国家プロジェクト「溶接技術の高度化による高効率・高信頼性溶接技術の開発」

③ 溶接変形予測のためのシミュレーション法開発*

村 川 英 一**

Development of Simulation Method for Theoretical Prediction of Welding Distortion*

by Hidekazu MURAKAWA**

キーワード：溶接変形，理論予測，有限要素法，高速，高効率，予測，制御，低減

1. はじめに

モノ造りは、ハードと言わずソフトと言わず部品をつなぎ合わせて一つのモノを造り上げる営みと考えることができる。したがって、部品が精度良く造られていて、理想的な接合が出来れば、必然の結果として図面どおりの製品を造ることができる。しかし、現実には、部品を切り出す切断にしても、接合のための溶接にしても、熱加工であり、加工による収縮を避けることは出来ない。このような収縮が累積すると、部材間の過大なギャップや、製品の寸法精度維持の障害になる。従来は、熟練技能者が技と経験を使って手直しとか調整という形で問題を解決していたので滞りない生産が可能であった。しかし、熟練技能者の減少や高齢化は急速に進んでおり、今後は、熟練技能者に対する依存度が小さい、新しいモノ造りを考えて行く必要がある。

従来の生産技術を支えてきた経験と勘に置き換わるものは、理論に基づく予測¹⁾である。こう言ってしまうと、今までは理論も予測も無く、モノが造られていたかのようだが決してそうではない。やはりそれなりの理屈に基づいた予測が行われていた。ただそれが熟練技術者や熟練技能者個人の頭脳の中で行われていたという点と、予測の精度が悪く、誤差は技でカバーされていた点が少し異なる。これに対し、現在では、溶接変形や残留応力を解析するための理論はほぼ完成の域にあり、しかも膨大

な計算であってもパソコンが瞬時に処理してしまうので、予測の精度と速さは、飛躍的に向上していると考えるのが自然である。このように精度の高い予測が実構造物について可能になれば、モノ造りはずいぶん変わると予想される。そこで、本研究プロジェクトでは、溶接変形を高い精度で効率良く予測するための解析法の開発を目標とし、具体的には、小規模構造物の詳細な溶接変形予測を対象とする非線形解析法と、大型構造物の大局的な溶接変形予測のための解析法を開発する。以下に、その概要を紹介する。

2. シミュレーションの現状と問題点

溶接変形は、アークから投与された熱で金属材料が溶かされ、凝固・冷却する際の熱収縮の結果生じるものである。従って、溶接変形を厳密に解析するためには、熱源としてのアーク現象、投与された熱による溶融池形成過程や凝固過程を含めた継手各部の熱履歴、さらには熱履歴に伴う材料特性の変化を把握し、これらの下で進行する力学的過程を追跡する必要がある。しかし、従来は、アーク現象、溶融池現象、熱履歴下における冶金学的現象、残留応力・変形の生成現象が、互いの関係は意識しながらも個別の対象とし研究されてきた。その理由のひとつは、溶接が物理的にプラズマ、ガス、液体、固体という異なった相を含み、時間的にも空間的にも変動が激しい非線形現象であるためと考えられる。最近では、このような障害も、高性能な計算機と数値計算技術の急速な発達により、克服されつつあり、丁度そのような好機に企画されたプロジェクトがこの「溶接技術の高度化

*原稿受付 平成13年1月9日

**正 員 大阪大学 Osaka University

による高能率・高信頼性溶接技術の開発」である。

著者らは、上流側の、熱源、溶融池、材料に関するシミュレーションと連係した形で、溶接変形を予測することを主たる目標として、シミュレーション法の開発を担当している。溶接変形や残留応力の数値解析の歴史は古く、1970年代初頭に上田^{2,3)}、藤田⁴⁾らによって有限要素法(FEM)による解析の道が拓かれた。その後、有限要素法は、線形、非線形を問わず構造解析のための汎用的な道具として発達し、広く設計や研究に使われている。代表的な汎用構造解析ソフトとして、NASTRAN(米)、MARC(米)、ABAQUS(米)^{5,6)}、ANSYS(米)⁷⁾、FINAS(日)等が知られている。NASTRANは、大規模な線形解析に優れた性能を持ち、日常的な設計計算の道具となっている。一方、MARC、ABAQUS、ANSYS、FINASは、弾塑性問題等の非線形現象の解析ツールであり、構造物の破壊現象やプレス成形の解析など、主として研究・開発のために使用される場合が多い。これらのFEMは、本来、非線形構造解析を目的に開発されたものであるが、温度場解析機能を持つと同時に、弾性係数や降伏応力等の材料定数の温度依存性を考慮できるので、欧米では溶接残留応力や変形の解析法として活用されている。これらに対して、溶接あるいは熱処理に特化し、熱履歴による材料の変態解析が平行して実施できるようになっているソフトがSYSWELD(仏)^{8,9)}とHEARTS(日)¹⁰⁾である。また、最近では、溶接現象に対象を限定した専用ソフトのQUICK WELDER(日)が開発されている。

