溶接継手の静的強度(第1報)*

— 塑性強度 —

大谷 碧** 上田 幸雄**
古閑 義彦*** 平田 智明***

Strength of Welded Connections (Report 1)*

— Yield and Ultimate Strength —

by Midori Otani**, Yukio Ueda**, Yoshihiko Koga***
and Toshiharu Hirata***

Abstract

Recently, steel structures are in a trend to be designed with consideration of their reserved strength in the plastic range. Accordingly, the strengths of welded connections are also to be discussed from this point of view. There are only few papers which dealt with elastic-plastic behavior of welded connections and consequently, present conventional design formulae of welded connections seem to be based on the simple elastic analysis or the experimental results on the fracture strength.

In order to clarify the elastic-plastic behavior of welded connections, a series of experiments was conducted on cruciform connections with fillet weld under uniaxial forces, pure bending, and pure shear, and their combination. From the results, it was found that the connection showed a sudden reduction of rigidity at general yielding and reached its ultimate strength after a large amount of plastic deformation. Therefore, it is very reasonable to discuss the strength of welded connection in terms of the above two points, i.e., yield and ultimate strength.

Theoretical analysis was also made on the above mentioned strength with the aid of plastic analysis method. The results of the analysis well coincide with those of the experiment and locate well the actual sections in which general yielding and ultimate strength are attained. Based on the results of the investigation, design formulae are proposed for the yield and ultimate strength of welded connection.

1. 緒 言

従来の鋼構造物は主として弾性設計法に基礎をおいて強度計算されていた。近年塑性解析法の発展と塑性設計法の合理性を反映し、その塑性強度を考慮する機会が多くなってきた。いっぽう、これまで接合部の溶接に対して使用している設計計算式は、単純な材料力学的計算結果、もしくは簡単な継手の破断実験結果に基礎をおいたものが多く、継手の弾塑性および破壊における挙動がじゅう分考慮されていないようである¹⁾。したがって、このような設計計算式をそのまま適用した場合には、継手の特性がじゅう分生かされず、種々の継手形式、荷重条件などに対してその設計基準が一定していないようである。

本論文では、これらの諸点を明らかにするために、前面すみ肉溶接継手を例に、この種の継手が軸力、曲げ、せん断およびそれらの組合わせ荷重を受けた場合の弾塑性から破断に至る継手の挙動を調査し、それらをもとに理論的ならびに実験的に、より合理的な設計基準を得ようとするものである。

2. 継手の強度実験

前面すみ肉溶接継手が種々の荷重のもとで示す挙動を実験的に調査するために、それぞれの荷重状態に適した試験片を製作して実験を行なった。その他、母材および溶着鋼の機械的性質も調査した。

2.1 実験ならびに試験片の種類

継手の強度実験に対して、後述の4種類の試験片を用いた。試験片の母材は板厚 19 mm の軟鋼で、イルミナイト系溶接棒 (4 mm ϕ) を用いて溶接し、最後に溶着部を所定の寸法に機械仕上げした。

* 原稿受付 昭和43年10月5日(昭和42年度秋季大会にて発表)

** 正 員 大阪大学工学部 Member, Faculty of Engineering, Osaka University

*** 防衛庁 Defence Agency

Table 1 Mechanical properties

	(kg/mm ²)					
	σ_y	σ_b	E	τ_y	τ_b	G
Basepl.	22.55	44.06	22478			
Depo.	37.60	48.30	22500	22.00	36.86	62.90

Table 2 Chemical composition

	(%)				
	C	Si	Mn	P	S
Basepl.	0.18	0.03	0.58	0.012	0.002

なお、母材および溶着鋼の諸性質を Table 1 および Table 2 に示す。

試験片の種類を以下に示す。

(1) T 試験片

継手の基本的な弾塑性挙動を引張荷重のもとで応力塗料を使用して詳細に調査するために製作した大型十字試験片である (Fig. 1)。

(2) M・S 試験片

本実験の標準継手で Fig. 2 に示す十字型試験片である。この試験片を用いて引張、純曲げ、純せん断および曲げとせん断との相関関係を調べる。

(3) T・M 試験片

主として曲げと軸力との組み合わせ荷重のもとでの強度を調査するために Fig. 3 に示すような L 型試験片である。

曲げと軸力の割合は、曲げモーメントを生ぜしめる腕の長さによって変化させる。ここでは腕の長さを、0、

Fig. 1 T Specimen **Fig. 2** M・S Specimen **Fig. 3** T・M Specimen **Fig. 4** S・T Specimen

10, 20, 30, 40, 81, 90 mm とした。

なお、同型の試験片を用いて純引張および純曲げ試験も行なう。

(4) S・T 試験片

Fig. 4 に示すような斜方継手形式の試験片で、せん断と引張との相関関係を調べる。溶接線の傾斜角を 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° にとり、せん断と引張の割合を変化させる。

2.2 実験方法

アムスラー型万能試験機 (200 ton) を使用して試験片に荷重を与えた。試験片各部の歪は電気抵抗線歪計を、また、伸びあるいは撓みはダイヤルゲージ (1/100 mm) を用いて計測した。各種試験片についてその試験方法を以下に示す。

(1) 引張試験

T 試験片の表面に応力塗料を塗布し、負荷のもとで生じる応力塗料の亀裂より各荷重段階での主歪および塑性域の拡がりなどを調べる。

この種の応力塗料は乾燥すると適当に脆化し負荷の大きさによって亀裂を生じる。また熱を加えると軟化し脆性を失うが冷却すると再び脆性を回復する。したがって、ある負荷状態で応力塗料を熱すると、それまでの歪

