5. 結 論

鉄とクロム, コバルトおよびニッケルの銅ろう付では, “母材の溶解—晶出” のため, 両母材界面において, 互いに相手側母材成分を含む合金相が晶出し, 一定のろう付温度下で, 保持時間の経過とともに, 成長する。

この晶出相は, いずれも銅を含む, 鉄—クロムでは (α -Fe, Cr) 鉄—コバルトでは (γ -Fe, α -Co), 鉄—ニッケルでは γ (γ -Fe, Ni) である。

このような溶解—晶出は, ろう付温度で, 両母材とも溶

融ろう中へ数%溶解し, かつ, 母材同士が固溶体を形成する組合わせにおいて, 起こる。

参 考 文 献

- 1) 吉田 亨, 大村博彦, 滝上紀吉: 異種材のろう付における母材の溶解—晶出とその応用 (第1報), 溶接学会誌, 46-11 (1977), 25
- 2) 吉田 亨, 大村博彦: 異種材のろう付における母材の溶解—晶出とその応用 (第3報)—Fe-Mo, Fe-W の銅ろう付—, 溶接学会誌, 49-2 (1980), 35
- 3) T. Lyman: Metals Handbook, ASM, vol. 8 (1973)
- 4) 石田恒雄: 鉄—銅のろう付現象 (第1報)—溶融銅による母材鉄の溶解現象—, 溶接学会誌, 39-4 (1970), 49

スリット溶接の拘束応力・拘束ひずみの解析的計算法*

上田 幸雄**, 福田 敬二**, 金 裕 哲**

Analytical Calculation Method of Restraint Stresses and Strains due to Slit Weld in Rectangular Plates*

by Yukio Ueda**, Keiji Fukuda** and You Chul KIM**

There are many metallurgical and dynamical factors which influence initiation of cold cracking at weld joints. However, when welding conditions are specified, the initiation of cold cracking may be predicted by the stress and strain induced at a point where the initiation is expected. In this respect, the stress and strain are the important information to prevent cold cracking from the dynamical point of view.

When a welded joint is simple such as of one dimensional constraint state, the restraint stress of a weld joint can be estimated with a fairly good accuracy by the conventional concept of restraint intensity. On the other hand, restraint stresses and strains of two dimensional constraint state are produced by not only shrinkage of weld metal but also thermal deformation of the plate. In this reason, it is difficult to predict them simply from the geometric configuration of a joint without considering this thermal deformation.

In this paper, thermal elastic-plastic behaviors in a slit type welded joint is idealized and an analytical calculation method for the stresses and strains is developed. And, it is shown that the restraint stresses and strains in any size of slit joints can be calculated simply by this method.

1. 緒 言

溶接継手が力学的に見て1次元拘束状態にある場合, 継手に生じる拘束応力は継手の拘束度から精度よく予想できることが多い。一方, 溶接待ち, 円板はめ込み溶接等においては, 熱膨張・収縮に対する拘束が溶接線に沿って変化する2次元拘束状態にあり, 拘束度を用いて拘束応力を予想することは難しい。

これに関連して著者らは, 2次元拘束状態の拘束応力・ひずみの特性を明らかにするため一連の研究を行ってきた。本論文では, 2次元拘束状態の基本的な例として矩形板のスリット溶接 (Fig. 1) を対象に熱弾塑性現象を理想化して解析モデルを設定し, このモデルを用いて試験片寸法および入熱量が変化する場合の溶接金属に生じる溶接線直角方向の拘束応力・ひずみを予想するための解析的計算法について述べる。

2. 熱弾塑性現象のモデル化と解析法の仮定

Fig. 1 に示すような矩形板のスリットの初層溶接で生

*原稿受付 昭和55年6月26日 (昭和53年度春秋全国大会にて発表)

**正 員 大阪大学溶接工学研究所 Member, Welding Research Institute of Osaka University

Fig. 1 Slit weld specimen

じる拘束応力、拘束ひずみの生成機構はやや複雑であるが、熱源の移動効果を考慮した詳細な熱弾塑性解析によって明らかにしている¹⁾。

ここではその概要を述べる準備として、まず溶接金属と母板を力学的にのみ切り離し、独立に膨張、収縮する場合を考える。

この場合、① 溶接金属は、溶融状態から室温に至るまで自由に縮む。すなわち自由収縮するが、その中で温度が剛性回復温度 T_m に冷却するまでは、外力に対しなら抵抗を示さない第 1 段階と、 T_m 以下で明らかな抵抗を示す第 2 段階とに分かれる。

他方 ② 母板は、溶接金属のように単純でなく、大きく 2 段階の変形挙動を示す。まず、温度上昇過程では、母板の熱変形によって開先部は、開先間隔をせばめる方向に変位する。いわゆる開先はとじ込む。これが第 1 段階である。次に、時間の経過と共に開先近傍に集中した熱は伝導し母板の温度が平均化することと相まって開先部近傍は冷却し収縮を始め、一旦とじ込んだ状態から元の開先間隔に戻ろうとする。これが第 2 段階である。