このように、幾種類かの汎用ソフトが既に流通している現在、これらがどのように溶接問題の解析に活用されているかを把握するため、小規模ではあるが、主として溶接に関連した事業所、研究所を対象にアンケートを実施した。アンケートは平成12年12月11日から平成12年12月22日の間に実施し、16件の回答を頂いた。その結果を、累計として輸入ソフトと国産ソフトに分けて整理したものが表1である。調査対象が大企業であったため、どの企業も何らかのソフトを保有しているが、一般構造解析のために導入されているためか、溶接残留応力や変形の解析に活用した実績は少ない。一方、解析結果の精度や成果については、許容範囲内あるいはほぼ満足とする回答が大勢を占め、期待はずれという回答は少なかった。これに対して、計算時間については、長過ぎると考える意見が多く、複雑な実構造物の解析も試みられているが、まだまだ部分モデルや単純試験片を対象とした解析にウエイトが置かれている。また、使い勝手やマニュアル等に提供されている溶接の解析例やノウハウについては、不十分であるという回答が多いが、調査対象ソフトの多くが一般構造解析用であることを考えると当然のことかも知れない。整理するとこの調査では、次の

表1 溶接変形・残留応力の解析における汎用ソフトの利用状況

質問項目	回答	輸入ソフト	国産ソフト
保有について	保有	21	9
	保有せず	40	32
保有しない理由	ソフトの能力不足	1	1
	利用技術の不足	19	11
	価格が高い	5	0
	その他	21	22
溶接残留応力の解析での使用実績	大いに有り	4	2
	時々	5	3
	無し	15	5
	計画中	3	1
残留応力解析の成果	大いに有り	3	0
	期待はずれ	7	5
	期待は無い	2	1
溶接変形の解析での使用実績	大いに有り	3	1
	時々	6	2
	無し	13	7
	計画中	3	1
変形解析の成果	大いに有り	4	1
	期待はずれ	7	1
	期待は無い	1	1
溶接の解析における計算精度	良い	2	2
	許容範囲内	5	1
	不十分	1	1
溶接の解析に要する計算時間	十分短い	1	1
	許容範囲内	5	2
	長過ぎる	5	3
溶接の解析における使い易さ	使い易い	2	1
	許容範囲内	5	0
	使いにくい	7	5
マニュアル等に提供されている溶接の解析例	豊富	0	1
	不十分	6	2
	無し	5	2
解析可能なモデルの規模	実機モデル	4	1
	部分モデル	4	2
	単純試験片	6	3
データ作成の難易度	簡単	1	1
	許容範囲	10	1
	複雑で難しい	2	5
ユーザーサブルーチン等の柔軟性	柔軟で対応範囲大	0	0
	カスタマイズし難い	3	5

3点が浮き彫りにされた。すなわち、

- (1) 溶接の解析に、計算時間がかかり過ぎる。
- (2) 溶接問題のモデル化に関する情報が不足している。
- (3) 解析対象が小型で単純な物に限られる。

そこで、これらのニーズに応えるために、変形シミュレーション分科会では、図1に示されるように、

- (1) 高速・高精度溶接熱弾塑性現象解析法の開発
- (2) 溶接現象の適正なモデルすなわち溶接力学モデルの構築

(3) 大型構造物の変形予測のための弾性FEMの開発の3項目を研究目標として取り上げた。上記の項目(1)、(2)は、熱弾塑性解析に関するものであり、小中型構造物における溶接変形の詳細解析を対象としている。特に、物理モデルから評価モデルまでの7モデルで構成される溶接力学モデルにおいては、上流側であるアーク、溶融池、材料シミュレーションモデルで生成された情報を有効に活用する。一方、項目(3)では、熱弾塑性解析により推定された固有ひずみを用いた弾性FEM解析法を開発

