(8.1) に述べた残留変位の実測値を同図上に併記しこれを比較すれば、実測値と理論値とはほぼ一致していることが明かとなった。

9. 結 論

著者らは薄板構造物の変形除去の爲に行われる局部加熱緊張法の機構ならびに除去される変形量と加熱温度、加熱時間、加熱熱曲及びその間隔等との関係を明かにする目的を以て、本報において先づ薄い平板の一部を局部加熱急冷せる場合の応力ならびに変形について理論的考察を行い基礎的な実験によつてこれが検証を行つた。

本研究は上述の如く局部加熱される板を平板と考へて理論を展開したものであるが、これによつて明かとなつた点を列挙すれば次の通りである。

(1) 局部加熱によつて加熱部附近に大きな圧縮応力を生じ、加熱中心温度が一定温度 θ_1 以上になれば、この部分の応力は降伏点を超える。

(2) $\theta \geq \theta_1$ なる時は、加熱時に生じた塑性歪が急冷後もそのまゝ残留しこれが拘束の原因となつて板に残留応力を生じ、同時に板の各点は加熱前の位置から半径方向に収縮する。

(3) 加熱温度の大なる程、加熱時の塑性歪は大となり、加熱温度が一定温度 θ_2 以上となると、残

留応力が降伏点を超える。

(4) 最大残留変位は加熱部周辺附近に生じ、加熱温度の大なる程大となるがその増加の割合は加熱温度の増加につれて漸次減少する。

(5) 加熱半径が板の大きさに比し小なる場合には θ_1 及び θ_2 は温度分布曲線の形に無関係にして、材料によつて定まる常数となる。本報において採用せる機械的諸常数に対しては $\theta_1 = 210^\circ\text{C}$ 、 $\theta_2 = 380^\circ\text{C}$ となる。

(6) 加熱急冷によつて加熱部附近の板厚は厚くなる。

(7) 局部加熱急冷によつて薄板構造物の歪取りの効果が得られるのは、加熱急冷に伴う残留変位が板を収縮せしめる方向に生じ、同時に加熱部附近は板厚方向に膨れ、これによつて板を緊張せしめる爲と考えられる。

なお本報において展開せられた理論式は実験的検証によつて充分実験値と一致する事が確認せられた。本報の実験は基礎的なものであるが、酸素アセチレン焰によつて加熱せられた場合については後報において述べる予定である。

最後に本研究を遂行するに当り、ナニワ工機株式会社より試験片の提供を受けた。記して厚く謝意を表す。

薄板構造物の歪取りに関する研究(第2報)*

—当て板の機能(その1)—初撓を有する薄板の局部加熱に伴う熱応力及び変形について

渡 辺 正 紀** 佐 藤 邦 彦**

On Distortion Correcting of Welded Thin Plate Structures (Part II)*

—Function of cover plate (Part I)—Thermal stress and distortion of locally heated thin curved plate

By M. Watanabe **, K. Sato **

Abstract

Regarding thin curved plate as a part of thin spherical shell, in this report we studied elastically on thermal stress and distortion of the shell heated at the center. The heated zone of the shell puffs out perpendicular to the plate as shown in Table 4., and so this method has no effect of distortion correcting. On the other hand, by using cover plate distortion perpendicular to the shell plate can be more or less restricted. Then radial shrinkage occurs in and near the heated zone as reported in our previous paper; therefore this proves to be an effective method of controlling vertical distortion.

* 原稿受付 昭和26年4月(昭和26年4月熔接学会講演会において講演)

** 正員, 大阪大学工学部 Member, Faculty of Engineering, Osaka University.

自由に膨脹して熱應力は消失する。これを元の加熱時の状態に戻す爲には、 $\xi = \xi_a$ において一様に分布する曲げモーメント及び $\overline{AB}$ に平行な方向（以下便宜上水平方向と称す）の力を加えるを要す。従つて加熱時の熱應力は自由なる状態にある加熱部及び常温部の境界において、第3図に示す如き曲げモーメント及び水平方向の力を加えた場合の應力に等しい。しかして境界部において加えるべき曲げモー

第 3 図

メント及び水平方向の力は、 $\xi = \xi_a$ にて加熱部及び常温部の回轉及び変位が連続なる條件より決定せられる。さてこの場合の應力を正攻法にて求める事はかなり困難なる故著者らは J. W. Geckeler の提唱せる近似解法²⁾ によつてこれを解いてみた。但し本報においては加熱部及び常温部の弾性係数(E)は相等的なものとして理論を進める事とする。

