力表面亀裂最深部の応力拡大係数範囲 (ΔK_a 値) の変化を、Fig. 11 に示す。他の継手試験片に比べてピーニング処理試験片では、疲労亀裂が確認された時点で、等しい亀裂深さにおける ΔK_a 値が小さくなっている。これは、疲労亀裂進展の初期段階から、疲労亀裂の前縁形状のアスペクト比 a/c の値が大きかったことに起因する。さらに、表面亀裂の進展・拡大の過程においても亀裂深さが約 2.5 mm ($a/t=0.1$) 以下の範囲ではピーニング処理試験片の ΔK_a 値の上昇が他の継手に比べて鈍い。疲労亀裂進展過程においても、表面亀裂前縁の高いアスペクト比 ΔK_a 値上昇の抑制傾向が確認された。

ピーニング処理試験片における表面亀裂伝播・拡大中の応力拡大係数範囲の変化を亀裂最深部および亀裂表面のそれぞれ (ΔK_a 値, ΔK_s 値) について Fig. 12 に示す。図では表面亀裂のアスペクト比の変化と比較して示している。一般に応力拡大係数範囲は亀裂の拡大とともに単調に上昇する。Fig. 12 の結果でも、ピーニング処理試験片における表面亀裂伝播・拡大中の応力拡大係数範囲の変化を亀裂最深部および亀裂表面のそれぞれ (ΔK_a 値, ΔK_s 値) について

Fig.12 Variations of stress intensity factor range at crack depth position and surface position during surface crack propagation in comparison with crack aspect ratio in hammer peening specimen (Mark : P1)

Fig.12に示す。図では表面亀裂のアスペクト比の変化と比較して示している。一般に応力拡大係数範囲は亀裂深さが約2.5mm以上では、 ΔK_a 値、 ΔK_c 値ともに単調な上昇傾向を示す。しかし、亀裂進展初期段階に着目すると、応力拡大係数範囲の変化はその傾向にない。すなわち、亀裂深さ比 a/t が約0.1 ($a=2.5\text{mm}$ に対応) 以下の範囲では ΔK_a 値、 ΔK_c 値とも増加は顕著でなく、特に表面亀裂最深部の ΔK_a 値は亀裂深さ拡大に対して $11\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$ 程度でほぼ一定値となっている。こうしたK値上昇の抑制が現れた状況は、表面亀裂のアスペクト比が1.5を越える領域に対応している。

4.3 ハンマーピーニングによる継手の疲労寿命向上機構

疲労亀裂の発生から進展に至る過程において、本実験結果から類推されるハンマーピーニングによる疲労特性向上機構を模式的にFig.13に示す。本試験においては、疲労亀裂の発生挙動を直接確認はできなかったが、ピーチマークの形状観察により次のように推測される。溶接ままの継手では、溶接止端に沿って散在する複数の応力集中箇所において表面亀裂が発生し、それらが早い段階で合体したため、長さ方向に進展したアスペクト比 a/c の小さい表面亀裂となった。一方、ハンマーピーニングを施した溶接継手においては、疲労亀裂発生直後からアスペクト比 a/c の大きな深さ方向に伸長した表面亀裂となる。これは、止端形状改善による応力集中の緩和と同時に、導入された圧縮残留応力により疲労亀裂発生箇所がより試験片幅方向の中央部付近

Fig.13 Mechanism of fatigue crack initiation and crack propagation in case of weld joint applied hammer peening process

に限定され、結果として疲労亀裂発生点の数が減少したこと起因したものと考えられる。止端形状改善と導入された圧縮残留応力は表面亀裂の形状変化だけではなく、それに至るまでの寿命も改善させる。その後の表面亀裂進展拡大過程においては、表面亀裂長さ方向の亀裂進展が止端部表層に導入された圧縮残留応力により抑制され、亀裂深さ比 a/t が約0.1 ($a=2.5\text{mm}$ に対応) に達するまで亀裂アスペクト比はさらに上昇する。アスペクト比 a/c が高くなると、表面亀裂進展・拡大に伴う表面亀裂最深部のK値の上昇は抑制されることから、深さ方向へ亀裂が進展を続けている間も疲労亀裂進展速度はほとんど上昇しない。この段階は最深部の亀裂先端は既にピーニングによる圧縮残留応力層(表面下約0.4mm, $a/t=0.016$)を大きく逸脱している。また、田井ら¹¹⁾はハンマーピーニング施工部直下における表面からの深さが約0.7mmで残留応力が0となることを示している。このことから、最深部の亀裂先端において圧縮残留応力が直接亀裂閉口をもたらした実効K値を抑制した効果があったとは考えにくい。すなわち、止端部表層の圧縮残留応力が表面亀裂のアスペクト比を増大させる亀裂前縁形状の変化をもたらした。K_a値上昇を抑制したことにより、表面亀裂最深部の亀裂進展が遅延したものと考えられる。これは止端近傍に放電加工により人工欠陥を導入した試験片でも確認された現象である⁵⁾⁶⁾。