図1 研究開発の目標と位置付

図2 溶接問題に含まれる温度、組織、応力/ひずみの連成関係

する。以下に、それぞれの概要を述べる。

3. 高精度・高効率解析理論および解析法の開発

3.1 溶接現象のFEM解析

一般に研究・開発がAnalysis的だとすれば、設計はSynthesis的ということになる。これに対応して、溶接変形のシミュレーション法も、大きく二分される。Analysisを目的とする場合には、物理現象を忠実に再現した精密で詳細な解析法が用いられる。一方、Synthesisを目的とする場合には、目的を限定した単純な解析法が用いられる。

溶接変形を詳細に解析するためには、図2に示されるように溶接入熱の投与により形成される温度場、温度変化により生じる材料の相変態、熱膨張・収縮により生じる応力・ひずみ場の三つの問題を互いに、潜熱や変態膨張等を介して連成した問題として取扱う必要がある。また問題が、非線形で過渡問題であることから、時間経過を微小時間に分割して逐次的に計算を進める増分法が用いられるが、増分の数が数千ステップに及ぶ場合もあり、単純な突合せ継手の解析にも24時間オーダーの計算時間を要する。

前述のように、溶接過渡および残留応力・変形の理論解析は複雑な多くの因子が関与する履歴依存性を有する

高度な非線形問題である。通常、その熱弾塑性解析は溶接に伴う温度変化を小さい増分に分け、連続的に解析していく増分法に基づいている。この為、コンピュータによるシミュレーション解析には、現在の高性能なコンピュータを駆使しても精度の高い解を得るには非常に長時間の計算時間を必要とする。この問題を解決するためには、これまでの解析理論および解析法を改善し、高精度を保持あるいは向上させた上で計算時間の大幅な短縮化を図る必要がある。

これにより、特に長時間の計算時間を要する問題、例えば、未知数あるいは増分数が非常に多い大規模な溶接残留応力・変形の解析、あるいは、最適溶接条件を決定するための諸条件を組み合わせたシリーズ解析、等が容易になるものと期待される。また、解析理論および解析法の改善であるので、今後、コンピュータの性能がさらに向上しても、常に、従来の理論および方法よりも短時間でシミュレーション解析が可能である価値を有し続けることになる。

3.2 増分反復全ひずみ法

溶接問題に対する従来の増分法で長時間の計算時間を必要とする理由は、精度の高い解を得るためには温度増分の大きさを十分小さくする必要があり増分回数が非常に多くなること、また、その各増分で毎回大連立方程式を解く必要があること、等による。したがって、計算時間の短縮化を図るには、これらの要因に対する対策が必要となる。

そこで、その解決法として、新たに“増分反復全ひずみ法”を開発する。これは全ひずみ増分すなわち、弾性ひずみ、塑性ひずみ、熱ひずみ等、すべてのひずみ成分の増分の和を反復法により求める解法である。これまで、計算時間を短縮する目的で初期ひずみを対象とした解法（初期ひずみ法）が主に弾塑性解析に対して提案されているが、全ひずみを対象とした解法はなく、“全ひずみ法”と名付ける本解析法はここで初めて提案する解析法である。本法では、大連立方程式を増分計算の各ステップで解く必要は無く、最初に1回逆行列を求めるだけでよい。また、全ひずみ増分を反復計算により収束させていく過程では、初期ひずみ法のように全ひずみ増分より塑性ひずみ増分を求める必要はなく、その分、計算が簡単である。

さらに、この“増分反復全ひずみ法”を基礎理論として、温度増分の大きさの増大化を試みる。従来、高精度を保持するには温度、弾性・弾塑性、力学的溶融等の諸履歴をできるだけ正しく取り入れる必要があり、その為に、温度増分の大きさを小さくする必要があった。本研究では、増分法と反復法の長所を活用し、大きい温度増分でも高い精度が維持できるように、“増分反復全ひずみ法”としての理論を、種々の状態変化が生じるであ