今、平衡方程式 (2.1) 及び (2.3) より N_ξ 及び N_ζ は夫々

$$N_\xi = -Q_\xi \cot \xi, \quad N_\zeta = -dQ_\xi/d\xi \quad (3.2)$$

にてあらはされる。一方中立面における歪と應力との関係式より次式が得られる。

$$\epsilon_\xi = (dv/d\xi - w)/R = (1/Eh)(N_\xi - \nu N_\zeta)$$

$$\epsilon_\zeta = (v \cot \xi - w)/R = (1/Eh)(N_\zeta - \nu N_\xi) \quad (3.3)$$

こゝに v 及び w は夫々自由なる状態からの変位置

の経線方向及び板厚方向成分、 h は球殻の板厚である。(3.3) の 2 式より w を消去し、又 (3.3) の第 2 式を ξ で微分して夫々得られた両式より $dv/d\xi$ を消去し、更にこれに (3.2) を代入すれば次式を得

$$\frac{d^2 Q_\xi}{d\xi^2} + \cot \xi \frac{dQ_\xi}{d\xi} - (\cot^2 \xi - \nu) Q_\xi = EhV \quad (3.4)$$

但し上式において V は経線の回轉角にして

$$V = (v + \frac{dw}{d\xi})/R \quad (3.5)$$

によつてあらはされるものである。

次に ξ 及び ζ 方向の曲率の変化を夫々 X_ξ 及び X_ζ とすれば、曲げモーメント M_ξ 及び M_ζ は夫々次式によつて與へられる。

$$M_\xi = -D(X_\xi + \nu X_\zeta), \quad M_\zeta = -D(X_\zeta + \nu X_\xi) \quad (3.6)$$

こゝに D は板の曲げ剛性である。しかるに X_ξ 及び X_ζ と変位成分 v, w との間には夫々 $X_\xi = \frac{1}{R} \frac{dV}{d\xi}$, $X_\zeta = \frac{V}{R} \cot \xi$ なる関係あるが故に、これを (3.6) に代入し更にこれを平衡方程式 (2.2) に代入すれば

$$\frac{d^2 V}{d\xi^2} + \cot \xi \frac{dV}{d\xi} - (\cot^2 \xi + \nu) V = -\frac{R^2}{D} Q_\xi \quad (3.7)$$

を得る。結局 (2.1)~(2.3) の 3 ケの平衡方程式は 2 つの未知量 Q_ξ 及び V を用いて、(3.4) 及び (3.7) なる 2 ケの平衡方程式に書換へられる。

さて一般に曲率半径に比し板厚の極めて薄い球殻において、 ξ の値の小ならざる範囲では Q_ξ 及び V の高次微係数はそれより一次だけ次数の低い微係数に比して極めて大きく、³⁾ 従つて J. W. Geckeler の方法にならい (3.4) 及び (3.7) の左辺の第 2, 第 3 項を第 1 項に比し小なるものとして省略すれば、平衡方程式は次の如き簡単な形に書換へられる。

$$\frac{d^2 Q_\xi}{d\xi^2} = EhV, \quad \frac{d^2 V}{d\xi^2} = -\frac{R^2}{D} Q_\xi \quad (3.8)$$

(3.8) の 2 式より V を消去すれば次式を得る。

$$\frac{d^4 Q_\xi}{d\xi^4} + 4\lambda^4 Q_\xi = 0 \quad (3.9)$$

但し $\lambda^4 = 3(1-\nu^2)(R/h)^2$

(3.9) は簡単に解く事ができその一般解は次の如くなる。

$$Q_\xi = Ce^{-\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi + \gamma) + C'e^{\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi + \gamma') \quad (3.10)$$

こゝに C, C', γ, γ' は積分常数にして、 $\Psi = \xi_a - \xi$ である。一般に薄い球殻においてある境界面に、一様に分布する力及び曲げモーメントを受ける場合に

2) J. W. Geckeler; Forshungsarbeiten, No. 276, 1926, 例へば S. Timoshenko; Theory of Plates and Shells, 1940, p. 468 に引用せられている。

3) S. Timoshenko; Theory of Plates and Shells, 1940, p. 469.