履歴は消滅する。このような応力塗料の特性を利用して、各荷重段階において試験片に生じる主歪および塑性域の動向を調べる。

(2) 引張、曲げ、せん断試験

標準継手(M・S試験片)を用いて引張、曲げ、せん断試験を行なう。純曲げは4点荷重で作用させる。純せん断試験は中央集中荷重のもとで、その両端の支持点距離を最小限にして行なった。

(3) 曲げ・せん断試験

M・S試験片に曲げとせん断の組合わせ荷重を作用させる。荷重は両端単純支持梁として継手部の中央に集中荷重を与え、その時の支持間隔を変化させることによって曲げモーメントとせん断力の大きさの組合わせを変えた。

(4) 引張・曲げ試験

T・M試験片を使用し、曲げと軸力との割合を一定に保つようにあらかじめ定められた位置に引張荷重を加えて試験を行なう。

(5) せん断・引張試験

斜方継手となっているS・T試験片に引張荷重を作用させると、その傾斜に応じて引張力とせん断力の割合が変化し、その相関関係を得る。

2.3 実験結果

上述の実験を行なった結果を以下に示す。

(1) 引張試験

T試験片の引張試験で得られた荷重と試験片の伸びの関係をFig. 5に、また各荷重段階における応力塗料の亀裂の広がりをFig. 6に示す。なお同図に示した荷重は、理論計算による全断降伏荷重 N_p を用いて表わしている。

引張荷重のもとでのT試験片の基本的挙動は大体以下のようである。

i. 完全な弾性応力状態から荷重の増加と共に応力集中部すなわち、すみ肉止端部ならびにルート部に塑性域

が現われる。しかしルート部の塑性域はすみ肉止端部よりも狭い範囲である(Fig. 6(a))。

ii. すみ肉止端部の塑性域はあまり拡大せず、それに代わってルート部より塑性領域が急速に発達し斜辺に達する。これと同時に応力塗料に亀裂の生じる範囲が急激に広がる。この状態で継手は全断面降伏に達したと考えられる。これ以後の試験片の伸びは急増する(Fig. 6(b), (c))。

iii. 直線状であった塑性領域が拡大すると、引張荷重方向と $0^\circ \sim 20^\circ$ の角度の範囲で急にすべりが生じる。この荷重近傍で試験片のルート部に微小なクラックが発生する(Fig. 6(d))。

iv. 塑性領域はさらに拡大し、応力塗料に現われる亀裂はほぼ斜辺に直角で互に平行に近く、一定間隔、一定方向となる(Fig. 6(e))。この間、クラックは安定である。

v. 塑性領域はさらに拡大し、ルート部に歪が集中す

Fig. 6 Crack pattern on stress coating of T Specimen

Fig. 5 Load~deflection of T specimen with stress coating

る。そして亀裂が徐々に進展して最大荷重に達しやがてはば、喉断面で破断に至る。

このように継手は引張荷重の増加と共に、(1). 弾性応力状態 (2). 弾塑性応力状態 (3). 全断面降伏状態 (4). 亀裂の発生 (5). 局部的な大きな塑性変形 (6). 亀裂の進展 (7). 破断 という過程を経る。この状態を Fig. 7 の荷重・伸び曲線に番号順に定性的に示す。

なお、実験結果より降伏断面は、Fig. 8 の OA 断面

にほぼ沿ってせん断により、破断面は喉断面で引張によって生じているものと考えられる。

(2) その他の試験

M・S, S・T, T・M 試験片に関する実験結果を Table 3 に示す。これら試験片も T 試験片とほぼ同じ挙動を示す。

なお曲げによる降伏断面は、引張側は OA 断面 (Fig. 8) であり圧縮側は最小断面となるすみ肉止端部 $A-A$ 断面の母材である。また破断は喉断面で生じている。い

Fig. 7 Elastic-plastic behavior of T Specimen in Tension

Fig. 8 Specimen and notations

Table 3 Results of Experiment

	P. No.	N_p	M_p	S_p	N_u	M_u	S_u
N in tons	01	20.5			28.3		
	02	19.4			25.0		
M in ton-mm	03		354			473	
	04		374			584	
S in tons	05			33.7			49.3
	06			31.6			46.5
M l N	07	14.9	150			220	
	08	11.3	230		21.9	320	
	09	8.87	273		15.8	378	
	10	7.09	297		12.3	409	
	11	8.52	323		9.77	465	
	12	3.17	366		12.3	521	
	13	2.10	457		4.53	592	
M l S	14		372	3.84		521	5.36
	15		375	7.98		536	11.4
	16		375	12.7		472	16.0
	17		376	18.3		480	24.0
	18		339	22.6		420	26.0
	19		259	25.9		393	39.3
	20		146	31.3		213	42.6
N l S	21	15.74		4.22	22.22		5.95
	22	14.38		8.30	19.83		11.45
	23	9.93		9.93	15.34		15.34
	24	6.30		10.91	10.13		17.54
	25	2.96		11.06			

N_p : Load at General Yield

N_u : Ultimate load

っぽう、せん断荷重のもとでは降伏ならびに破断とも喉断面で生じている。

上述した継手の挙動を検討すると、全断面降伏状態は継手の剛性が急減する開始点であり、それ以後も相当量の塑性変形能力と余剰強度を有している。したがってこの状態は剛性からみた継手の強度基準である。いっぽう、継手はそれ以後の荷重の増加によって亀裂を生じ、大きい塑性変形の後に亀裂が徐々に進展しながら最大荷重に達して破断する。この最大荷重点はもう一つの強度基準となる。このように検討すると、継手の強度は上述の2点すなわち、降伏強度と極限強度について考えられるのが妥当であろう。

ここで、実験結果をこれら塑性強度について解析し図示すると、Fig. 9, Fig. 10 および Fig. 11 となる。これらの図はいずれも理論計算値を用いて無次元化されている。