う大温度増分に対して展開する。

4. 溶接変形シミュレーションモデルの開発

橋梁、船舶、海洋構造物などの鋼構造物は、板と補剛材からなっており、これらを組立てる際、一般に溶接が用いられる。溶接を行うと、必然的に溶接変形・残留応力などの初期不整が生じる。初期不整の中でも、溶接変形は鋼構造物の美観や各種強度に種々悪影響を及ぼすことが知られており、製作途中、あるいは、最終工程において一般に矯正される。矯正に伴い、場合によっては最終ブロックを作り直すなどの問題も生じている。また、矯正にかかる労力は大変なものがあり、かつコスト面においても、全製作コストに占める割合も高く、この種の問題解決が急がれる。従来、溶接変形問題は比較的薄板が主であったが、近年、土木分野では、100 (mm) 程度の板厚が採用され、かつ現場におけるブロック継手の個所が40 継手にも及ぶ少数主桁橋が主流となってきている。このような鋼構造物の厚板化に伴い、薄板のみならず、厚板の溶接で生じる変形問題の解決が急務となってきている。ところで、工場における高能率化による鋼構造物製作日数の縮減に向け、溶接の自動化、ロボット化が進められているが、溶接変形問題の解決なしに、高能率化は達成できないと考える。鋼構造物製作現場の高能率化を達成する意味からも、溶接変形問題の解決は急務である。このように溶接変形の制御が強く求められる背景は、大きく社会的要求と経済的要求の2つに分類することができる。すなわち、

(1)社会的要求

溶接変形の矯正は現場技能者に委ねられてきたが、現場技能者は減少の傾向にあり、これに代るシステムが要求されている。

(2)経済的要求

厚板の溶接で生じた変形、中でも、面外変形を矯正することが不可能となる場合も想定され、矯正や作り直しなど、大きな経済的負担を強いられることになる。

このような課題、要求に応えるために、高効率・高信頼性溶接変形予測システムの構築を目指す。このシステムは、図1における高速・高精度溶接熱弾塑性現象解析法と溶接力学モデルから構成される。

高速・高精度化については、前章において示したので、ここでは、溶接力学モデルに含まれる幾つかのモデルについて説明する。溶接力学モデルを構成する7種のモデル中で、熱源モデル、材料モデル、積層モデルは、上流過程であるアーク、熔融池、材料シミュレーションモデルと強く関係する部分である。一方、物理モデル、幾何モデル、境界条件モデル、評価モデルは上流過程に対し

て独立な部分であり、研究実施期間の前半における研究対象とする。

まず、物理モデルという観点からは、薄板の座屈変形を含む面外変形を精度良くしかも効率的に解析することを念頭に置き、幾何学的非線形および材料的非線形に関する近似のレベルが異なる幾つかの3次元熱弾塑性解析プログラムを整備あるいは新たに開発し、後述の評価モデルに基づき、適正近似度あるいは適用限界に関する基準を定める。

次に、評価モデルについては、精度評価の基準を与えるために実験を実施し、熱源の移動に伴う温度履歴および面内および面外変形などを計測する。これら計測結果を詳細に分類・分析し、面内および面外変形の基本特性を明らかにする¹¹⁾とともに、評価モデルとしてデータベース化する。

精度評価に基づき、適正な物理モデルが選択されると、次の段階は、解析対象物の具体的にモデル化、すなわち、メッシュ分割および拘束条件や熱伝達条件の設定であり、この作業を支援するのが幾何モデルと境界条件モデルである。メッシュ分割の適正化や対称条件等の有効活用により、計算精度を確保しながら計算効率の大幅な向上が達成されることになる¹²⁾。ここで開発される高効率・高信頼性溶接変形予測システムは、熱弾塑性解析法およびモデリングの両面からシミュレーションの高精度化と高効率化を目指しており、これが開発されることにより、既存の商用ソフトが抱える計算時間がかかり過ぎるという問題およびモデリングに関する問題が解決する。

5. 固有ひずみを用いた弾性 FEM 解析法の開発

先に述べた熱弾塑性解析は、研究あるいは開発を目的に、小規模な構造物の溶接変形を詳細に把握するためのものであるのに対し、日常業務としての工作精度管理の場合は、単純化されてはいるが、大型で複雑な構造物の溶接変形が推定できる手法が求められる。そのような手法の一つが、固有ひずみあるいは固有変形の考え方を利用した弾性解析である。