以上のように、溶接金属と母板を切り離して考えると各々の変形挙動は単純であるが、実際の熱弾塑性現象では、溶接金属と母板との力学的相互作用によって複雑になる。

実際の現象では、上述の両者の第 1 段階と第 2 段階はほぼ時を同じくして生じる。このため第 1 段階では、溶接金属は力学的に溶融状態にあって母板の熱変形になんら抵抗しえないため、母板は自由に開先間隔を閉じる方向に変位する。これは母板の熱変形のみ起因している。またこの開先に生じたとじ込みは、スリット端の溶接金属が T_m になった時、スリット縁全域でほぼ最大となり、以後溶接金属と母板は同時に第 2 段階に入りそれぞれの変形挙動を示すことになる。

第 2 段階では、スリット内全域で溶接金属は剛性回復温度 T_m に冷却しており、溶接金属と母板は一体となって挙動する。溶接金属はそれ自身収縮し、開先部を溶接金属の方へ引き込むように挙動するが、他方母板の第 2

段階の挙動である開先部の戻りにも抵抗する。このため開先部は、一旦とじ込んだ状態から元の開先間隔に戻ることが出来ない。すなわち、溶接金属はそれ自身さらに収縮しようとすると同時に、母板の第 2 段階で見られる開先部の戻りにも抵抗するため、溶接金属に拘束応力・拘束ひずみが生じる。

したがって、この種の力学的挙動においては、溶接金属が剛性を回復する温度に冷却した時、開先部に生じた母板の熱変形としてのとじ込み量と溶接金属それ自身の剛性回復温度からの収縮量との和をスリット溶接で生じる拘束応力・拘束ひずみの発生源である固有収縮量とみなすことが出来る。ところで熱弾塑性解析結果によれば、固有収縮量の中で前者が支配的であり溶接金属自身の収縮量は無視できるようなのである。このため、開先部に生じたとじ込み量のみを近似的に固有収縮量とみなせる。

本論文では、上述の現象を理想化し以下に述べる解析モデルを設定する。

1) 溶接金属の剛性回復温度からの収縮量は無視し、溶接金属が剛性回復温度に冷却した時の母板の熱変形である開先部のとじ込み量を固有収縮量とする。これによって溶接金属に生じる応力・ひずみを、矩形板スリット溶接の拘束応力・拘束ひずみと考える。

2) また、熱源の移動効果を無視する。比較的薄板で板厚 (h) が限界板厚 (h_{cr}) より小さい場合 ($h \leq h_{cr}$) には、スリット断面の板厚方向の温度は一樣とみなし、瞬間平面熱源と考える。したがって、板厚方向の温度は一樣である。これに対して、板厚が大きい場合 ($h > h_{cr}$) には、板厚中心線上での瞬間線熱源とみなす。この場合、板厚方向の温度分布は一樣でなく 3 次元温度分布となる。

3) 比較的薄板 ($h \leq h_{cr}$) の熱変形は 2 次元であるが、厚板 ($h > h_{cr}$) の場合には、3 次元熱変形の問題となる。これに対して高精度の簡略化を文献 2) が示しており、それにより板厚中心に置かれた瞬間線熱源による 3 次元温度分布の板厚中心の温度が、板厚方向に一樣に分布すると仮定した 2 次元問題として取り扱う。

4) 瞬間熱源とみなしたスリット溶接の固有収縮量は、スリット中央における溶接金属の板厚中心が剛性回復温度に冷却したときの開先間隔のとじ込み量と考える。

5) 母板は完全に弾性であり、溶接金属は完全弾塑性挙動をし、トレスカの降伏条件に従うものと仮定する。さらに、溶接金属部の幅は矩形板の辺長に比べて非常に小さいと考える。したがって、拘束応力が弾性の場合、溶接金属部の伸びは極めて小さいので無視する。これに反して、塑性の場合には、材料が完全塑性であるので伸

びは自由になるが, 大きさは母板の変形によって規制される。

3. 固有収縮量の解析的計算法

3.1 瞬間熱源による温度分布

板厚 h の無限板に入熱 q (cal/cm²) の瞬間平面熱源または q (cal/cm) の瞬間線熱源を板厚中心に長さ l にわたって置く。材料の物理定数の温度依存性および板の表裏面からの熱反射を無視すると, 熱源中心の板厚中心が剛性回復温度 T_m まで冷却した時の温度分布は次式で与えられる。

$$T - T_i = \frac{T_m - T_i}{2} \exp \left[- \left(\frac{Y}{2} \frac{l}{h'_{cr}} \right)^2 \right] \cdot \left\{ \Phi \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{l}{h'_{cr}} (1+X) \right\} + \Phi \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{l}{h'_{cr}} (1-X) \right\} \right\} \quad \dots (1)$$