は、その境界面より遠さかるに従つて剪断力及びモーメントは急激に減少する。依つて今簡單の爲に、 ξ_a が ξ_a に比して大きく且 R/h が大なるものとし、加熱部の剪断力として ξ の値が減少するにつれて減少する (3.10) の第 1 項をとり、常温部の剪断力として、 ξ の値が増加するにつれて減少する (3.10) の第 2 項をとる事とすれば、加熱部及び常温部の剪断力は夫々次式の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \xi_a: Q_\xi &= Ce - \lambda \Psi \sin(\lambda \Psi + \gamma) \\ \xi_a \leq \xi \leq \xi_b: Q_\xi &= C' e^{\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi + \gamma') \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

(3.11) を (3.2) に代入すれば N_ξ 及び N_ζ が求められ、一方 (3.8) の第 1 式に (3.11) を代入して V を求め、これより曲率の変化 X_ξ 及び X_ζ を計算してこれらを (3.6) に代入し、且 $dV/d\xi$ に比し V が小なる事⁴⁾ を考慮すれば M_ξ 及び M_ζ を求める事が出来、結局加熱部及び常温部における N_ξ , N_ζ , M_ξ 及び M_ζ は次式の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \xi_a: N_\xi &= -Q_\xi \cot \xi = -\cot(\xi_a - \Psi) \cdot Ce - \lambda \Psi \sin(\lambda \Psi + \gamma) \\ N_\zeta &= -dQ_\xi/d\xi = -\lambda \sqrt{2} \\ &\quad Ce - \lambda \Psi \sin(\lambda \Psi + \gamma - \frac{\pi}{4}) \\ M_\xi &= -\frac{D}{R} \frac{dV}{d\xi} = (R/\lambda \sqrt{2}) \\ &\quad Ce - \lambda \Psi \sin(\lambda \Psi + \gamma + \frac{\pi}{4}) \\ M_\zeta &= \nu M_\xi = (\nu R/\lambda \sqrt{2}) \\ &\quad Ce - \lambda \Psi \sin(\lambda \Psi + \gamma + \frac{\pi}{4}) \\ \xi_a \leq \xi \leq \xi_b: N_\xi &= -Q_\xi \cot \xi = -\cot \\ &\quad (\xi_a - \Psi) C' e^{\lambda \Psi} \sin \\ &\quad (\lambda \Psi + \gamma') \\ N_\zeta &= -dQ_\xi/d\xi = \lambda \sqrt{2} \\ &\quad C' e^{\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi + \gamma' \\ &\quad + \frac{\pi}{4}) \\ M_\xi &= -\frac{D}{R} \frac{dV}{d\xi} = -(R/\lambda \\ &\quad \sqrt{2}) C' e^{\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi + \gamma' \\ &\quad - \frac{\pi}{4}) \\ M_\zeta &= \nu M_\xi = -(\nu R/\lambda \sqrt{2}) \\ &\quad C' e^{\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi + \gamma' - \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

次に加熱前の位置よりの水平方向の変位量を δ とすれば、加熱部及び常温部の δ は夫々次式によつて與へられる。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \xi_a: \delta &= R \xi a \theta \cos \xi + (\nu \cos \xi - w \sin \xi) \\ \xi_a \leq \xi \leq \xi_b: \delta &= \nu \cos \xi - w \sin \xi \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

然るに (3.3) の第 2 式及び (3.2) を用ひて上式を Q_ξ の函数にてあらはし、更にこれに (3.11) を代入して且 $dQ_\xi/d\xi \gg Q_\xi$ なる事⁵⁾ を考慮すれば上式は近似的に次の如く書換へられる。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \xi_a: \delta &= R \xi a \theta \cos \xi - \frac{R \sin \xi}{E h} \frac{dQ_\xi}{d\xi} \\ &= R \xi a \theta \cos \xi - \frac{R C}{E h} \sin(\xi_a - \Psi) \lambda \sqrt{2} \\ &\quad e^{-\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi + \gamma - \frac{\pi}{4}) \\ \xi_a \leq \xi \leq \xi_b: \delta &= -\frac{R \sin \xi}{E h} \frac{dQ_\xi}{d\xi} = \frac{R C'}{E h} \\ &\quad \sin(\xi_a - \Psi) \lambda \sqrt{2} e^{\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi + \gamma' \\ &\quad + \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