5.1 溶接変形と固有ひずみ

前述のように、溶接すると溶接部が収縮し、その結果構造物全体が変形する。現実の構造物は複数の部材が互いに拘束し合っているため、溶接部の収縮が全て変形になるのではなく、その一部は残留応力となる。このような局所的な変形は、角変形、横収縮、縦収縮に分類される。後に詳しく述べるように、十分長い溶接により生じる局所的な変形は、溶接線に沿ってほぼ一様である。また、その大きさは、構造物の形状や大きさにはあまり影響されずに、継手形式、板厚、入熱量により決まること

図3 ビード溶接における角変形と入熱量の関係

図4 ビード溶接における横収縮と入熱量の関係

から固有変形と呼ばれる。このような固有変形は、拘束の無い試験片の溶接変形として実験により求めることができる。図3および図4は、佐藤、寺崎¹³⁾らの実験結果であり、角変形および横収縮の大きさが入熱パラメータ Q/h^2 で整理できることを示している。縦収縮についても、縦収縮を拘束した時に生じる拘束力 (Tendon force) F_T は、入熱に比例し、比例定数がほぼ0.2であることが、Whiteら¹⁴⁾によって明らかにされている。すなわち、

$$F_T = 0.2 Q \quad (1)$$

厳密に見ると、単純な矩形の試験片であっても、固有変形は溶接線に沿って変化する。このような固有変形の分布を簡便に求める方法として、シミュレーションにより求める方法がある。図5は、ビード溶接の例を示す。溶接の全過程を移動分布熱源の下での熱弾塑性問題としてABAQUSを用いて解析を行った¹⁵⁾。開先が設けられていない平板のビード溶接では、溶接変形や残留応力の

図5 ビード溶接モデル

図6 固有横収縮の溶接線方向分布

原因である固有ひずみ ϵ^l は、塑性ひずみ ϵ^p そのものとなる。したがって、溶接線に垂直な方向の塑性ひずみ ϵ_y^p を断面について積分し、板厚平均を取ると、各断面における固有横収縮量 S' や固有角変形量 δ' が求まる。すなわち、

$$\text{固有横収縮} \quad S' = \frac{1}{h} \int \epsilon_y^p dy dz \quad (2)$$

$$\text{固有角変形} \quad \delta' = \frac{1}{I} \int \epsilon_y^p (z - h/2) dy dz \quad (3)$$

ただし、 $I = h^3/12$

h : 板厚

ϵ_x^p : 溶接線方向の固有ひずみ

ϵ_y^p : 板幅方向の固有ひずみ

また、溶接線方向の塑性ひずみ ϵ_x^p を断面について積分し、ヤング率 E を掛け、符号を逆にすると、縦収縮力 (Tendon force) が求まる。すなわち、

$$\text{Tendon force} \quad F_T = \int E \epsilon_x^p dy dz \quad (5)$$

このようにして求めた固有変形の溶接線方向の分布を示したものが図6, 7, 8である。固有角変形, 固有横収縮, Tendon Force のいずれも、溶接線の端部近傍には、端

図7 固有角変形の溶接線方向分布

図8 Tendon force の溶接線方向分布

部影響が見られるが、これを除けば、固有変形は、溶接線に沿ってほぼ一様に分布することが分る。

以上で述べたように、溶接部に生じる固有ひずみを積分したものが、固有変形や Tendon force であり、溶接変形と残留応力（弾性変形）を生じさせる原因である。また、固有変形や Tendon force は、主として、継手形式、板厚、入熱量で決まるため、その関係をデータベースとして整理しておけば、次節で述べる大型構造物の溶接変形の予測に活用できる。

5.2 大型構造物の溶接変形

橋梁や船舶等の溶接構造物の特徴は、薄板構造であり、個々の溶接長が十分に長いという点である。したがって、固有変形は溶接線方向に一様に分布すると近似でき、その大きさは、継手形式、板厚、入熱量から予測できる。しかし、構造物の全ての溶接線について固有変形が分ったとしても、構造物の溶接変形を直ちに予測することはできない。その理由は、固有変形が100%構造物の変形として現れるのではなく、その一部は弾性変形すなわち残留応力に姿を変えてしまうからである。この弾