ここで,

$X = 2x/l$, $Y = 2y/l$, l : スリット長

$h \leq h_{cr}$ の場合 $h'_{cr} = h^2_{cr}/h$

$h > h_{cr}$ " $h'_{cr} = h_{cr}$

$h_{cr} = \sqrt{\frac{q}{c \rho (T_m - T_i)}}$ (限界板厚),

$\Phi(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-u^2} du$ (誤差関数)

c : 比熱 (cal/g·°C), ρ : 密度 (g/mm³), T_m : 剛性回復温度 (°C), T_i : 初期温度 (°C)

他方, 矩形板 (有限板) に対しては, その二辺 (L および B) の寸法が下式,

$$h'_{cr}/l \leq (1/2)(B/l), \quad h'_{cr}/l \leq (1/2)(L/l-1)$$

を満足すれば, 板周辺境界からの熱反射の影響は極めて小さい。したがって, 上記の条件を満たす矩形板に対しては, 式(1)がそのまま適用できるものと考えられる。

3.2 固有収縮量の計算法

有限板スリット溶接における拘束応力・拘束ひずみの発生源である固有収縮量 S_T は式(1)で示した温度分布によって開先部に生じる母板の熱変形, すなわちスリット縁に生じるとじ込み量を精度よく求めることに帰着する。

解析は無限板に対する解析解と, これを有限板に適用するための修正計算とからなる。解析手順としては, Fig. 2-1 に示すようにスリットを有する無限板のスリット中央が剛性回復温度に冷却した時のスリット縁に生じるとじ込み量 S_T^{∞} (Fig. 2-1 (b) と (c) との和, 結果として (c') が求まる) と, これを有限板に修正することによって生じる付加変形 ΔS_T (Fig. 2-1 (d) の結果として (d') が求まる) との和として求める。このように種々の解の重ね合わせとして求めるため, 以下にそれぞれの具体的な計算法を述べる。

Fig. 2-1 Procedure for calculation of inherent shrinkage; S_T

Fig. 2-2 Procedure for calculation of additional inherent shrinkage; ΔS_T

[解析 (A)] Fig. 2-1 (b) のように無限板に式(1)の温度分布を与える。これにより, 任意の位置 (x, y) で生じる応力 $\{-\sigma\}$ は2次元熱弾性論⁹⁾より, 次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (\cos^2 \theta \sigma_1 + \sin^2 \theta \sigma_2) dX' \\ \sigma_y &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (\sin^2 \theta \sigma_1 + \cos^2 \theta \sigma_2) dX' \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (\cos \theta \sin \theta \sigma_1 - \sin \theta \cos \theta \sigma_2) dX' \end{aligned} \right\} \quad \dots (2)$$

ここで,

$$\sigma_1 = \{E\alpha(T_m - T_i)l/h'_{cr}\} [-(1/2\pi)(h'_{cr}/r)^2 \{1 - \exp(-\pi(r/h'_{cr})^2)\}]$$

$$\sigma_2 = \{E\alpha(T_m - T_i)l/h'_{cr}\} [\exp(-\pi(r/h'_{cr})^2) + (1/2\pi)(h'_{cr}/r)^2 \{1 - \exp(-\pi(r/h'_{cr})^2)\}]$$

$$r^2 = (l/2)^2 \{(X - X')^2 + Y^2\}, \quad \cos \theta = (X - X')/(2r/l),$$

$$\sin \theta = Y/(2r/l), \quad X = 2x/l, \quad X' = 2x'/l, \quad Y = 2y/l$$

α : 線膨張係数, E ; ヤング率

上式より, 熱源 (スリット縁に相当) 線上 ($-1 \leq X \leq 1, Y=0$) の y 方向応力 $-\sigma_y^{\infty}$ は求まり, その逆符号の応力を次式に示す。

$$\sigma_s^\infty(X) = \frac{E \alpha (T_m - T_i) h_{cr}}{\pi l} \left[\frac{1 - \exp\{(-\pi/4)(1+X)^2(l/h_{cr})^2\}}{1+X} + \frac{1 - \exp\{(-\pi/4)(1-X)^2(l/h_{cr})^2\}}{1-X} \right] \quad (3)$$

【解析(B)】 Fig. 2-1 (c) のように、スリットのある無限板に式(1)の温度分布を与えた場合に生じるスリット縁のとじ込み S_T^∞ を次のように求める。解析(A)でスリットなしの無限板の熱応力が求められているが、熱源線上にスリットを加工して自由境界にする。解析的には、スリットのある無応力無限板に解析(A)で求めたスリット縁上の既存の応力 σ_s^∞ を逆方向に作用させる。これによって板に生じる付加応力が $\{\sigma^a\}$ であり、スリットの変化が S_T^a である。