Fig. 9 $\left(\frac{M}{M_p}\right) \sim \left(\frac{N}{N_p}\right)$ and $\left(\frac{M}{M_u}\right) \sim \left(\frac{N}{N_u}\right)$ relations

Fig. 10 $\left(\frac{M}{M_p}\right) \sim \left(\frac{S}{S_p}\right)$ and $\left(\frac{M}{M_u}\right) \sim \left(\frac{S}{S_u}\right)$ relations

Fig. 11 $\left(\frac{N}{N_p}\right) \sim \left(\frac{S}{S_p}\right)$ and $\left(\frac{N}{N_u}\right) \sim \left(\frac{S}{S_u}\right)$ relations

3. 理論解析

実験結果から知られたように、継手の強度を評価する上で重要な降伏強度と極限強度についての理論解析を行なう。

継手を構成する母材ならびに溶着鋼とも、引張試験では降伏後に徐々に歪硬化し大きい塑性変形を生じて極限強さに達するので、材料の応力・歪図は、降伏ならびに極限強さの近傍では水平に近い。

いっぽう、外荷重によって継手自体が降伏強度または極限強度を示す状態では、それらの現象が生じている断面での歪に多少の差異があっても、材料の応力・歪図から考えてそれに対応する応力はほぼ等しい値に達していると予想され、継手全体として保持する荷重を評価する上で、局部的な影響は小さいと考えられる。したがって理論解析では、そのような影響を無視し応力は断面に一樣に分布しているものと仮定する。その他は、通常の単純塑性解析における仮定に従うものとする。

断面における応力成分として、断面に垂直な直応力 (σ) と、面内2方向のせん断応力 (τ_x, τ_y) を考え、降伏ならびに極限強さに達するための条件は下式で与えられると仮定する。すなわち

$$\sigma_Y^2 = \sigma^2 + \alpha^2(\tau_x^2 + \tau_y^2) \quad \dots\dots (1. a)$$

また、

$$\sigma_u^2 = \sigma^2 + \alpha'^2(\tau_x^2 + \tau_y^2) \quad \dots\dots (1. b)$$

ここで、 σ_Y = 単純引張降伏応力

τ_Y = 単純せん断降伏応力

$\alpha = \sigma_Y / \tau_Y$

σ_u = 単純引張極限強さ

τ_u = 単純せん断極限強さ

$\alpha' = \sigma_u / \tau_u$

このような仮定のもとにおける継手の塑性強度解析の手法は、材料を完全弾塑性体とし、断面における塑性条

件 ((1. a) または (1. b)) を満足させながら継手の保持する最大荷重を計算することである。この場合, 材料の弾性限として, 降伏応力または極限強度をとると, 継手の塑性強度としてそれぞれ降伏強度ならびに極限強度が得られる。

理論解析では, 継手に引張, 圧縮, 曲げ, せん断荷重が単独に作用した場合, ならびにそれらの組合せ荷重に対して行なう。

3.1 降伏強度*

(1) 引張

継手に不溶着部が存在する場合には, 引張荷重のもとでその部分は有効ではない。また, 部材の横方向の変位は横部材によって拘束される。これによって部材に生じる拘束応力は引張によって生じる応力の β 倍であるとする。

このような応力状態で Fig. 8 の OA 断面が最も早く降伏すると考えると, その時の引張降伏荷重 $+N_p$ は次式で与えられる。

$$+N_p = 2k \cdot r \cdot h \cdot w \sigma_Y \quad \dots\dots(2)$$

ここで, $k = 1/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

r = 脚長

h = 溶接長

$w \sigma_Y$ = 溶着金属の引張降伏応力

(2) 圧縮

圧縮に対しては継手の不溶着部も有効に働くので, 最小断面は Fig. 8 の AA 断面となり圧縮降伏荷重 $-N_p$ は,

$$-N_p = 2t \cdot h \cdot m \sigma_Y \quad \dots\dots(3)$$

ここで, $2t$ = 母材の板厚

$m \sigma_Y$ = 母材の引張降伏応力

(3) 純曲げ

純曲げを受けた場合に接手には引張と圧縮部分とが生じる。各部分の拡がりそれぞれ a, b とし, 前記 (1) および (2) の結果を適用し軸力が零となるように中性軸を決定すると,

$$a = \frac{h}{(k\lambda)\left(\frac{r}{t}\right) + 1}, \quad b = \frac{(k\lambda)\left(\frac{r}{t}\right)h}{(k\lambda)\left(\frac{r}{t}\right) + 1}$$

したがって, 降伏曲げモーメント M_p は,

$$M_p = \frac{k \cdot r \cdot h^2}{(k\lambda)\left(\frac{r}{t}\right) + 1} w \sigma_Y \quad \dots\dots(4)$$

ここで $\lambda = w \sigma_Y / m \sigma_Y$

(4) 純せん断

純せん断に対して Fig. 8 の OB 断面が最小断面であり, この断面に一樣にせん断応力が生じて降伏する。その荷重 S_p は,

$$S_p = \sqrt{2} r \cdot h \cdot (w \sigma_Y / \alpha) = \sqrt{2} \cdot r \cdot h \cdot w \tau_Y \quad \dots\dots(5)$$

(5) 軸力 (引張) と曲げの組合せ

引張力 $+N$ と曲げが同時に作用する場合も断面では引張と圧縮部分が生じ, 軸方向の応力の積分が $+N$ となるように中性軸が移動する。降伏状態における軸力と曲げモーメントの相関関係は, CA 断面に対して,

$$\frac{M}{M_p} = \left[1 + k\lambda\left(\frac{r}{t}\right)\left(\frac{+N}{+N_p}\right)\right] \left[1 - \left(\frac{+N}{+N_p}\right)\right] \quad \dots\dots(6)$$