さて上に求めた各式における積分常数 C , C' 及び γ , γ' を決定するには、 $\xi = \xi_a (\Psi = 0)$ において経線の回轉角 V 水平方向の変位 δ 経線方向の垂直力 N_ξ 及び曲げモーメント M_ξ がすべて連続なる条件を使用すればよい。以上 4 個の条件より積分常数 C , C' 及び γ , γ' を決定すれば、

$$C = -C' = -\frac{E h a \theta}{2 \sqrt{2} \lambda} \xi_a \cot \xi_a, \quad \gamma = -\gamma' = -\frac{\pi}{4}$$

となり、更にこれらの常数を (3.12) に代入すれば中立面に働く力及び曲げモーメントは夫々次式の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \xi \leq \xi_a: N_\xi &= \frac{E h a \theta}{2 \sqrt{2} \lambda} \xi_a \cot \xi_a \cot(\xi_a - \Psi) \\ &\quad e^{-\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi - \frac{\pi}{4}) \\ N_\zeta &= -\frac{E h a \theta}{2} \xi_a \cot \xi_a e^{-\lambda \Psi} \\ &\quad \cos(\lambda \Psi) \\ M_\xi &= -\frac{R E h a \theta}{4 \lambda^2} \xi_a \cot \xi_a e^{-\lambda \Psi} \\ &\quad \sin(\lambda \Psi) \\ M_\zeta &= \nu M_\xi \\ \xi_a \leq \xi \leq \xi_b: N_\xi &= -\frac{E h a \theta}{2 \sqrt{2} \lambda} \xi_a \cot \xi_a \cdot \cot \\ &\quad (\xi_a - \Psi) e^{\lambda \Psi} \sin(\lambda \Psi + \frac{\pi}{4}) \\ N_\zeta &= \frac{E h a \theta}{2} \xi_a \cot \xi_a e^{\lambda \Psi} \cos(\lambda \Psi) \\ M_\xi &= -\frac{R E h a \theta}{4 \lambda^2} \xi_a \cot \xi_a \cdot e^{\lambda \Psi} \\ &\quad \sin(\lambda \Psi) \\ M_\zeta &= \nu M_\xi \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

4) 前掲註(3)参照。

5) 前掲註(3)参照

4. 端部条件の影響

前節において、常温部の剪断力 $Q\xi$ を求めるに当り、 ξ_0 が ξ_a に比して大きく且 R/h が大なるものとして (3.10) の第 1 項を省略した。この項は主として端部附近の應力状態をあらはす項、すなわち端部条件の影響をあらはす項と考える事ができる。本節においてはこの端部条件の影響について考察を行つてみる事とする。

前述の如く前節の理論式では端部条件が考慮せられていない爲、球殻の端部における $N\xi$ $M\xi$ 及び δ の値は一般に與へられた端部条件を満足しない。今前節の理論式より求められたこれらの端部における値を夫々 $\bar{N}\xi$, $\bar{M}\xi$ 及び $\bar{\delta}$ とすれば、正しい應力状態は前節に求めた中立面に働く力及び曲げモーメントに、與えられた端部条件に應じて次に示す水平方向の力 H 及び曲げモーメント M を球殻の周辺に一樣に加えた場合の中立面に働く力及び曲げモーメントを重ねる事によつて求める事ができる。

端部にて單純支持の場合、

$$H = \bar{N}\xi / \cos \xi_0, \quad M = -\bar{M}\xi \quad (4.1)$$

端部にて水平方向の変位を拘束せられた場合、

$$\left. \begin{aligned} \delta\xi = \xi_0 = -\bar{\delta} \text{ ならしむる如き水平方向} \\ \text{の力 } H, \quad M = -\bar{M}\xi \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

しかして端部においてかかる水平方向の力 H 及び曲げモーメント M を一樣に加えた場合の中立面に働く力、曲げモーメント及び水平方向の変位は前節と同様の方法によつて解く事ができ、その結果は次式の如くなる。⁶⁾