ここで、解析(A)と(B)の解を重畳するとスリット自由縁の条件が満足され、無限板には $\{-\sigma\} + \{\sigma^a\}$ が生じている。 S_T^∞ および $\{\sigma^a\}$ は、Westergaard の応力関数⁵⁾を用いると次式から求められる。

$$S_T^\infty(X) = \frac{2l}{\pi E} \int_{-1}^1 \sigma_s^\infty(X') \log \left\{ \left| \frac{1-XX'}{X-X'} \right| + \sqrt{\left(\frac{1-XX'}{X-X'} \right)^2 - 1} \right\} dX' \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x^a \\ \sigma_y^a \\ \tau_{xy}^a \end{Bmatrix} = \frac{l}{2} \int_{-1}^1 \begin{Bmatrix} R_x Z_I - \gamma I_m Z_I' \\ R_x Z_I + \gamma I_m Z_I' \\ -\gamma R_x Z_I' \end{Bmatrix} \sigma_s^\infty(X') dX' \quad (5)$$

ここで、

$$Z_I = \sqrt{1-(X')^2} / [(\pi/2)l(z-X')\sqrt{z^2-1}],$$

$$Z_I' = dZ_I/dz, \quad z = 2x/l + i(2y/l) = X + iY, \quad i = \sqrt{-1}$$

R_x, I_m ; 複素関数の実部および虚部

【解析(C)】 解析(A)、(B)の解の重畳では、スリットのある無限板の応力 $\{-\sigma\} + \{\sigma^a\}$ とスリット縁のとじ込み S_T^∞ が求められたが、この解を有限板に適用できるようにするためには、有限板としての周辺 $x = \pm L/2$, $y = \pm B/2$ での境界条件を満足させる必要がある。

すなわち、 $\{-\sigma\} + \{\sigma^a\}$ の周辺境界での応力は $\{-\sigma_s\} + \{\sigma_s^a\}$ であり、その周辺に沿って切断し、これを消滅させる必要がある。解析的には、Fig. 2-1 (d) のようにスリットのある矩形板の周辺境界に $\{-\sigma_s\} + \{\sigma_s^a\}$ の逆符号の応力を作用させる。これによって、スリット縁には付加変位 ΔS_T (Fig. 2-1 (d')) が生じる (Fig. 2-2)。この解を解析(A)、(B)の解と重畳し、自由境界の条件を全て満足させる。すなわち Fig. 2-1 (a) および (a') である。

これによって、スリット縁の変位 (固有収縮量) S_T が求まる。

$$S_T = S_T^\infty + \Delta S_T \quad (6)$$

Fig. 3 Procedure for calculation of restraint stress; σ_s^r

なお、解析(C)の解、すなわち ΔS_T は有限要素法によって直接計算することも可能であるが、種々の試験片寸法および入熱量に対して計算を簡易化するため、解析的計算法を付録1に示す。

4. 固有収縮量に基づく拘束応力・拘束ひずみの解析的計算法

2章で述べたように、スリット溶接の拘束応力 σ^r は矩形板のスリット縁に、固有収縮量 S_T を負荷した時に生じる応力として計算する。この場合には、固有収縮量の大きさと矩形板の諸寸法によってスリットに沿う溶接金属部には弾性、弾塑性、全長塑性の応力分布を生じる。これらは、有限要素法に基づく弾塑性解析により直接計算することは可能であるが、ここでは、解析的に求める方法を示す。

4.1 溶接金属に弾性応力が生じる場合の拘束応力・拘束ひずみ

板厚が薄くかつスリット長が h_{cr} に比してかなり長い場合、溶接金属に弾性の拘束応力・ひずみが生じる。この場合には仮定(5)により、固有収縮量 S_T に対して弾性変形するのは母板だけである。したがって、矩形板のスリット縁に S_T を作用させた時 (Fig. 3 (a')) の弾性応力として拘束応力 (スリット縁に生じた母板の応力) σ_s^r (Fig. 3 (a)) を求めることになる。この解析手順を Fig. 3 に示す。

スリット縁に作用させる固有収縮量 $S_T = S_T^\infty + \Delta S_T$ を S_T^∞ と ΔS_T に分けて作用させる。

【解析(A)】 Fig. 3 (b') のように無限板のスリット縁に S_T の第1成分 S_T^∞ を作用させる。これによるスリット縁の応力 σ_s^∞ は3章解析(A)の解、式(3)である。すなわち、式(1)の温度分布によって生じた無限板の σ_s^∞ を、スリットを設けて解放したときの変位が S_T^∞ となっているからである (3章解析(B))。

【解析(B)】 スリット縁に与えた S_T^∞ をそのままに保

持した状態で、無限板から矩形板を切り出す。この結果として、矩形板周辺が自由境界となる。解析的には Fig. 3 (c) のように、無限板で生じている周辺 ($x = \pm L/2$, $y = \pm B/2$) における応力 $\{\sigma_s^0\}$ の逆符号をスリットのない矩形板に作用させることになる。これによって、スリット線に生じる応力が $-\Delta\sigma_s^0$ である。もちろん S_T^0 は、変化しない。

