点 熔 接 の 熱 伝 導 に つ い て * (第 2 報)

小 寺 正 曉**

On Thermal Conduction of Spot Welding (Report 2)*

By M. Kotera**

Abstract

The main parts of this paper are

- 1 Effect by dynamic variation of contact resistance
- 2 Thermal conduction when heat is generated only by specific resistance with direct current
- 3 Effect by physical constants variation with temperature
- 4 A method of consideration for Thermal conduction to yz direction of sheet.
- 5 Numerical calculation of aluminium alloy and mild. steel.

1 は し が き

著者はさきに点熔接の熱伝導を 1 次元の問題として次の 4 つの場合すなわち、1) 1 物体で温度係数を考慮しない場合、2) 1 物体で温度係数を考慮する場合、3) 2 物体で温度係数を考慮しない場合、4) 2 物体で温度係数を考慮するが特別の場合、について計算した。また軽合金 1mm 厚の板を例にとって数値計算を行い温度上昇の状態を明かにすることができた。今回はこの点熔接の熱伝導計算を更に一般化するため種々の場合について考察を試みる。

点熔接の熱伝導における熱源はいうまでもなく接触抵抗と固有抵抗とによるものの 2 つである。したがってここで詳細に論ずるに当っては、別々に考察するとした。また接触抵抗の動的変化は交流の場合に求めたのでこれによる発熱は交流として考えざるを得ないが、固有抵抗による発熱は後に示すように直流を以て論ずることができる。直流とした方が計算も容易であり理解し易い。そこで固有抵抗による発熱を論ずるには電流はすべて直流とした。

前回の始めに計算を進めるために多くの仮定を行った。今回数値計算を行った結果これらに対して再検討を加えている。特に大きい問題は物理常数の温度による変化の影響、電流の分散に対する考察等である。数値計算は主として軽合金についてであるが、軟鋼についても行っている。

2 温度計算式の構成

前回 2) の場合の温度の式を再記すれば

* 原稿受付 昭和32年8月5日 (昭和32年度熔接学会秋季学術講演会において発表)

** 正員 大阪府工業奨励館 Member, Industrial Research Institute, Osaka Pref.

$$\theta = \frac{l-x}{KS}g - \frac{8}{\pi^2} \frac{l}{KS} \sum (-1)^{n-1} \frac{\cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}}{(2n-1)^2} e^{\alpha \int_0^t f(\lambda) d\lambda} \\ \int_0^t G' e^{-k \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4l^2} (t-\tau)} d\tau + \frac{4}{\pi} \sum (-1)^{n-1} \frac{\cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}}{2n-1} e^{\alpha \int_0^t f(\lambda) d\lambda} - k \frac{(2n-1)^2}{4l^2} t \\ \int_0^t f e^{-\alpha \int_0^\tau f(\lambda) d\lambda} d\lambda + k \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4l^2} \tau d\tau \dots \dots \dots (1)$$

ここに $G=g \cdot h$ であるから

$$G' = g'h + gh'$$

故に (1) は次の 3 項に分れる。

$$\theta = \sum g_n + \frac{8}{\pi^2} \frac{l}{KS} \sum I_n + \frac{4}{\pi} \sum F_n \dots \dots \dots (2)$$

ただし

$$\sum g_n = \frac{l-x}{KS}g - \frac{8}{\pi^2} \frac{l}{KS} \sum (-1)^{n-1} \frac{\cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}}{(2n-1)^2} e^{-\gamma_n(t)} \\ \int_0^t g' e^{\gamma_n(\tau)} d\tau \dots \dots \dots (3)$$

$$I_n = (-1)^{n-1} \frac{\cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}}{(2n-1)^2} e^{-\gamma_n(t)} \int_0^t \alpha f g e^{\gamma_n(\tau)} d\tau \dots \dots (4)$$

$$F_n = (-1)^{n-1} \frac{\cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}}{2n-1} e^{-\gamma_n(t)} \int_0^t f e^{\gamma_n(\tau)} d\tau \dots \dots (5)$$

$$- \alpha \int_0^t f(\lambda) d\lambda + k \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4l^2} t = \gamma_n(t) \dots \dots \dots (6)$$