(6) 軸力 (圧縮) と曲げの組合せ

軸力が圧縮の場合も全く同様に計算すると, AA 断面に対して

$$\frac{M}{M_p} = \left[1 + \frac{1}{k\lambda}\left(\frac{t}{r}\right)\left(\frac{-N}{-N_p}\right)\right] \left[1 - \left(\frac{-N}{-N_p}\right)\right] \quad \dots\dots(7)$$

(7) 曲げとせん断の組合せ

曲げモーメントとせん断が同時に作用する場合の相関関係は, 梁の全長にわたる 2 次元問題として取扱わねばならず複雑である。そこで本論文では近似的な取扱いとして, ある大きさの曲げモーメント M のもとでせん断力 S が断面の各点で降伏条件を満足しながら最大値になるような応力分布を計算し, それより相関関係を求めることにする²⁾。

変分法を用いると上述の事柄は次式を満足する。すなわち, ν を媒介変数として,

$$\delta S + \nu \delta M = 0 \quad \dots\dots(8)$$

継手に曲げ, あるいはせん断が単独に作用した場合にはそれぞれ降伏断面が異なるので, これらが同時に作用した場合の降伏断面の決定は非常にむづかしい。ここでは, これまでに決定された各降伏断面に曲げとせん断が同時に作用するとして解析を行ない, それらの結果で低い降伏強度を与える方が, 区分的に有効な相関関係であるとする。

一般に曲げモーメントによって生じる応力を σ_n, τ_n とし, せん断力によるものを τ_y とする。この場合の降伏条件は次のようになる。

$$\sigma_Y^2 = \sigma^2 + \alpha^2 \tau_y^2 \quad \dots\dots(9)$$

ここで, $\sigma^2 = \sigma_n^2 + \alpha^2 \tau_n^2$

上記の応力 σ の中で曲げモーメントに寄与する成分 σ_b は, 断面の方向によって決まるもので, それを $\sigma_b = \sigma/r$ とすると, 曲げモーメントとせん断力はそれぞれ次式で与えられる。

$$M = \int \sigma_b \cdot y \cdot dA = \frac{1}{r} \int \sigma \cdot y dA \quad \dots\dots(10. a)$$

$$S = \int \tau_y dA = \frac{1}{\alpha} \int \sqrt{\sigma_Y^2 - \sigma^2} dA \quad \dots\dots(10. b)$$

* 解析の詳細は付録 1 を参照。

ここで変分法を適用し((8)式に代入), σ について解くと,

$$\sigma = \frac{\nu y}{\sqrt{1+\nu^2 y^2}} \sigma_Y \quad \dots\dots(11)$$

したがって, 曲げモーメントならびにせん断力は,

$$M = \int \frac{\nu y^2}{\sqrt{1+\nu^2 y^2}} \left(\frac{\sigma_Y}{r} \right) dA \quad \dots\dots(12. a)$$

$$S = \int \frac{\nu}{\sqrt{1+\nu^2 y^2}} \left(\frac{\sigma_Y}{\alpha} \right) dA \quad \dots\dots(12. b)$$

上記の積分を行なうために各降伏断面における応力分布を次のように仮定する。

i. 曲げによる降伏断面での応力は, これまでの曲げモーメントによるものに, せん断力によって生じる一様せん断応力が附加される。

ii. せん断による降伏断面では, 喉断面に一樣なせん断応力の他に, 曲げモーメントによる引張側では一様な引張応力 σ と拘束応力 $\beta\sigma$ とが共存し, 圧縮側では不溶着部も有効に働き Fig. 12 のごとき応力分布となる。

このような応力分布に対し, 中性軸の位置, a および

Fig. 12 Assumed stress distributions

b, を考慮して, M ならびに S を計算すると, それぞれ次の結果が得られる。

i. 曲げが支配的な場合(曲げ降伏断面について)

$$M = t[-\sqrt{1+\nu^2 b^2}(-\nu b) + \sinh^{-1}(-\nu b)]_m \sigma_Y / \nu^2 \\ - r[-\sqrt{1+\nu^2 a^2}(\nu a) + \sinh^{-1}(\nu a)]_w \sigma_Y \cdot k / \nu^2 \quad \dots\dots(13. a)$$

$$S = -2t(\sigma_Y / \nu \alpha) \sinh^{-1}(-\nu b) \\ + 2r(\sigma_Y / \nu \alpha) \sinh^{-1}(\nu a) \quad \dots\dots(13. b)$$

ii. せん断が支配的な場合(せん断降伏断面について)

$$M = (0.5r + t)[-\sqrt{1+\nu^2 b^2}(-\nu b) + \sinh^{-1}(\nu b)]_w \sigma_Y \cdot k' / \nu^2 \\ - r[-\sqrt{1+\nu^2 a^2}(\nu a) + \sinh^{-1}(\nu a)]_w \sigma_Y \cdot k' / \nu^2 \quad \dots\dots(14. a)$$

$$S = \sqrt{2r}[\sinh^{-1}(\nu a) - \sinh^{-1}(\nu b)]_w \sigma_Y / \nu \alpha \quad \dots\dots(14. b)$$

ここで, $k' = 1/\sqrt{(1+\beta)^2 + (1-\beta)^2 \alpha^2}$

上記の相関関係は ν を媒介変数としており低い強度を与える方が, 有効な相関関係式である。また, 近似計算には, 下式を用いることができる。

$$\left(\frac{M}{M_p} \right)^2 + \left(\frac{S}{S_p} \right)^2 = 1 \quad \dots\dots(15)$$