解析(A), (B)の解を重畳することにより、矩形板のスリット縁に S_T^0 を与えた場合の拘束応力 ($\sigma_s^\infty - \Delta\sigma_s^0$) を求める。

【解析(C)】 S_T の第2成分 ΔS_T を矩形板のスリット縁に作用させた場合 (Fig. 3 (d')) の拘束応力は、Fig. 2-2 (f) に示したように ($-\Delta\sigma_s + \Delta\sigma_s^0$) となる。この解析法はすでに 3.2 節 (Fig. 2-2) に示している。

この様にして求めた解析(A), (B), (C)の解を重畳すると、スリット縁に生じる拘束応力 σ_s^r は次式のようなになる。

$$\sigma_s^r = \sigma_s^\infty - \Delta\sigma_s \quad \dots\dots\dots (7)$$

右辺の各項は式(3), 式 (A3-1) によって与えられる。ところで、溶接金属に生じる拘束応力 σ_w は、母板の板厚 h で溶接金属ののど厚が h_w であるので、

$$\sigma_w = \sigma_s^r (h/h_w) = (\sigma_s^\infty - \Delta\sigma_s) (h/h_w) \quad \dots\dots\dots (8)$$

また、この時に溶接金属に生じる拘束ひずみ ε_w は弾性ひずみ ε_w^e であり、次式で求めることができる。

$$\varepsilon_w = \varepsilon_w^e = \sigma_w / E \quad \dots\dots\dots (9)$$

拘束ひずみは拘束応力と同じ分布をしている。

4.2 溶接金属の一部に塑性域が生じる場合の拘束応力・拘束ひずみ

スリットのある矩形板に固有収縮量 S_T を与えた時の弾塑性挙動を有限要素法によって解析した結果を基に弾塑性挙動を理想化し、解析的に求める方法を示す。

溶接金属に生じる弾性拘束応力が大きくなり塑性域が生じる場合、一般に Fig. 4 に示すような弾塑性応力分布の中で、塑性域はスリット両端から応力の低い中央部に進展する。応力分布が弾性、弾塑性に拘らず決められた固有収縮量 S_T を負荷するが、2次元問題であるので部分的な塑性化によって弾性応力値は変化する。この弾性部分の応力分布形状は、スリット長 l が見掛け l' まで短くなったとして式(8)から計算した応力分布とはほぼ等しいことが有限要素法による解析結果から認められた。また、解析結果を基に第一次近似として l' は次のように選ぶことができる。

$$l' = \zeta l \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、

$$\zeta = 0.0024 \sigma_Y + 0.765 \quad (30 \leq \sigma_Y \leq 98)$$

$$\zeta = 1.0 \quad (\sigma_Y > 98)$$

σ (kg/mm²)

Fig. 4 Simplified elastic-plastic analysis of restraint stress

σ_Y : 溶接金属の降伏応力 (kg/mm²)

この解析モデルの溶接金属に生じる応力 σ_w が降伏応力 σ_Y に等しくなる点 $x = \pm x_p$ までが弾性応力の生じる範囲であり、式(8)に $l \rightarrow l'$ として $\sigma_w = \sigma_Y$ となる点 x_p は式(11)のように求められる。

$$\frac{2x_p}{l'} = X_p \approx \pm \sqrt{1 - \frac{(2E/\pi) \{ \alpha(T_m - T_i) h'_{cr} / l' \}}{\sigma_Y (h_w/h) + \Delta\sigma_s}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

これによって、溶接金属に生じる弾塑性応力分布が求められる。もし、求めた第一次近似としての弾塑性応力が正解であれば、この応力 σ_w をスリット縁ののど厚部分に与えた場合に生じるスリット縁の変位 S_e (母板の弾性変位) が、弾性部分 ($|x| < X_p$) で固有収縮量 S_T に一致する。したがって、もし一致しなければ弾性部分で $S_e = S_T$ となるように l' を調整しなおす必要がある。なお、 S_e の計算法は付録4に示す。

以上から、溶接金属の一部に塑性域が生じる場合の溶接金属に生じる溶接線直角方向の拘束応力 σ_w および拘束ひずみ ε_w は、次のように求める。

$$\sigma_w(X_1) = \frac{E \alpha (T_m - T_i) h'_{cr} h}{\pi l'} \left\{ \frac{1 - \exp\{(-\pi/4)(1 + X_1)^2 (l'/h'_{cr})^2\}}{1 + X_1} + \frac{1 - \exp\{(-\pi/4)(1 - X_1)^2 (l'/h'_{cr})^2\}}{1 - X_1} \right\} - \Delta\sigma_s (B/l', L/l') \cdot (h/h_w) \quad (|X| < X_p)$$

$$\sigma_w = \sigma_Y, \quad (X_p \leq |X| \leq 1) \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_w &= \epsilon_w^e = \sigma_w(X_1)/E & (|X| < X_p) \\ \epsilon_w &= \epsilon_w^e + \epsilon_w^p = \sigma_w/E + (S_T - S_e)/b_w & (X_p \leq |X| \leq 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、