$$\left. \begin{aligned} N\xi &= -\cot(\xi_0 - \varphi) e^{-\lambda\varphi} \left\{ \frac{2\lambda M}{R} \sin(\lambda\varphi) - \frac{2H \sin \xi_0}{\sqrt{2}} \sin(\lambda\varphi - \frac{\pi}{4}) \right\} \\ N\xi &= -\lambda \sqrt{2} e^{-\lambda\varphi} \left\{ \frac{2\lambda M}{R} \sin(\lambda\varphi - \frac{\pi}{4}) + \frac{2H \sin \xi_0}{\sqrt{2}} \cos(\lambda\varphi) \right\} \\ M\xi &= \frac{R e^{-\lambda\varphi}}{\lambda \sqrt{2}} \left\{ \frac{2\lambda M}{R} \sin(\lambda\varphi + \frac{\pi}{4}) - \frac{2H \sin \xi_0}{\sqrt{2}} \sin(\lambda\varphi) \right\} \\ M\xi &= \nu M\xi \\ \delta &= -\frac{\sqrt{2} \lambda R}{E h} \sin(\xi_0 - \varphi) \times e^{-\lambda\varphi} \left\{ \frac{2\lambda M}{R} \sin(\lambda\varphi - \frac{\pi}{4}) + \frac{2H \sin \xi_0}{\sqrt{2}} \cos(\lambda\varphi) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

こゝに $\varphi = \xi_0 - \xi$ である (3.15) に (4.3) を重畳すれば正しい應力状態を求める事ができる。

5. 加熱時の変位

加熱時の変位において問題となるのは球殻の面に垂直な変位 w である。今 (3.5) 及び (3.13) より v を消去し、これに (3.8) 及び (3.14) の関係を代入すれば w を決定する微分方程式は次の如くなる。

$$0 \leq \xi \leq \xi_a; \quad \frac{dw}{d\xi} + w \tan \xi = \frac{R}{E h} \left(\frac{d^2 Q\xi}{d\xi^2} + \frac{dQ\xi}{d\xi} \times \tan \xi \right) - R a \theta \xi \quad (5.1)$$

$$\xi_a \leq \xi \leq \xi_b; \quad \frac{dw}{d\xi} + w \tan \xi = \frac{R}{E h} \left(\frac{d^2 Q\xi}{d\xi^2} + \frac{dQ\xi}{d\xi} \times \tan \xi \right) \quad (5.2)$$

(5.2) は変数分離法によつて積分せられ、 $\xi = \xi_0$ にて $w = 0$ なる条件より積分常数を決定すれば、常温部の変位は次の如くなる。

$$w = \frac{R}{E h} \left\{ \frac{dQ\xi}{d\xi} - \frac{\cos \xi}{\cos \xi_0} \left(\frac{dQ\xi}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_0} \right\} \quad (5.3)$$

次に (5.1) を解く爲 $S = w - (R/Eh)(dQ\xi/d\xi) + Ra\theta$ とおき、又一般に $0 \leq \xi \leq \xi_a$ においては $\tan \xi \approx \xi$ とおき得るものとすれば (5.1) は次の如く書換へられる。

$$(dS/d\xi) + (S\xi) = 0$$

上式を解き、 $\xi = \xi_a$ にて $w = w_a$ なる境界条件より積分常数を決定すれば加熱部の変位は次の如くなる。

$$w = w_a e^{(\xi_a^2 - \xi^2)/2} + \frac{R}{E h} \left\{ \frac{dQ\xi}{d\xi} - \left(\frac{dQ\xi}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_a} e^{(\xi_a^2 - \xi^2)/2} \right\} - R a \theta (1 - e^{(\xi_a^2 - \xi^2)/2}) \quad (5.4)$$

6. 数値計算例及びその結果の考察

前節迄に求められた理論式の特性を知る爲、1 例として $R = 200 \text{ mm}$, $h = 2.3 \text{ mm}$, $a = 30 \text{ mm}$, $b = 100 \text{ mm}$ なる球殻の中心 C を加熱せる場合の熱應力及び変位を求めてみる

先づ (3.15) より $N\xi$, $N\xi$, $M\xi$ 及び $M\xi$ を求め、これより中立面に働く力に基く應力 $N\xi/h$, $N\xi/h$ 及び最大曲げ應力 $6M\xi/h^2$, $6M\xi/h^2$ を求めれば第 1 表の如くなる。次に端部条件が單純支持の場合及び水平方向の変位を拘束せられた場合について (4.3) より端部条件の影響に基く應力を求め、こ

れに第1表の値を重畳すれば夫々の場合について正しい應力は第2表及び第3表の如くなる。

なお第2表及び第3表の値を用いて、中立面に関して球殻の曲率中心側(すなわち z の正の側)の最大應力 $\left(\frac{N\xi}{h} + \frac{6M\xi}{h^2}\right)$, $\left(\frac{N\zeta}{h} + \frac{6M\zeta}{h^2}\right)$ 及び中立面に関し曲率中心の反対側(即ち z の負の側)の最大應力