(8) せん断と軸力(引張)の組合せ

せん断と軸力が作用する場合にもそれぞれの降伏断面は異なるので, 前記の場合と同様な取り扱いをする。

i. 引張が支配的な場合(引張降伏断面について)

$$\left(\frac{+N}{+N_p} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{S}{S_p} \right)^2 = 1 \quad \dots\dots(16)$$

ii. せん断が支配的な場合(せん断降伏断面について)

$$\left(\frac{+N}{+N_p} \right)^2 + \left(\frac{k'}{k} \right)^2 \left(\frac{S}{S_p} \right)^2 = 1 \quad \dots\dots(17)$$

(9) せん断と軸力(圧縮)の組合せ

上記と全く同様に解析する。

i. 圧縮が支配的な場合(圧縮降伏断面について)

$$\left(\frac{-N}{-N_p} \right)^2 + \frac{\lambda^2 k^2}{2} \cdot \left(\frac{r}{t} \right)^2 \left(\frac{S}{S_p} \right)^2 = 1 \quad \dots\dots(18)$$

ii. せん断が支配的な場合(せん断降伏断面について)

$$\left(\frac{-N}{-N_p} \right)^2 + \lambda^2 k^2 \left(\frac{0.5r+t}{t} \right) \left(\frac{S}{S_p} \right)^2 = 1 \quad \dots\dots(19)$$

3.2 極限強度**

継手の極限強度も, 前節の降伏強度に対すると全く同じ手法で解析する。ただし一般に材料の降伏応力比 $\alpha =$

** 解析の詳細は付録2を参照。

σ_Y/τ_Y と極限強さ比 $\alpha' = \sigma_u/\tau_u$ は異なる。継手が極限強度を示す状態では、大きい塑性変形を生じており、3.1(1)で考慮した母材の拘束の影響は小となる。

(1) 引張

大きい塑性変形に対する横方向の母材の拘束力は小さくその影響を無視し、引張力 $+N$ によって生じる応力状態で、0A, 0B ならびに 0C 断面 (Fig. 8) を比較すると、0B 断面が最も早く極限強さに達する。この時の極限強度 $+N_u$ は、

$$+N_u = 2k'' \cdot r \cdot h \cdot {}_w\sigma_u \quad \dots\dots(20)$$

ここで、 $k'' = 1/\sqrt{1+\alpha'^2}$

${}_w\sigma_u$ = 溶着鋼の引張極限強さ

(2) 圧縮

圧縮力による極限強度 $-N_u$ は、

$$-N_u = -2t \cdot h \cdot {}_m\sigma_u \quad \dots\dots(21)$$

ここで ${}_m\sigma_u$ = 母材の引張極限強さ

(3) 純曲げ

純曲げのもとでの極限強さは降伏強度の場合と異なり、引張と圧縮部分においてそれぞれ 0B 断面ならびに AA 断面で達する。この場合の極限強度 M_u は次のようになる。

$$M_u = \frac{k'' \cdot r \cdot h^2}{k''\lambda'(r/t) + 1} {}_w\sigma_u \quad \dots\dots(22)$$

ここで $\lambda' = {}_w\sigma_u / {}_m\sigma_u$

また中性軸 $a+b=h$ (Fig. 8) は、

$$\frac{a}{h} = \frac{1}{\lambda'k''(r/t) + 1}$$

$$\frac{b}{h} = \frac{\lambda'k''(r/t)}{\lambda'k''(r/t) + 1}$$

(4) 純せん断

喉断面 (0B 断面) が最小断面であり、せん断極限強度 S_u は、

$$S_u = \sqrt{2} \cdot r \cdot h \cdot {}_w\sigma_u / \alpha' \quad \dots\dots(23)$$

(5) 軸力 (引張) と曲げの組み合わせ

引張応力が生じている部分では喉断面で極限強さに達するので極限強度に対する相関関係は

$$\frac{M}{M_u} = \left[1 + k''\lambda' \left(\frac{r}{t} \right) \left(\frac{+N}{+N_u} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{+N}{+N_u} \right) \right] \quad \dots\dots(24)$$

(6) 軸力 (圧縮) と曲げの組み合わせ

圧縮力 $-N$ と曲げモーメントの相関関係は、

$$\frac{M}{M_u} = \left[1 + \frac{1}{k''\lambda'} \left(\frac{t}{r} \right) \left(\frac{-N}{-N_u} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{-N}{-N_u} \right) \right] \quad \dots\dots(25)$$

(7) 曲げとせん断の相関関係

曲げによる引張部分が極限強さに達するのは 0B 断面

(Fig. 8) であり、降伏の場合の 0A 断面と異なっているが、解析は降伏強度の場合と全く同じ手法による。

i. 曲げが支配的な場合 (曲げの極限強度断面に対して)

$$M = t[-\sqrt{1+\nu^2b^2}(-\nu b) + \sinh^{-1}(-\nu b)] {}_m\sigma_u / \nu^2 \\ - r[-\sqrt{1+\nu^2a^2}(\nu a) + \sinh^{-1}(\nu a)] {}_w\sigma_u k'' / \nu^2 \quad \dots\dots(26. a)$$

$$S = 2t \sinh^{-1}(-\nu b) \cdot {}_m\sigma_u / (\alpha \cdot \nu) \\ + \sqrt{2r} \sinh^{-1}(\nu a) {}_w\sigma_u / (\alpha \cdot \nu) \quad \dots\dots(26. b)$$

ii. せん断が支配的な場合 (せん断の極限強度断面に対して)

$$M = t(+0.5r)[- \sqrt{1+\nu^2b^2}(-\nu b) + \sinh^{-1}(-\nu b)] \\ \cdot {}_w\sigma_u \cdot k'' / \nu^2 \\ - r[- \sqrt{1+\nu^2a^2}(\nu a) + \sinh^{-1}(\nu a)] {}_w\sigma_u k'' / \nu^2 \quad \dots\dots(27. a)$$

$$S = \sqrt{2r} [\sinh^{-1}(\nu a) - \sinh^{-1}(-\nu b)] {}_w\sigma_u / (\alpha \cdot \nu) \quad \dots\dots(27. b)$$