$$X_1 = 2x/l, \quad X = 2x/l$$

ϵ_w^p ; 溶接金属の塑性ひずみ, b_w ; のど間隙

4.3 溶接金属が全面降伏する場合の拘束応力・拘束ひずみ

溶接金属が全面降伏する場合、溶接金属に生じる拘束応力 σ_w は降伏応力 σ_Y に等しい。このような場合、スリット縁ののど厚 (h_w) 部分に一定の降伏応力を負荷した時のクイチガイ量 (母板の弾性変形量) として S_e が求められる。この S_e は、一定荷重をスリット縁に負荷した時の有限板の拘束度 R_p (高精度の近似式)⁶⁾ を用いて次式のように計算できる。

$$\begin{aligned} S_e &= \sigma_Y h_w / R_p(X) \\ &= (\sigma_Y / E)(h_w / h) \{ 2l / (1 - \beta_p) \} \sqrt{1 - X^2} \end{aligned} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、

$$\beta_p = 0.6 / (L/l)^n + 0.75 / (B/l)^{1.82}$$

$$n = 5.8 / (B/l)^2 + 2.2 \quad (B/l \geq 1.8, L/l \geq 1.5)$$

上式は、楕円形を示す。したがって、溶接線直角方向の溶接金属に生じる拘束ひずみ ϵ_w は、次式から求まる。

$$\epsilon_w = \epsilon_w^e + \epsilon_w^p = \sigma_w / E + (S_T - S_e) / b_w \dots\dots\dots (15)$$

5. 計 算 例

斜め γ 開先拘束割れ試験片寸法比 ($B/l = 1.875$, $L/l = 2.5$) を有する試験片で板厚 $h = 20$ mm, のど厚 $h_w = 5$ mm, のど間隙 $b_w = 4$ mm, 入熱量 $Q = 17,000$ J/cm ($h_{cr} = 17.5426$ mm), 剛性回復温度 $T_m = 700^\circ\text{C}$, 初期温度 $T_i = 15^\circ\text{C}$, 線膨張係数 $\alpha = 1.2 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$, 比熱 $c = 0.188$ cal/g $\cdot^\circ\text{C}$, 密度 $\rho = 7.66$ g/cm³, 溶接金属の降伏応力 $\sigma_Y = 50$ kg/mm², ヤング率 $E = 21,000$ kg/mm² を一定にして、スリット長 $l = 80$ (斜め γ 開先拘束割れ試験片寸法), 240 mm とした場合の固有収縮量 S_T および母板の弾性変形量 S_e を Fig. 5 に示す。また、溶接金属に生じる溶接線直角方向の拘束応力 (残留応力) σ_w , 拘束ひずみ (残留塑性ひずみ) ϵ_w^p を Fig. 6 に示す。

6. 結 言

本報告では、2次元拘束状態の代表例として矩形板のスリット溶接を選び、その熱弾塑性現象をモデル化して試験片寸法および入熱量のあらゆる組み合わせに対して、溶接金属に生じる溶接線直角方向の拘束応力・拘束ひずみを解析的に求める解析法を示した。得られた主な結果は次のとおりである。

Fig. 5 Distribution of inherent shrinkage S_T and elastic deformation S_e along slit

Fig. 6 Distribution of residual stress and plastic strain along slit

(1) スリット溶接における拘束応力・拘束ひずみは、溶接金属が剛性を回復した時のスリット縁のとじ込み量 (固有収縮量) に直接的に依存する。この固有収縮量を無限板に対する解析解と有限板の効果に対する有限要素

解を重畳することから精度よく求める解析法を示した。

(2) 有限要素法による計算結果を基に有限板の効果を解析的に計算する方法を付録1に示した。この結果、スリット試験片の寸法、溶接条件が決定されると固有収縮量が有限要素法を用いることなしに容易に計算できる。

(3) 溶接金属に生じる拘束応力・拘束ひずみは、上述の固有収縮量を溶接金属に与えて直接的に弾塑性解析を適用して求めることができるが、試験片寸法比 $B/l \geq 1.8$, $L/l \geq 2.0$ を満せば、弾塑性解析を行うことなしに溶接金属に生じる拘束応力が弾性、弾塑性、全長塑性の三つの場合に分類して、解析的に拘束応力・拘束ひずみを求める解析法を示した。

付録1 付加変形 ΔS_T の解析的計算法 ($B/l \geq 1.8$, $L/l \geq 2.0$)

3.2 節の解析(C)で述べた有限板の効果により生じる付加変形 ΔS_T は有限要素解として直接計算できるが、以下のように解析的に求めることができる。この解析手順は Fig. 2-2 に示している。