第1表 端部条件を考慮せざる場合

ξ	$N\xi/Eh\alpha\Theta$	$N\zeta/Eh\alpha\Theta$	$\frac{6M\xi/h^2}{E\alpha\Theta}$	$\frac{6M\zeta/h^2}{E\alpha\Theta}$
0	—	+0.0187	-0.1460	-0.0437
0.050	+0.0714	-0.0546	-0.2550	-0.0765
0.100	-0.0296	-0.2261	-0.2810	-0.0844
(ξ_a)0.150	-0.1388	$\begin{cases} -0.5000 \\ +0.5000 \end{cases}$	0	0
0.200	-0.0146	+0.2261	+0.2810	+0.0844
0.250	+0.0140	+0.0546	+0.2550	+0.0765
0.300	+0.0134	-0.0187	+0.1460	+0.0437
0.400	+0.0027	-0.0246	+0.0064	+0.0019
0.500	-0.0002	-0.0037	-0.0119	-0.0036
(ξ_b)0.524	-0.0003	-0.0012	-0.0099	-0.0030

第2表 端部において単純支持の場合

ξ	$N\xi/Eh\alpha\Theta$	$N\zeta/Eh\alpha\Theta$	$\frac{6M\xi/h^2}{E\alpha\Theta}$	$\frac{M\zeta/h^2}{E\alpha\Theta}$
0	—	+0.0187	-0.1460	-0.0437
0.050	+0.0714	-0.0546	-0.2550	-0.0765
0.100	-0.0296	-0.2261	-0.2810	-0.0844
(ξ_a)0.150	-0.1388	$\begin{cases} -0.5000 \\ +0.5000 \end{cases}$	0	0
0.200	-0.0146	+0.2261	+0.2810	+0.0844
0.250	+0.0140	+0.0543	+0.2550	+0.0765
0.300	+0.0134	-0.0194	+0.1460	+0.0437
0.400	+0.0027	-0.0256	+0.0100	+0.0029
0.500	-0.0001	+0.0020	-0.0015	-0.0005
(ξ_b)0.524	0	+0.0083	0	0

第3表 端部において水平方向の変位を拘束せられた場合

ξ	$N\xi/Eh\alpha\Theta$	$N\zeta/Eh\alpha\Theta$	$\frac{6M\xi/h^2}{E\alpha\Theta}$	$\frac{6M\zeta/h^2}{E\alpha\Theta}$
0	—	+0.0187	-0.1460	-0.0437
0.050	+0.0714	-0.0546	-0.2550	-0.0765
0.100	-0.0296	-0.2261	-0.2810	-0.0844
(ξ_a)0.150	-0.1388	$\begin{cases} -0.5000 \\ +0.5000 \end{cases}$	0	0
0.200	-0.0146	+0.2261	+0.2810	+0.0844
0.250	+0.0140	+0.0546	+0.2550	+0.0765
0.300	+0.0134	-0.0185	+0.1460	+0.0436
0.400	+0.0027	-0.0234	-0.0070	+0.0020
0.500	-0.0003	-0.0036	-0.0041	-0.0013
(ξ_b)0.524	-0.0006	-0.0025	0	0

第4表 板面に垂直方向の変位

ξ	$w/R\alpha\Theta$	
	単純支持の場合	水平方向の変位を拘束せる場合
0	-1.0200	-1.0200
0.050	-0.9467	-0.9467
0.100	-0.7752	-0.7752
0.150	-0.4906	-0.4972
0.200	-0.2167	-0.2233
0.250	-0.0450	-0.0518
0.300	+0.0285	+0.0212
0.400	+0.0344	+0.0260
0.500	+0.0054	+0.0011
0.524	0	0

第4図(a) z の正の側における最大應力

第4図(b) z の負の側における最大應力

$\left(\frac{N\xi}{h} - \frac{6M\xi}{h^2}\right)$, $\left(\frac{N\zeta}{h} - \frac{6M\zeta}{h^2}\right)$ を求めれば第4図の如くなる。