(3) において $\alpha=0$ とおけば

$$\frac{l-x}{KS}g - \frac{2}{KS} \sum \frac{\cos \beta_n x}{\beta_n^2 l} \int_0^t g' e^{-k \beta_n^2 (t-\tau)} d\tau \dots \dots \dots (7)$$

$$\text{ただし } \beta_n = \frac{(2n-1)\pi}{2l}$$

となる。(7)は前回 1) の場合の原方程式を第 2 種 Laplace 変換により求めた解の接触抵抗による項である。

(5)において $\alpha=0$ とおけば前回に求めた 1) の場合の原方程式を第 1 種 Laplace 変換により求めた解の固有抵抗による項となる。

(4)において $\alpha=0$ とおけば $I_n=0$ となる。すなわち温度係数を考慮した場合には温度の式は接触抵抗による $\sum g_n$ 、固有抵抗による $\frac{4}{\pi} \sum F_n$ のほかに接触抵抗と固有抵抗とが相干渉しあって温度上昇にあずかる $\frac{8}{\pi^2} \frac{l}{KS} \sum I_n$ なる項があることがわかる。

前回の 2) の場合の数値を用いて $\frac{8}{\pi^2} \frac{l}{SK} \sum I_n$ を計算すれば Fig. 1 のごとくなる。

3 接触抵抗の動的変化の影響

接触抵抗の静的の値は軽合金の場合小は約 $20 \mu\Omega$ より大はおよそ $6000 \mu\Omega$ にわたっている。しかしその動的変化は初期は静的の値に従うが暫時の後は大体同様の傾向をたどる場合が多い。前回の計算はいわば静的の値の中間のものをとっている。Fig. 2 a がこれである。今回図 b のごとくやや小さい場合の温度を求めて a と比較

Fig. 1 Temp time curve of $\frac{8}{\pi^2} \frac{l}{KS} \sum I_n$

Fig. 2 Dynamic character of contact resistance

Fig. 3 Temp time curve caused by contact resistance

したものが Fig. 3 である。Fig. 2 の a と b とが初期の値以外大きい差はないからその計算結果である Fig. 3 も初期の値以外大きい差のないものが得られるのは当然といえるが、それよりもきわめて初期においては接触抵抗に大きい差があっても電流値が小さくしたがってこの期間の発熱量は暫時の後にはほとんど問題とならないことに原因がある。

4 交流に基因する温度の変動

電流が交流であれば温度が変動することはいうまでもない。今固有抵抗によるものについて簡単のために温度係数を考慮しない場合を考察する。

前回 1) の場合の計算式において接触抵抗がないとすれば、

$$\theta = \frac{2}{l} \sum \frac{1}{\beta_n} \cos \beta_n x \int_0^t f(\tau) e^{-k\beta_n^2(t-\tau)} d\tau \quad (8)$$

$$\text{これに } f(\tau) = 0.239 \frac{I^2 \rho}{c\sigma S^2} \quad (9)$$

$$i = I_{\max} \sin \omega \tau \quad (10)$$

を代入して積分を行えば

$$\begin{aligned} \theta = & 0.239 \frac{I^2 \max \rho}{c\sigma S^2} \frac{1}{l} \sum \frac{1}{\beta_n} \cos \beta_n x \left\{ \frac{1}{k\beta_n^2} (1 - e^{-k\beta_n^2 t}) \right. \\ & - \frac{1}{(k\beta_n^2)^2 + (2\omega)^2} \{ (k\beta_n^2 \cos 2\omega t + 2\omega \sin 2\omega t) \\ & \left. - k\beta_n^2 e^{-k\beta_n^2 t} \} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

定常状態では

$$\begin{aligned} \theta = & 0.239 \frac{I^2 \max \rho}{c\sigma S^2} \frac{1}{l} \sum \frac{1}{\beta_n} \cos \beta_n x \left\{ \frac{1}{k\beta_n^2} \right. \\ & \left. - \frac{1}{(k\beta_n^2)^2 + (2\omega)^2} (k\beta_n^2 \cos 2\omega t + 2\omega \sin 2\omega t) \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

この中で t の函数すなわち温度の変動する部分は

$$\begin{aligned} \theta_0 = & 0.239 \frac{I^2 \max \rho}{c\sigma S^2} \frac{1}{l} \sum \frac{1}{\beta_n} \cos \beta_n x \frac{1}{(k\beta_n^2)^2 + (2\omega)^2} \\ & (k\beta_n^2 \cos 2\omega t + 2\omega \sin 2\omega t) \quad (13) \end{aligned}$$