【解析(A)】 Fig. 2-2 (c) のように有限板境界 ($x = \pm L/2$, $y = \pm B/2$) に生じた応力 $\{-\sigma_s\} + \{\sigma_s^0\}$ の逆符号応力をスリットの無い矩形板周辺境界に作用させる。これによって、スリット縁に応力 ($\Delta\sigma_s - \Delta\sigma_s^0$) が生じる。

【解析(B)】 解析(A)でスリット縁の応力が求められた。この応力をスリットを設けて解放したときの変位が ΔS_T である (Fig. 2-2 (f'))。

すなわち、解析(A), (B)の解を重畳すると、3.2 節解析(C)で述べた ΔS_T が求まることになる (Fig. 2-2 (d'))。

ところで、解析(A)で述べたスリット縁の応力 ($\Delta\sigma_s - \Delta\sigma_s^0$) は矩形板がある程度大となれば、Saint-Venantの原理からも予想されるように一定分布とみなせるようになる。計算結果によれば、スリット中央とスリット端の応力比が0.9以上を一定とみなせば、それを満す試験片寸法比は、 $B/l \geq 1.8$, $L/l \geq 2.0$ となる。この条件を満せばスリット縁に生じる変形 ΔS_T は、一定荷重による有限板の拘束度 R_p (式(14))を用いて、次式のように計算できる。

$$\begin{aligned}\Delta S_T &= (\Delta\sigma_s^0 - \Delta\sigma_s)h/R_p(X) \\ &= 2l(\Delta\sigma_s^0 - \Delta\sigma_s)\sqrt{1-X^2}/\{E(1-\beta_p)\} \\ &\quad (B/l \geq 1.8, L/l \geq 2.0) \quad (A1-1)\end{aligned}$$

上式は楕円形となる。また、 $\Delta\sigma_s^0$, $\Delta\sigma_s$ は直接有限要素解析を行えば求まるが、 $\Delta\sigma_s^0$ の解析的計算法を付録2に、 $\Delta\sigma_s$ については、付録3のように有限要素法の解析結果に対して最小二乗法を用いて定式化した。これらの結果から、 $\Delta\sigma_s^0$ は式 (A2-5), $\Delta\sigma_s$ は式 (A3-1) によって簡単に求められるため、種々の試験片寸法および溶接条件に対して ΔS_T を式 (A1-1) から計算するこ

Fig. A2-1 Effect of geometrical shape on correction factor; β_T

とができる。

付録2 $\Delta\sigma_s^0$ の解析的計算法 ($B/l \geq 1.8$, $L/l \geq 2.0$)

文献6*)によれば、無限板のスリット縁に一定荷重 P_0 を負荷した時、有限板境界に相当する位置に生じた応力 $\{\sigma_s^0\}$ を無負荷スリットなしの矩形板周縁に逆向きに作用させた場合、スリット縁に相当する位置に生じるはね返り応力 $\Delta\sigma_s^0$ は、次式で与えられた。

$$\Delta\sigma_s^0 = \beta_p \cdot P_0 \quad \dots\dots\dots (A2-1)$$

この考えから、無限板のスリット縁に式(3)で計算される熱弾性応力 σ_s^∞ を負荷した時の有限板への修正率 β_T を定義すると、有限板の効果によりスリット縁に生じるはね返り応力 $\Delta\sigma_s^0$ は、次式のようになる。

$$\Delta\sigma_s^0 = \beta_T \sigma_s^\infty \quad \dots\dots\dots (A2-2)$$

上式の σ_s^∞ は、無限板のスリット縁に生じた熱弾性応力 σ_s^∞ のスリット中央の値である。

$$\begin{aligned}\sigma_s^\infty &= \sigma_s^\infty(X=0) = (2E/\pi) \{ \alpha(T_m - T_i) h'_{cr}/l \} \cdot \\ &\quad [1 - \exp\{(-\pi/4)(l/h'_{cr})^2\}]\end{aligned}$$

スリット縁に一定荷重 P_0 を負荷したときと同じく熱弾性応力 σ_s^∞ を負荷したときの各荷重条件に対する有限板への修正率 β_p , β_T の比を有限要素法で調べると Fig. A2-1「●」印で示すように、 B/l の値にかかわらずほぼ一定であり h'_{cr}/l のみの関数であった。よって、次式のように試験片寸法と入熱量の関数である h'_{cr} と分離してあらわすと、

$$\beta_T(B/l, L/l, h'_{cr}/l) = \beta_p(B/l, L/l) \times a(h'_{cr}/l) \quad \dots\dots\dots (A2-3)$$

上記二つの荷重条件の場合にスリット縁に生じたクイチガイの積分値を各々 A_p , A_T とすれば、 A_T/A_p は h'_{cr}/l のみの関数となり近似的に次式の関係がある。

$$\beta_T/\beta_p = A_T/A_p = a(h'_{cr}/l) \quad \dots\dots\dots (A2-4)$$

ここで、

*)文献6)では、 $\Delta\sigma_s^0$ は σ_s^0 となっている。

$$A_T/A_p = \int_{-1}^1 S_T^{\infty} dX / [\pi^2 (1 - \exp\{(-\pi/4)(l/h'_{cr})^2\})],$$

$$A_p = \pi l^2 / (2E)$$

このようにして β_T/β_p を推定したものが Fig. A2-1 の実線であり、有限要素法で求めた結果とよく一致することがわかる (図中の β_{δ_0}/β_p は、一定変位をスリット縁に負荷した時の有限板への修正率の関係を示したものである)。