上記2組の相関関係のうち、低い極限強度を与える方が区分的に有効な関係となる。これらの関係は ν を媒介変数としており数値計算にやや手数を要するので、簡便計算には次の近似式を用いることができる。

$$\left(\frac{M}{M_u} \right)^2 + \left(\frac{S}{S_u} \right)^2 = 1 \quad \dots\dots(28)$$

(8) せん断と軸力 (引張)

せん断と軸力が単独に作用する場合にはそれぞれの降伏断面は異なったが、この場合には同じ断面が極限強さに達する。したがって相関関係を求めると、

$$\left(\frac{N}{+N_u} \right)^2 + \left(\frac{S}{S_u} \right)^2 = 1 \quad \dots\dots(29)$$

(9) せん断と軸力 (圧縮)

上記と同様に解析し

i 圧縮が支配的な場合 (圧縮極限強度断面に対して)

$$\left(\frac{N}{-N_u} \right)^2 + \left(\frac{S}{S_u} \right)^2 = 1 \quad \dots\dots(30)$$

ただし、 $-S_u = 2t \cdot h \cdot {}_m\tau_u$

ii せん断が支配的な場合 (せん断極限強度断面に対して)

$$\left(\frac{N}{{}_sN_u} \right)^2 + \left(\frac{S}{S_u} \right)^2 = 1 \quad \dots\dots(31)$$

ここで、 ${}_sN_u = \sqrt{2} k'' (t + 0.5r) h {}_w\sigma_u$

以上で溶接継手が種々の荷重のもとで示す降伏強度ならびに極限強度、さらにそれらの強度を支配する断面について理論式を得た。この計算には継手の諸寸法のほか

母材ならびに溶着鋼の降伏応力と極限強さ、降伏応力比 $\alpha^2 = \sigma_Y / \tau_Y$ 、極限強さ比 $\alpha'^2 = \sigma_u / \tau_u$ 、母材の横拘束係数 β が必要である。

3.3 数値計算と実験値の比較

3.1節および3.2節で得た継手の降伏強度ならびに極限強度に対する理論式を用いて数値計算を行ない実験結果と比較する。

計算には引張試験結果 (Table 1) の降伏応力 σ_Y および極限強さ σ_u を用い、降伏応力比 $\alpha = \sigma_Y / \tau_Y$ はミーゼスの降伏条件にしたがうとして、 $\alpha^2 = 3.0$ を用いる。また極限強さ比 $\alpha' = \sigma_u / \tau_u$ は溶着鋼の実験結果より $\alpha'^2 = 1.7$ をとる。なお降伏強度の解析で考慮した拘束度 β は、弾性域で $0 \leq \beta \leq 0.3$ 塑性域で $0 \leq \beta \leq 0.5$ となるが計算では $\beta = 0.3$ とした。これは実験においてもこの程度の値を示した。

このほか、試験片の諸寸法は Fig. 1 から Fig. 4 に示したものである。

これらの諸数値を用いた計算結果を Fig. 9, 10, 11 に示す。これらの図で2本の曲線が重なっている場合があるが、低い値を与える内側の太い実線が有効な相関曲線である。これを実験結果と比較すると降伏強度ならびに極限強度とも非常によい一致を示している。さらに降伏断面および極限強さに達した断面の位置もほぼ一致しており、本章で得られた理論式が継手の塑性強度の特性を非常によく表わしているものと考えられる。

4. 結 言

本論文では、これまでに用いられている溶接継手に対する設計計算式を再検討するために、前面すみ肉溶接継手を例に多数の試験片を製作し種々の荷重のもとで実験を行なった。その結果、継手の強度は余剰強度をじゅう分有し全断面降伏で剛性が急減する降伏強度と破断直前で最高荷重を示す極限強度を基準として評価するのが合理的であると考えられる。

いっぽうこれらの塑性強度に対して塑性解析を行ない、種々の荷重のもとでの継手の強度に対する理論式を導いた。これらの理論式を用いた計算は実験結果と非常によい一致を示し、さらに降伏ならびに極限強さに達する断面も両者はよい傾向を示している。このように理論式は継手の特性を非常によく表わしている。

この他、応力塗料を用いた引張試験では、継手に生じる塑性域の拡がり、さらに主歪方向も詳細に観察することができ、塑性強度の検討さらに破壊の発生に関する重要な資料を得ることができた。

参 考 文 献

- 1) たとえば、中根、大谷：“溶接接手の強度”，溶接叢書 第5巻，産報，昭和38年
- 2) P. G. Hodge, “Plastic Analysis of Structures”, Mc Graw Hill 1959

付録1 降伏強度の理論計算式の誘導

(1) 引張

Fig. 8 において、0A 断面には一様せん断応力 $\tau = N/(2rh)$ が、また 0C 断面には直応力 $\sigma = N/(2rh)$ が作用する。0C 断面近傍の溶着金属は CC 間に存在する部材 (母材) によって拘束を受け、A 点 (すみ肉止端部) 近傍の溶着金属は AA 断面の母材の引張により横方向の縮みが生じ、これによって引張を受けることになる。そこで、これらの作用による2次的応力は、直応力 σ の大きさに比例し、0A 断面で一様に働く直応力で表わされたと考え、その大きさを $\beta\sigma$ とする。したがって、0A 断面には τ と $\beta\sigma$ が同時に生じていることになり、これらが降伏条件 (1. a) を満足する時に断面溶着金属が降伏し、引張力は限界値、すなわち降伏強度 $+N_p$ に達する。したがって、

$$\begin{aligned} m\sigma_Y^2 &= (\beta\sigma)^2 + \alpha^2(\tau^2) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2) \frac{+N_p}{2 \cdot r \cdot h} \end{aligned} \quad \dots\dots(1)$$