(13) を t に関して微分してこれを 0 とおいた式より極大極小時における t_m を求めることができる。 m が奇数のとき極小、偶数のとき極大となる。前回の数値を用いて t_1 および θ_0 を求めれば $t_1 = 0.19 \times 10^{-2}$ 秒 $\theta_0 = 68^\circ$ そして温度の極大値と極小値との差は $2\theta_0$ であってこの場合 136° である。なお l が大きくなれば t_1 も θ_0 もともに大きくなる。

5 直流の場合の計算式

電流を一定の直流とし固有抵抗のみによる発熱を考える。前回 2) の場合同様方程式をとけば

$$\theta = \frac{4}{\pi} \sum (-1)^{n-1} \frac{\cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}}{2n-1} \frac{f}{\gamma_n} (1 - e^{-\gamma_n t}) \quad (14)$$

$$\text{ここに } \gamma_n = -\alpha f + k \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4l^2} \quad (15)$$

(14) において $\alpha=0$ とおくと

$$\theta = \frac{4}{\pi} \sum (-1)^{n-1} \frac{\cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}}{2n-1} \frac{f}{k \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4l^2}} \left\{ 1 - e^{-k \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4l^2} t} \right\} \dots (16)$$

これは (11) において ω に無関係な部分に外ならない。

γ_n は通常の軽合金点熔接の条件では正であるが $n=1$ のときでも負となれば θ は定常状態とはならず無限に温度上昇を続ける。すなわち

$$\sqrt{\frac{\alpha f}{k}} \cdot l > \frac{\pi}{2} \dots (17)$$

でこれは前回 4) の場合の数値計算において見られた条件である。

次にある瞬間に板の中に発生している毎秒当りの熱量を求める。厚さ dx の部分の抵抗 dR は

$$dR = \rho(1+\alpha\theta) \frac{dx}{S} \\ = \rho \left\{ 1 + \frac{4}{\pi} \sum (-1)^{n-1} \frac{\cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}}{2n-1} \frac{\alpha f}{\gamma_n} (1 - e^{-\gamma_n t}) \right\} \frac{dx}{S}$$

板全体の抵抗はこれを積分して

$$R = \frac{\rho l}{S} \left\{ 1 + \frac{8}{\pi^2} \sum \frac{1}{(2n-1)^2} \frac{\alpha f}{\gamma_n} (1 - e^{-\gamma_n t}) \right\}$$

よって求むる熱量 H は

$$H = 0.239 i^2 \frac{\rho l}{S} \left\{ 1 + \frac{8}{\pi^2} \sum \frac{1}{(2n-1)^2} \frac{\alpha f}{\gamma_n} (1 - e^{-\gamma_n t}) \right\} \dots (18)$$

そのときまでに発生した熱量の総和は

$$[H]_0^t = \int_0^t H dt \\ = 0.239 i^2 \frac{\rho l}{S} \left\{ t + \frac{8}{\pi^2} \sum \frac{1}{(2n-1)^2} \frac{\alpha f}{\gamma_n} \left\{ t + \frac{1}{\gamma_n} (e^{-\gamma_n t} - 1) \right\} \right\} \dots (19)$$

一方 $x=l$ において板より電極へ伝導する毎秒当りの熱量は

$$Q = -KS \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_{x=l} = KS \sum \frac{f}{\gamma_n} (1 - e^{-\gamma_n t}) \dots (20)$$

そのときまでに伝導した熱量の総和は

$$[Q]_0^t = \int_0^t Q dt = KS \sum \frac{f}{\gamma_n} \left\{ t + \frac{1}{\gamma_n} (e^{-\gamma_n t} - 1) \right\} \dots (21)$$

板の中で消費された熱量は $[H]_0^t - [Q]_0^t$ で求められる。

6 直流の場合の定常状態

直流の場合の定常状態すなわち最終の温度その他は前節の解において $t \rightarrow \infty$ とすれば得られる。しかしこれらは

このように級数にしなくても次の方程式を解けば容易に解が得られる。

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{\alpha f}{k} \theta + \frac{f}{k} = 0 \dots (22)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{境界条件 } x=0 \quad -KS \frac{d\theta}{dx} = 0 \\ x=l \quad \theta = 0 \end{array} \right\} \dots (23)$$