次に(5.3)及び(5.4)を用いて変位を求めれば

第4表の如くなる。

さて以上の結果について考察を行つてみることにする。先づ第1表～第3表によつて端部条件の影響をみるに、本数値例の如く $\xi_0/\xi_a = 3.490$, $R/h = 87$ 程度の場合には端部条件が加熱部附近の應力に及ぼす影響に極めて僅かにして、 $\xi = 0.300$ において端部条件を考慮せざる場合と考慮せる場合との差は、單純支持の場合において最大4%，端部にて水平方向の変位を拘束せられた場合において最大2%程度に過ぎない。従つてかかる場合には加熱部附近の應力を求めるのに端部条件の影響を考慮せず、(3.15)を用いても充分正確な値を得られる。

次に第4図によれば加熱部の熱應力は z の正の側において圧縮應力、 z の負の側において引張應力となつてゐる。この図は弾性学的に求められた應力値を示すものであるが、加熱温度が上昇して一部が降伏をおこした場合においても、應力分布はこれと同様の傾向を持つものと考えられる。従つて加熱温度の大なる場合、 z の正の側には圧縮塑性歪、 z の負の側には引張塑性歪が生ずることとなり、板の変形減少に対して逆効果を興えるものと考えられる。

次に第4表によれば、加熱時における板面に垂直方向の変位は加熱部が極めて大となり。加熱部のみが球殻の中心と反対方向すなわち z の負の方向に膨れ上り一方加熱部より離れた点は z の正の方向に僅かに変位する⁷⁾。

以上の結果を綜合するに、初撓のある薄板を球殻の一部と考え、その中央を局部加熱する場合、若し板面に垂直方向の温度変化がないものとするれば加熱部が膨れ上つて、膨れ上つた側に引張塑性歪、これと反対側に圧縮塑性歪を生じ板の変形減少の効果は上らないこととなる。

7. 初撓を有し、板面に垂直方向の変位

前節に述べた如く、初撓のある薄板を局部加熱すれば、加熱部附近が著しく膨れ上る事が明かとなつた。しかるに局部加熱緊張法による薄板構造物の歪取り作業の現状をみるに、車輛外板の如き薄板にお

7) 船体外板の歪取り作業時に、この事実の存在する事が船舶焊接研究会(播磨造船所)において同造船所、豪農技師により明かにせられている。本報の理論によりこの事実が理論的に立証せられた。

いては、厚さ 10～16mm 程度の所謂当て板を使用して外板を両側より締め付け、従つて板面に垂直方向の変位は或程度拘束せられている。よつて本節においては初撓を有し、かつ板面に垂直方向の変位を完全に拘束せられた薄板の局部加熱による熱應力について考察を行つてみることにする。

初撓のある薄板を前節と同様に、球殻の一部と考え、その中央を局部加熱するものとする。今板面に垂直方向の変位は拘束せられているが故に $w=0$ にして、かつ球の曲率半径に比し板厚が極めて小なるものとするれば剪断歪 $\gamma_{\xi z} = 0$ と考えてよく、従つてこの場合の歪成分と変位成分との関係は次式の如くなる⁸⁾。

$$\begin{aligned} e_z = \gamma_{\xi z} = \gamma_{z\xi} = \gamma_{\xi z} = 0, \quad e_\xi &= (1/R)(dv/d\xi), \\ e_r &= (v/R)\cot\xi \end{aligned} \quad (7.1)$$

(7.1)より v を消去すればこの場合の歪の適合条件式は次式の如くなる。

$$(de_\xi/d\xi) + (\sec^2\xi \cdot e_\xi - e_\xi)\cot\xi = 0 \quad (7.2)$$

次に第5図に示す如く球殻の2つの経線及び緯線によつて囲まれた微小要素 $ABCD$ に働く力の ξ 方向の ξ 釣合より次の平衡方程式が得られる。

$$\left(\sigma_\xi + \frac{d\sigma_\xi}{d\xi}d\xi\right)(r+dr)d\xi = \sigma_r r d\xi + \sigma_r R \cos\xi d\xi d\xi \quad (7.3)$$

第 5 図

一般に初撓の存在する板の曲率半径は加熱半径に比し極めて大きく、従つて加熱部附近の ξ の値は小さく、近似的に $r = R\xi$, $\sigma_r = \sigma_\xi$, $dr = R d\xi$, $e_\xi = e_r$ とおき得るが故に、これらを (7.2), (7.3) に代入して簡単にすれば、歪の適合条件式及び平衡方程式は次の如く書換えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_\xi}{dr} + \frac{\sigma_\xi - \sigma_r}{r} &= 0 \\ \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\xi}{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7.4)$$