以上から、 $\Delta\sigma_s^e$ は種々の試験片寸法および入熱量に対して、有限要素法を用いることなく次式から簡単に求めることができる。

$$\Delta\sigma_s^e = \beta_p \times a(h'_{cr}/l) \times \sigma_{\delta_0}^{\infty}$$

$$= \beta_p (2E/\pi^3) \{ \alpha(T_m - T_i) h'_{cr}/l \} \int_{-1}^1 S_T^{\infty} dX$$

.....(A2-5)

付録3 $\Delta\sigma_s$ の定式化

$$(B/l \geq 1.8, L/l \geq 2.0)$$

$\Delta\sigma_s$ の定量的評価を容易にするため $B/l \geq 1.8, L/l \geq 2.0$ を満す領域で有限要素解に対し、最小二乗法を用いて定式化した。

$$\Delta\sigma_s / [(E/\pi) \{ \alpha(T_m - T_i) h'_{cr}/l \}] = 1.25 / (L/l)^{2.15}$$

$$[2 \leq L/l < 0.9675(B/l)^{0.8186}]$$

$$\Delta\sigma_s / [(E/\pi) \{ \alpha(T_m - T_i) h'_{cr}/l \}] = 1.36 / (B/l)^{1.76}$$

$$[L/l \geq 0.9675(B/l)^{0.8186}]$$

.....(A3-1)

付録4 溶接金属の一部が塑性変形する場合の S_e

の解析的計算法

$$(B/l \geq 1.8, L/l \geq 1.5)$$

スリットを有する矩形板のスリット縁に4.2節で述べ

た弾塑性応力 σ_w (式(12)) を作用させた時の変位 S_e を解析的に求める。この解析手順を Fig. A4-1 に示す。なお、ここでは、解析手順の詳細は省略し、各手順の結果のみ示すことにする。

【解析(A)】 スリットのある無限板のスリット縁に弾塑性応力 σ_w を作用させる (Fig. A4-1 (b))。これによって生じる応力が $\{\sigma_s^p\}$ であり、スリット縁の変位が S_e^{∞} である (Fig. A4-1 (b'))。 S_e^{∞} は式(4)において σ_s^{∞} の代りに $(h_w/h)\sigma_w$ (式(12)) を用いることから解析的に求める。

【解析(B)】 スリットなしの矩形板の自由境界周辺に生じている応力 $\{\sigma_s^p\}$ を逆向きに作用させる。この結果、スリット縁に応力 $-\Delta\sigma_s^p$ が生じる (Fig. A4-1 (c))。この応力は、付録2で述べたと同様の方法から解析(A)で求めた S_e^{∞} を式 (A2-5) の S_T^{∞} の代りに用いることから求める。

【解析(C)】 スリットのある矩形板のスリット縁に解析(B)で求めた応力 $\Delta\sigma_s^p$ を作用させる。これにより、スリット縁に変位 ΔS_e が生じる (Fig. A4-1 (d'))。上述の $\Delta\sigma_s^p$ は $B/l \geq 1.8, L/l \geq 1.5$ を満たせばスリット縁に沿ってほぼ一定となるため、 ΔS_e は次式から求める。

$$\Delta S_e = \Delta\sigma_s^p h / R_p(X) \quad (B/l \geq 1.8, L/l \geq 1.5)$$

.....(A4-1)

以上から、解析(A), (B), (C)を重畳すると矩形板の自由境界条件は全て満足しており、結果としてスリット縁に生じる変位 S_e (Fig. A4-1 (a')) が次式のように求まる。

$$S_e = S_e^{\infty} + \Delta S_e$$

.....(A4-2)

参考文献

- 1) 上田, 福田, 劉: スリット溶接による残留応力の発生機構に関する研究, 本誌, 44-7 (1975), 580-587
- 2) 佐藤, 松井, 小林: アーク溶接継手の収縮過程に関する研究 (第1報), 本誌35-3 (1966), 246-256
- 3) 例えば, 竹内; 熱応力, 日新出版 (1975), PP. 76-89
- 4) 佐藤, 中島, 鈴木: スリット溶接部の拘束応力・ひずみについて, 本誌 45-4 (1976), 369-315
- 5) H. M. Westergaard; Trans. ASME, J. Appl. Mech., (1939)
- 6) 上田, 福田, 金: スリット溶接継手の拘束度, 本誌 48-10 (1979), 851-858

Fig. A4-1 Procedure for calculation of elastic deformation; S_e