これより求める解は

$$\theta = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\cos q_0 x}{\cos q_0 l} - 1 \right) \dots (24)$$

$x=0$ においては

$$\theta = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{\cos q_0 l} - 1 \right) \dots (25)$$

$$\text{ただし } q_0^2 = \frac{\alpha f}{k} \dots (26)$$

(24) (25) において $\alpha=0$ とおけば

$$\theta = \frac{l^2 - x^2}{2k} f \dots (27)$$

$$\theta = \frac{l^2}{2kf} \dots (28)$$

(25) によれば $q_0 l$ が一定であれば温度は一定となる。また (24) によって x 軸に沿った定常状態の温度分布を容易に求めることができる。

次にある瞬間に板中に発生している熱量を求める。前節同様に dx の部分の抵抗 dR は

$$dR = \rho(1+\alpha\theta) \frac{dx}{S} = \rho \frac{\cos q_0 x}{\cos q_0 l} \frac{dx}{S}$$

$$\therefore R = \rho \frac{1}{q_0 S} \tan q_0 l$$

$$\text{故に } H = 0.239 i^2 R = 0.239 i^2 \frac{\rho}{q_0 S} \tan q_0 l \dots (29)$$

電極へ伝道し去る熱量は

$$Q = KS q_0 \frac{1}{\alpha} \tan q_0 l \dots (30)$$

(29) と (30) とが同一のものであることはいうまでもなく、これは容易に証明できる。

板に与えられた総熱量によって最終の温度分布が得られるものであるから、今 dx の部分の熱量 $\alpha S dx \theta$ を 0 より l まで積分すればこの総熱量が得られる。

$$Q_t = \int_0^l \alpha S \theta dx = \alpha S \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{q_0} \tan q_0 l - l \right) \dots (31)$$

なお、本節において求めた式が前節において求めた式に $t \rightarrow \infty$ として得られる式と同一のものであることは複素函数論により証明できる。

7 仮定の再検討

前回計算の始めに行った仮定がどの程度正しいかを再検討する。これらの仮定のうち問題となる主なものは

1. 物理常数を温度にかかわらず一定としたこと
2. 1次元の問題としたこと

3. 融解潜熱の無視

の3つである。

物理常数の温度による変化の影響は8で述べるが、結論はこれを一定とした場合よりもますます温度上昇を加速せしめる方向に働くようである。

点熔接の熱伝導を1次元の問題としたことに対しては次の2つのことを無視している。その1つは板の広がり方向への熱伝導でこれについては9で述べるが、この熱量は $[H]_0$ に比べれば小さいが Q_i に比べれば同程度のもののようにある。今1つは10で述べるが電流が板の広がり方向へ分散することである。殊に中央に抵抗の大きい温度上昇部ができた後はその程度は大きくなるであろう。このことは板が厚いほど甚しい。

融解潜熱は融解した部分の厚さを仮定すれば数値計算できるが Q_i よりは比較的少ないものといえる。いずれにしても後の2者は熔融部の温度を低下せしめる方向に働く。

8 物理常数の温度による変化の影響

前回より熱伝導の微分方程式を解くにあたり、物理常数は温度にかかわらず一定とした。点熔接の場合温度の上昇する範囲は広く、物理常数のうちにはその間でかなりの変化をするものがある。その変化は必ずしも直線的ではない。今代表的のものとして常温および融体のものの数値を示せばアルミニウムの場合 Table 1, 鉄の場合 Table 2 と

Table 1 Physical Constants of Aluminium

Elect resit ρ		Temp coeff α		Temp limit	
temp	ρ	α			
0	2.62×10^{-6}	4.46×10^{-3}		- 80~400	
657	20.13	0.51		657~1100	
Thermal cond K		Spec heat c		Spec gravity σ	
temp	K	temp	c	temp	σ
0	0.485	0	0.222	20	2.70
700	0.220	657	0.250	658	2.40

Table 2 Physical Constants of Iron

Elect resist ρ		Temp coeff α		Temp limit	
temp	ρ	α			
0	8.53×10^{-6}	7.26×10^{-3}		0~600	

Thermal cond K		Spec heat c		Spec gravity σ	
temp	K	temp	c	temp	σ
30	0.136	0	0.105	20	7.86
850	0.078	800	0.158	1530	6.9