上式は平面應力問題における歪の適合条件式及び平

8) 前掲註 (3) p.371

衡方程式と全く同様であり、従つてこの場合の應力及び変形は第1報において求めた薄い平板の局部加熱急冷に伴う應力及び変形と全く同様になる。

以上要するに局部加熱緊張法による薄板構造物の歪取り作業においては、当て板を用いて板面に垂直方向の変位を拘束する事によつて歪取りの目的を達する事ができるものと考えられる。

4. 結 論

薄板構造物の歪取りの機構を明かにする爲には、初撓を有する薄板の局部加熱による熱應力ならびに変形の状態を明かにする必要がある。著者らはこれが特性を明かにする爲、初撓を有する薄板を半径Rなる球殻の一部と考え、この球殻の中央部を加熱せる場合の熱應力及び変形を一應弾性学的に求めてみた。中立面の伸びに基く應力と曲げ應力とを同時に考慮せる場合の球殻の変形の問題は極めて複雑であるが、著者らは、温度分布として、加熱部内において温度均一、加熱部外の温度を零と假定し、J. W. Geckler の提唱せる近似解法を用いて比較的簡単に熱應力及び変形を求める事ができた。

本研究によつて明かにせられた点は次の通りである。

1) 加熱時の板面に垂直方向の変位は、加熱部が球殻の中心と反対方向すなわち z の負の方向に著しく膨れ上り、加熱部より離れた点は逆方向に僅か変位する。

2) 加熱部の熱應力は膨れ上つた側(すなわち z の負側)が引張應力、これと反対(すなわち z の正側)が圧縮應力となる。従つて加熱温度が高く板の一部が降伏をおこした場合、 z の負側に引張塑性歪 z の正側に圧縮塑性歪を生ずる事となり、歪取りの効果を上げる事ができない。

3) 板の大きさが加熱半径に比して大きく、かつ球殻の曲率半径が板厚に比し大なる場合には加熱部附近の應力は端部条件の如何に拘らず変化しない。すなわち無限板と考えた時の應力状態と一致する。

4) 板面に垂直方向の変位を拘束せる場合の球殻の局部加熱による熱應力は、曲率半径が加熱部半径に比し大なる場合には第1報において求めた薄い平板の局部加熱に値う熱應力と全く同様になる。

以上の諸点を総合すれば、局部加熱緊張法による薄板構造物の歪取り作業においては、板面に垂直方向の変位を拘束する事が必要であり、従つて車輛外板の歪取り作業において使用せられる当て板はこの目的の爲に用いられるものと考えられる。

講 義

薄鋼板の点熔接 (Ⅶ)

沢 井 善 三 郎*

6.3 鋼板の点熔接条件

一般に金属板の点熔接条件としては熔接電流値、通電時間、電極加圧力の三要素のほか、電極材料、電極端の形状等があり、金属板の材質と板厚とに応じてこれらを予め定めておく必要がある。ところがわが國では鋼板点熔接の工作標準は未だ確立されておらず、各現場で勝手な熔接条件を採用している現状である。軽合金については点熔接工作標準が定められたのに、これよりはるかに歴史の古い鋼板の点熔接に標準がないのは不思議なようであるが、鋼板の

場合は軽合金の場合ほど熔接条件を厳密に指定しなくとも、有合せの点熔接機でも角熔接ができるので、比較的放任されていたのであろう。

すなわち電流が大きければ通電時間を短くし、電流が小さければ通電時間を長くすることにより、一應必要な熔接強度が得られるのであるが、実際には電流が過大でも過小でも熔接結果又は熔接作業に種々の不都合を生ずるものである。これらについては又後に逃べることをするが、従来わが國で採用されていた熔接条件は一般に低電流長時間で電極間圧力も小さすぎたようである。

さて熔接電流値が過大でも過小でもまずいということは丁度適当な電流値を選べばよいことを意味するわけで、薄板では事実適当な値が得られるのであるが、板厚が大きい場合にはそうそう簡単ではない。すなわち電流が大きいと部分的過熱を生じて熔接部を劣化させることになり、電流を小さくしていくと、必要な熔接強度を得るためには通電時間が長くなつて電極その他不必要な箇所を加熱してますます、その中間に適当な値が選べないのである。このような時にはあまり大きくない電流を断続して何回か流す方法、すなわち脈動熔接 (pulsation welding) を採用するか、

* 正員、東京大学生産技術研究所 Member, The Institute of Industrial Science, University of Tokyo.