ゆえに、

$$+N_p = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right) r \cdot h \cdot m\sigma_Y = 2k \cdot r \cdot h \cdot m\sigma_Y \quad \dots\dots(2)$$

ここで、 $k = 1/\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$

(2) 圧縮

圧縮力が作用した場合には、00 断面も有効に働き CC 断面よりも、AA 断面が最弱断面となり、直応力 $\sigma = N/(2th)$ が生じる。その断面 (母材) が降伏する場合には、圧縮降伏強度 $-N_p$ は、次式より求められる。

$$m\sigma_Y^2 = \sigma^2 = \frac{-N_p^2}{(2rh)^2}$$

したがって、

$$-N_p = 2 \cdot r \cdot h \cdot m\sigma_Y \quad \dots\dots(3)$$

(3) 純曲げ

純曲げを受けた継手には、深さ方向に引張応力の生じている部分と圧縮応力の生じている部分とが存在する。継手が降伏強度を示す場合には、引張および圧縮部分がそれぞれ上記 (1), (2) 節で示したような降伏状態に達する。

各部分の伸びをそれぞれ a および b とすると、各部分に作用する力は

$$\text{引張力: } +N_p \frac{a}{h}$$

$$\text{圧縮力: } -N_p \frac{b}{h}$$

となる。この2つの力の差が軸力となる。

この場合には、純曲げで軸力は生じない。したがって、

$$0 = +N_p \left(\frac{a}{h} \right) - N_p \left(\frac{b}{h} \right)$$

ここで、 $h = a + b$ の関係を代入して、 a および b を求めると、

$$a = \frac{-N_p}{+N_p + -N_p} h = \frac{h}{(k\lambda)(r/t) + 1}$$

$$b = \frac{+N_p}{+N_p + -N_p} h = \frac{(k\lambda)(r/t)h}{(k\lambda)(r/t) + 1}$$

ここで $\lambda = w\sigma_Y / m\sigma_Y$

降伏曲げモーメント M_p は、

$$\begin{aligned} M_p &= +N_p \left(\frac{a}{h} \right) \frac{h}{2} \\ &= \left(\frac{h}{2} \right) \frac{+N_p \cdot -N_p}{+N_p + -N_p} \\ &= \frac{k \cdot r \cdot h^2}{(k\lambda)(r/t) + 1} w\sigma_Y \quad \dots\dots(4) \end{aligned}$$

(4) 純せん断

どの断面である OB 断面が最小で、断面積は $(r\sqrt{2}) \cdot h$ である。そこに一樣せん断応力 $\tau = S/2(r\sqrt{2})h$ が作用すると考えると、降伏せん断力 S_p は

$$w\sigma_Y^2 = \alpha^2 \left(\frac{S_p}{\sqrt{2} \cdot rh} \right)^2$$

ゆえに、

$$S_p = \sqrt{2} \cdot rh (w\sigma_Y / \alpha) = \sqrt{2} \cdot rh \cdot w\sigma_Y \dots\dots(5)$$

(5) 軸力(引張)と曲げの組合せ

曲げモーメントと同時に軸力(引張) $+N$ が作用しているが、取り扱い前は前記(3)純曲げと全く同様である。すなわち、引張と圧縮部分に作用する力の差が軸力 $+N$ となるように中性軸の位置を決定する。

$$+N = +N_p \left(\frac{a}{h} \right) - N_p \left(\frac{b}{h} \right)$$

$a + b = h$ を代入して、 a および b を計算すると、

$$a = \frac{-N_p + +N}{+N_p + -N_p} h$$

$$b = \frac{+N_p - +N}{+N_p + -N_p} h$$

断面の主軸周りのモーメントを求めると、

$$M = +N_p \left(\frac{a}{h} \right) \left(\frac{a}{2} - \frac{h}{2} \right) + N_p \left(\frac{b}{h} \right) \left(\frac{h}{2} - \frac{b}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{h}{2} \right) \frac{(-N_p + +N)(+N_p - +N)}{+N_p + -N_p}$$

降伏モーメント M_p を用いて無次元化すると

$$\begin{aligned} \frac{M}{M_p} &= \frac{(-N_p + +N)(+N_p - +N)}{+N_p \cdot -N_p} \\ &= \left[1 + \left(\frac{+N_p}{-N_p} \right) \left(\frac{+N}{+N_p} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{+N}{+N_p} \right) \right] \\ &= \left[1 + k\lambda \left(\frac{r}{t} \right) \left(\frac{+N}{+N_p} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{+N}{+N_p} \right) \right] \dots\dots(6) \end{aligned}$$

(6) 軸力(圧縮)と曲げの組合せ

上記(5)と全く同様に計算できる。

(7) 曲げとせん断の組合せ

本文では、基本的な考え方ならびに取り扱いについて述べたが、(10)式で示される曲げモーメントおよびせん断力に対して変分法を適用して必要な応力分布を求めるには、(8)式に(10)式を代入する。すなわち

$$\begin{aligned} 0 &= \delta S + \nu \delta M \\ &= \delta \left[\frac{1}{\alpha} \left\{ \sqrt{\sigma_Y^2 - \sigma^2} dA \right\} \right] + \nu \delta \left[\frac{1}{r} \left\{ \sigma \cdot y \cdot dA \right\} \right] \\ &= \frac{1}{\alpha} \left\{ \frac{-\sigma \cdot \delta \sigma}{\sqrt{\sigma_Y^2 - \sigma^2}} dA + \frac{\nu}{r} \left\{ y \cdot \delta \sigma \cdot dA \right\} \right\} \end{aligned}$$