なる。

固有抵抗による温度上昇は(14)に示すごとく f および γ_1 に支配される。今アルミニウムの場合の f および γ_1 を求めると

	f	γ_1
常温	2.34×10^4	110
融体	21.1×10^4	-6.2

融体の場合において f が大きいのは抵抗値が増したことに原因があり、 γ_1 が負となるのはむしろ K が小さくなったことによるものである。これらの数値より融体の場合において温度上昇が加速度的に進行することを知ることができる。鉄の場合については測定値の不足のため融体の場合の f と γ_1 を求めることはできないが、高温の場合においてアルミニウムと同様温度上昇が加速度的に進行する傾向のあることを伺うことができる。

9 板の広がり方向への熱伝導に対する一考察

軽合金点熔接の熱伝導は通電開始後比較的速かに進行し間もなく定常状態に達することはすでに述べた通りである。この際の板への熱伝導は熔融部より行われるものが多く熔融部より電極に至る間は次第に温度が低くなっているから比較的少ないといえる。そこで大きい仮定であるが熱は熔融部のみより伝導されるものとし、その外方へ熱伝導する部分を Fig. 4 に示すように半径 a 高さ $2h$ の球帯と考え、球帯の内部は $t=0$ より以後たえず一定の温度に保たれているものとする。この熱伝導は無限物体の中に一定温度に保たれている半径 a の球をおいたときの熱伝導の一部であるからこれは次のようにして求められる。

Fig. 4 Dimension of fused zone

熱伝導の微分方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = k \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \quad r > a \quad (32)$$

$t=0$ $\theta=0$ の初期条件を用いて第1種の Laplace 変換を行えば

$$p\bar{\theta} = k \left(\frac{d^2 \bar{\theta}}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\bar{\theta}}{dr} \right) \quad (33)$$

(33) の一般解は

$$\gamma \bar{\theta} = A e^{q\gamma} + B e^{-q\gamma} \quad (34)$$

$$\text{ただし } q = \sqrt{\frac{p}{k}} \quad (35)$$

$$\gamma \rightarrow \infty \quad \theta=0 \quad \bar{\theta}=0 \quad \therefore A=0$$

$$\gamma=a \quad \theta=\theta_s \quad \bar{\theta}=\frac{\theta_s}{p} \quad \therefore B=\frac{a\theta_s}{p} e^{qa}$$

$$\text{よって } \gamma \bar{\theta} = a\theta_s \frac{e^{-q(\gamma-a)}}{p} \quad (36)$$

これを逆変換すれば

$$\gamma \theta = a\theta_s \operatorname{erfc} \frac{\gamma-a}{2\sqrt{kt}}$$

すなわち

$$\theta = \frac{a\theta_s}{\gamma} \left(1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\gamma-a}{2\sqrt{kt}}} e^{-\xi^2} d\xi \right) \dots\dots\dots(37)$$

ここで高さ h , 半径 γ の球帯の面より外部に向かって流れ
 てる毎秒当りの熱量 Q は

$$\begin{aligned} Q &= -K2\pi\gamma h \frac{\partial\theta}{\partial\gamma} \\ &= -K2\pi\gamma h a \theta_s \left(-\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\gamma^2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\gamma-a}{2\sqrt{kt}}} e^{-\xi^2} d\xi \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\gamma} \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(\gamma-a)^2}{4kt}} \frac{1}{2\sqrt{kt}} \right) \dots\dots\dots(38) \end{aligned}$$

$\gamma=a$ においては

$$Q_a = 2\pi h K \theta_s \left(1 + \frac{a}{\sqrt{\pi k t}} \right) \dots\dots\dots(39)$$

0 より t までの熱量の総和は

$$[Q_a]_0^t = \int_0^t Q_a dt = 2\pi h K \theta_s \left(t + \frac{a}{\sqrt{\pi k}} 2\sqrt{t} \right) \dots\dots\dots(40)$$

10 軽合金の数値計算

軽合金 1mm 厚の場合の数値計算を電流を直流として行
 う。 $x=0$ における温度を主に求めること 前回と同様であ
 る。

a. 温度係数の影響

定常状態の場合温度係数を考慮しなければ

$$\theta = \frac{l^2}{2fk} = 318$$

温度係数を考慮すれば

$$\theta = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{1}{\cos q_0 l} - 1 \right) = 753$$