ピーニングにより導入された圧縮残留応力による溶接継手の疲労強度向上効果は、従来から疲労亀裂の発生抑制(遅延)および疲労亀裂先端の亀裂閉口効果であると考えられてきた。しかし、上記効果に加え、本研究では亀裂発生点数が減少したことによる亀裂発生直後の亀裂前縁形状、その後の表面亀裂進展・拡大過程においては、表層の圧縮残

留応力による表面亀裂の長さ方向への進展抑制によりもたらされた亀裂前縁形状の深さ方向伸長化（アスペクト比の増大）も疲労寿命向上に寄与していることが示唆された。この効果は圧縮残留応力による二次的な改善効果であり、残留応力を積極的に利用した亀裂形状制御の発想は疲労寿命改善手法の一つとして期待される。

5. 結 言

ガセット溶接継手回し溶接止端にハンマーピーニングを施して圧縮残留応力を導入した場合の疲労亀裂の進展挙動を溶接ままの状態、止端部をグラインダにより仕上げた場合と比較し、以下の結論を得た。

- 1) ビーチマークの計測によって得られた亀裂進展過程において、溶接まま試験片、グラインダ処理試験片に比較してピーニング試験片では格段に長寿命化していた。これはピーニングによる圧縮残留応力による単純な亀裂発生寿命の長寿命化に加え、疲労亀裂発生点数が減少したことによる表面亀裂の合体抑制および進展初期の表面亀裂アスペクト比が深さ方向に伸長化したことによる。
- 2) 表面亀裂が進展・拡大し、最深部亀裂先端が圧縮残留応力層から大きく逸脱した場合であっても、最深部の疲労亀裂進展に抑制効果が確認された。これは表面亀裂の進展・拡大において、表面長さ方向の進展が表層の圧縮残留応力により抑制されたことにより、表面亀裂形状が亀裂深さ方向に伸長化し、最深部でのK値上昇を抑制したためである。これはピーニングにより表層にのみ導入さ

れた圧縮残留応力による疲労亀裂形状変化を介した2次的な寿命改善効果と言える。

参 考 文 献

- 1) Y. Morikage, K. Nakanishi, S. Igi, T. Murakami, H. Tomo : Proceedings of Constructional Steel, 21(2013), pp790-794. (in Japanese).
- 2) Y. Morikage, S. Igi, and K.Oi : Proceedings of the ASME 2013 Pressure Vessels and Piping Conference PVP2013, July 14-18, 2013, Paris, France.
- 3) Y. Morikage, S. Igi and K. Oi : Proceedings of the Welding Structure Symposium (2014), pp.473-476 (in Japanese).
- 4) J. Hara, T. Shimoda, T. Deguchi, M. Mouri, T. Fukuoka, K. Koshio and D. Kano : Conference proceedings, the Japan Society of Naval Architects and Ocean Engineers, 10 (2010), pp599-602 (in Japanese).
- 5) Y. Morikage, S. Igi, T. Tagawa, K. Oi, K. Murakami, K. Gotoh : Preprints of the National Meeting of JWS, Vol. 98(2016), pp.F19-23 (in Japanese).
- 6) Y. Morikage, S. Igi, T. Tagawa, K. Oi, K. Murakami and K. Gotoh : Effect of compressive residual stress on fatigue crack propagation, PRADS2016, September 4-9, 2016, Copenhagen, Denmark.
- 7) K. Gotoh : Journal of the Japan Welding Society, Vol. 77 (2008), pp.273-277 (in Japanese).
- 8) T. Mori, T. Inomata, S. Hirayama : Steel construction engineering, Vol.11, 42(2004), pp.55-61 (in Japanese).
- 9) J. C. Newman, Jr. and I. S. Raju : Stress-intensity Factor Equations for Cracks in Three-dimensional Finite Bodies Subjected to Tension and Bending Loads, NASA Technical Memorandum 85793, NASA (1984).
- 10) S. J. Maddox and R. M. Andrews, Stress Intensity Factors for Weld Toe Cracks, Paper presented at Damage 90 (1990).
- 11) M. Tai, C. Miki and K. Nakano, Journal of Japan Society of Civil Engineers, 67(2011), pp396-409. (in Japanese).