ゆえに、

$$0 = \left\{ \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma_Y^2 - \sigma^2}} + \left(\frac{\alpha}{r} \right) \nu \cdot y \right\} \delta \sigma \cdot \delta A$$

したがって、変分 $\delta \sigma$ が零以外の値に対して常に上式が成立するためには、被積分関数が常に零でなければならない。ここで、 (α/r) は常数であるので、 $\nu(\alpha/r)$ をあらためて媒介変数 ν とすると、

$$\frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma_Y^2 - \sigma^2}} + \nu y = 0$$

これを σ について解くと、

$$\sigma = \frac{\nu y}{\sqrt{1 + \nu^2 y^2}} \sigma_Y \quad \dots\dots(11)$$

が得られる。

(11)式を(10)式に代入した後の積分は、本文に述べた各断面の応力に対して行なう。この場合の積分領域は引張部分と圧縮部分とが存在すること、そして各領域では、断面の幅および材料の降伏応力が相違することに注意を要する。この点について次節(8)を参考にすることができる。

いっぽう、積分結果(13)式および(14)式に含まれ a および b は、(11)式を引張部分と圧縮部分について積分して得られるそれぞれの軸力が等しいという条件から決定される。

(8) せん断と軸力(引張)の組合せ

せん断だけによる降伏断面は OB 断面で、引張によ

る場合は 0A 断面となる。したがって両者が同時に作用した場合には、それらの力によって生じる応力成分が最も早く降伏条件を満足する断面で降伏することになる。ここでは降伏断面の移動を克明に追求せず、降伏は 0A 断面か、0B 断面のいずれかであると仮定する。そして、理論計算を両断面について行ない、その結果で低い降伏荷重を与える方を降伏強度に対する有効な相関係数であると考え。

i. 引張降伏断面について

引張降伏断面 (0A 断面) について降伏強度を解析する。断面にはせん断力 S によるせん断応力 $\tau_y = S/2 \cdot r \cdot h$ と引張によるせん断応力 $\tau_x = N/2 \cdot r \cdot h$ ならびに直応力 $\beta r = \beta N/2 \cdot r \cdot h$ とが作用する。これらの応力を降伏条件に代入すると、

$$w\sigma_Y^2 = \beta^2 \left(\frac{N}{2 \cdot r \cdot h} \right)^2 + \alpha^2 \left[\left(\frac{N}{2 \cdot r \cdot h} \right)^2 + \left(\frac{S}{2 \cdot r \cdot h} \right)^2 \right]$$

$$\text{これより } \left[\frac{2rh_w\sigma_Y}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right]^2 = N^2 + \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \beta^2} S^2$$

$$1 = \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 + \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + \beta^2)(N_p)^2} S^2$$

$$\text{最後に } 1 = \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{S}{S_p} \right)^2 \quad \dots\dots(16)$$

ii. せん断降伏断面について

0B 断面には、せん断によるせん断応力 $\tau_y = S/\sqrt{2} \cdot r \cdot h$ と、引張による合応力 $N/\sqrt{2} \cdot r \cdot h$ が生じている。この合応力を 0B 断面上で直応力 σ とせん断応力 τ_x とに分解すると、それぞれ、次のようになる。

$$\sigma = \frac{N}{\sqrt{2} \cdot r \cdot h} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{N}{2 \cdot r \cdot h}$$

$$\tau = \frac{N}{\sqrt{2} \cdot r \cdot h} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{N}{2 \cdot r \cdot h}$$

前に述べたように、引張力が作用すると 0A 断面で

はせん断応力と同時に拘束応力が生じる。この拘束応力の 0B 断面上での直応力 σ_c およびせん断応力 τ_c は、

$$\sigma_c = \beta \frac{N}{2 \cdot r \cdot h}$$

$$\tau_c = -\beta \frac{N}{2 \cdot r \cdot h}$$

したがって、引張による 0B 断面上での直応力とせん断応力は、それぞれ

$$\text{直応力: } (\sigma + \sigma_c)$$

$$\text{せん断力: } (\tau_x - \tau_c)$$

ここで、0B 断面上での降伏条件を考察すると、

$$\begin{aligned} w\sigma_Y^2 &= (\sigma + \sigma_c)^2 + \alpha^2 [(\tau_x - \tau_c)^2 + (\tau_y)^2] \\ &= [(1 + \beta)^2 + \alpha^2(1 - \beta)^2] \left(\frac{N}{2 \cdot r \cdot h} \right)^2 + \alpha^2 \left(\frac{S}{\sqrt{2} \cdot r \cdot h} \right)^2 \end{aligned}$$

$k' = (1 + \beta)^2 + \alpha^2(1 - \beta)^2$ と置き、無次元化すると

$$1 = \left(\frac{k}{k'} \right)^2 \left(\frac{N}{N_p} \right)^2 + \left(\frac{S}{S_p} \right)^2 \quad \dots\dots(17)$$

となる。

(9) せん断と軸力 (圧縮) の組合せ

この場合は、圧縮降伏断面 (AA 断面) およびせん断降伏断面 (0B 断面) について、上記 (8) と全く同様に解析すると (18) 式ならびに (19) 式が得られる。

付録 2 極限強度の理論計算式の誘導

極限強度の解析には、付録 1 で展開した手法をそのまま適用することができる。

この場合も材料は完全弾塑性体であると仮定するが、その弾性限として、実際の材料の極限強さをとる。なお、降伏強度の解析では、引張のもので 2 次的応力である拘束応力を考慮したが、極限強度の解析ではその影響は無いものとして取り扱う。