故にこの温度の比は $753/318=2.38$ である。次に (14) に
 より温度時間曲線をえがけば Fig. 5 となる。

b. 温度上昇曲線

各位置における温度時間曲線を (14) により求めると
 Fig. 6 となる。

Fig. 5 Temp time curve when $\alpha=0.00218$
 compared with $\alpha=0$

Fig 6 Temp time curves at each x shown above

c. 温度分布曲線

b と同様の数値を各瞬時毎の温度分布曲線としてえがけ
 ば Fig. 7 となる。

Fig. 7 Temp distribution curves at each
 instant shown above

d. 熱量曲線

各瞬時における毎秒当りの発生熱量 H および電極へ伝
 導し去る熱量 Q を求めると Fig. 8 となる。この 2 つの

Fig. 8 Cal time curves

曲線にはさまれた部分の面積が板に与えられた熱量であ
 る。通電期間中各瞬時までに発生した熱量の総和 $[H]_0^t$ お
 よび電極へ伝導し去る熱量の総和 $[Q]_0^t$ を曲線にえがけ
 ば Fig. 9 となる。ここではば定常状態に達している 4 サ
 イクルまでの数値は次のようである。

Fig. 9 Curves of $[H]_0^t$, $[Q]_0^t$ and $[H]_0^t - [Q]_0^t$

$$[H]_0^4 = 51.7 \quad [Q]_0^4 = 47.1$$

$$[H]_0^4 - [Q]_0^4 = 4.6 \quad (Q_t = 4.52)$$

単位 Cal

次に加速度的の温度上昇するはすの電流値を (17) により求めると $i > 29,300 A$. となる。こ程度では実際にこのような温度上昇をするとは考えられない。もっともこの電流値は断面積が変化しないとしての計算である。実際には断面積は大きくなり電流密度が低下すが、それ以外に電流の分散に原因するものを考えるべきであろう。

板厚をかえた場合について考察する。他の数値を従来のものと同一とし、板厚を 0.08, 0.1, 0.12cm の 3 種にかえた場合を Fig. 10 に示す。最終温度について考えれば $q_0 l$ が同じであれば同じになる。すなわち板厚に反比例し

Fig. 10 Temp time curves when the sheet thickness are shown above

て電流密度を小さくすればよいこととなる。実際は板が厚くなるにしたがって電流値は大きくなり、もっとも熔着面積は大きくはなるが、とても反比例するほど電流密度は小さくならない。この場合も電流の分散を考えるべきであって板が厚くなるほどその程度は甚しくなっていくことがわかる。

11 軟鋼板に対する考察

まず軟鋼板の場合の数値計算を行う。その物理常数ならびに実験条件を次の通りとする。

$$c = 0.11 \quad \sigma = 7.8 \quad K = 0.109 \quad k = \frac{K}{c\sigma} = 0.128$$

$$S = \pi \times (0.24)^2 = 0.81 \quad i = 9500 \quad t = 10$$

単位は軽合金の場合と同一とする。これらを用いて (14) により計算すれば Fig. 11 となる。この図より 10 サイク

Fig. 11 Temp time curve of soft steel

ル後でも未だ定常状態に達していないことがわかる。このように時常数 τ_n の大きい原因は

$$\tau_n = \frac{1}{\gamma_n} = \frac{1}{-\alpha f + k \frac{(2n-1)^2 \pi^2}{4l^2}}$$

において αf よりむしろ k に大きい原因がある。すなわち K が小さいことによるものである。

最終温度を (25) により求めれば $\theta = 5350$ となる。これは実際より高すぎるであろう。また上の計算において電流通路の半径を 0.24cm としたが今これを 0.25cm とすれば $S = \pi \times (0.25)^2 = 0.196$ であって最終温度は $\theta = 1400$ となる。このように半径のわずかな変動で最終温度が大きく変化することは全く実際には考えられない。これはやはり電流の分散が大きい原因であろう。

Table 3 は米国熔接学会の軟鋼板点熔接における推奨値を基として最終温度の計算を試みた。この計算によれば板が薄い場合にはほとんど温度上昇せず板が厚い場合には $q_0 l > \frac{\pi}{2}$ となり加速度的の温度上昇を行うこととなる。板

Table 3 Spot Welding Data of mild Steel

Sheet thickness mm	Dia of fused zone mm	Current A	Current density A/cm ²	cos $q_0 l$	θ °C
0.254	2.54	4000	7.9×10^4	0.8364	57
0.534	3.30	6500	7.6	0.3855	456
0.787	4.06	8000	6.2	0.1699	1400
1.016	4.84	9500	5.2	0.0407	6730
1.270	5.59	10500	4.3	0.0079	35800
1.575	6.35	12000	3.8	-0.1684	—
1.980	7.36	14000	3.3	-0.3138	—
2.388	7.87	15500	3.2	-0.5885	—
2.766	8.13	17500	3.4	-0.8953	—
3.178	8.38	19000	3.4	-0.9998	—

が厚い場合は電流が分散するものと考えられるが、板が薄い場合に熔接できないこととなる。これは一見不可解の問題を提起するようであるが、実はここでやっている計算は接触抵抗による発熱を考慮していないのであって、ここに薄板に対しては接触抵抗による発熱が重要な役割を果たすものと考えざるを得ないのである。これについては次節で説明する。

12 板厚による温度上昇現象の相違

今簡単のために前回 1) の場合について考える。温度上昇の式は

$$\theta = \frac{2k}{KS} \frac{1}{l} \sum (-1)^{n-1} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}$$

$$\int_0^t g(\tau) e^{-\frac{k(2n-1)^2 \pi^2}{4l^2} (t-\tau)} d\tau + \frac{4}{\pi} \sum \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{2l}$$

$$\int_0^t f(\tau) e^{-\frac{k(2n-1)^2 \pi^2}{4l^2} (t-\tau)} d\tau$$

この式で l が小さくなれば第 1 項はその係数に $1/l$ があるから l に反比例して大きくなる。(このことは当然原方程式と境界条件とより想像できる)。すなわち接触抵抗と固有抵抗とが温度上昇に寄与する割合は板が薄いほど接触抵抗によるものが大きく板が厚いほど固有抵抗によるものが大きくなる。

このことは重要なことであって軟鋼の場合といえども板が薄くなれば接触抵抗の発熱によってほとんど熔接がなされるものと解せられる。ただ軟鋼は軽合金と比較して k が小さいために l がかなり小さくなって始めて接触抵抗に

よる発熱が問題となってくるのである。

ただし以上のことは接触抵抗の動的変化が板厚によって大差ないものと考えてのことであるが、おそらくこのように考えて差支えないであろう。

13 む す び

この報告において述べたことを要約すれば次の通りである。

1. 接触抵抗の動的変化が多少異っても温度上昇への影響には大差ないものといえる。
2. 板に発生した熱量、電極へ伝導し去った熱量、板に残った熱量等について概算し大体の傾向を知ることができた。
3. 厚板、通電時間の長い場合には次第に 3 次元の現象となり、1 次元の現象として計算した結果を説明するためには板への熱伝導以外に電流の分散を考慮しなければならない。
4. 物理常数の温度による変化の影響は大体温度上昇を加速せしめるように働く。
5. 軟鋼は軽合金に比べて時常数が大きい以外に電流の分散の程度が甚しいものと考えられる。
6. 温度上昇に寄与する割合は板が薄いほど接触抵抗によるものが大きく板が厚いほど固有抵抗によるものが大きくなる。

最後に通電時間について一言する。薄板の場合は接触抵抗が火付役をしこの高温のために高抵抗となった部分に分散の程度の少ない電流が流れ比較的速かに熔融部が完成する。また薄板は温度上昇の時常数が小さく直に定常状態に入るから速かな熱量の注入が必要である。したがって短時間に密度の大きい電流を通すこととなる。厚板の場合は電流は板の広がり方向へ分散し、したがって電流密度の高い中央部より接触抵抗による温度上昇部が発生するが次第に電流はこの高温による高抵抗部をさけて分散するから熔融部の完成はおくれる。熔融部は比較的大きいために接触抵抗による発熱より固有抵抗によるものが時間的に長く加えられる必要がある。また時常数が大きく、板の広がり方向への熱の伝導も無視できなくなり、通電時間を大きくする必要がある。ただし電流密度は薄板に比べて小さくなる。

なおこの報告についてはしばしば阪大教授安藤博士の御指導を賜った。ここに記して厚く御礼を申し上げる。