図9 小規模構造モデルの溶接変形解析例

性変形分を含めた構造物の溶接変形の計算は、弾性解析として比較的容易に実施できる。すなわち、角変形、横収縮、Tendon force の全てを、溶接線に隣接する幅が板厚の2~3倍程度の要素に分布する熱ひずみとして与える方法である。このようなシミュレーション例を示したものが、図9である¹⁶⁾。この例では、全ての部材を仮止めした状態で一斉に本溶接を実施する場合を想定しているため、溶接変形に対する溶接の順番は考慮する必要は無く、構造物の寸法誤差は純粋に溶接変形のみから生じると考えられる。これに対して、船舶の建造でのブロック登載あるいは超大型浮体構造物（メガフロート）では、ブロックやユニットの接合は1個づつ順次行われるので、溶接順序の影響は無視できないが、溶接順序を考慮したシミュレーションも可能である¹⁷⁾。

ここで示した例は、比較的規模が小さい、あるいは、規模は大きくても変形が面内に限られる例であるが、本研究では、大規模な3次元薄板構造物の溶接変形を予測するための実用的シミュレーション法の開発を目指す。具体的には

- 1) 基本的な継手形式について、溶接法、溶接入熱、板厚、鋼種などのパラメータと溶接変形の関係を明らかにし、横収縮、角変形、Tendon force のデータベース構築法を確立する。
- 2) 座屈変形を含め、中規模板構造物の詳細な面内および面外変形の予測法を確立する。
- 3) 座屈変形を含め、大規模板構造物の大局的な変形予測法を確立する。

6. おわりに

溶接変形および残留応力は、ともに固有ひずみと呼ばれるひずみが発生原因になっている。したがって、変形を予測し制御することは、固有ひずみを知り、これを低減することである。そのためには、熱弾塑性FEMによる詳細な解析が有効である。また、固有ひずみが明らかになれば、これを用いて大規模な構造物の溶

接変形を弾性 FEM により推定することが可能となる。

一方、溶接変形の問題を、実際に構造物を製作する過程における寸法精度という観点から見ると、溶接は、切断、曲げ加工、溶接、歪取りという一連の工程の中間に位置するプロセスであり、この点を認識した上で加工工程全体を通したトータルな視点から溶接変形の問題を考える必要がある。

本来溶接は物理的に複雑な現象であることに加えて、作業員の熟練度や設備の整備状態など、十分に定量化されていない要因を多く含んでいるので、個々の要因についてそれらが制御可能な要因であるのか、制御が困難な要因であるのかを切り分けておく必要がある。こうすることにより、改善すべきポイントがおのずから明らかになる。また、理論的に達成し得る限界精度を予め把握しておく、目標精度を設定する際に、物理的限界とコストや品質を同時に考慮した合理的な判断が可能となり、無駄や過剰品質の防止につながる。そのための手段として FEM 等を用いたシミュレーションは非常に有効であり、今後の研究成果を期待して頂きたい。

参 考 文 献

- 1) (社)日本造船研究協会第 237 研究部会：高度工作精度管理技術に関する研究，平成 11 年度報告書 (2000)。
- 2) Y. Ueda and T. Yamakawa: Analysis of Thermal Elastic-Plastic Stress and Strain during Welding by Finite Element Method, Trans. of JWS, 2-2 (1971), 90-100.
- 3) 上田，山川：有限要素法による熱弾塑性挙動の解析，溶接学会誌，42-6 (1973), 567-577.
- 4) 藤田，野本：熱弾塑性問題に関する研究 (その 1)，日本造船学会論文集，130 (1971), 185-193.
- 5) A. R. Ortega, J. F. Lathrop, R. E. Corderman, E. A. Fuchs, B. V. Hess, K. W. Mahin and A. F. Giamei: Analysis of Buckling Distortion in Bead-on-plate Ti 6-4 Welds, Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes VII, The Minerals, Metals and Materials Society (1995), 249-256.
- 6) S. Fricke, E. Keim and J. Schmidt: Modelling of Root Formation during the Welding Process with the Help of the 3D FE Method, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 4, Materials Modelling Series (1998), 649-657.
- 7) O. Voss, I. Decker and H. Wohlfahrt: Consideration of Microstructural Transformations in the Calculation of Residual Stresses and Distortion of Larger Weldments, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 4, Materials Modelling Series (1998), 584-596.
- 8) L. Junek, V. Ochodek and Z. Lamac: Influence of Welding Technology on Residual Stresses Distribution, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 4, Materials Modelling Series (1998), 576-583.
- 9) N. Enzinger and H. Cerjak: On the Development of Residual Stresses in a Circumferential Butt Joint, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 4, Materials Modelling Series (1998), 669-678.
- 10) T. Inoue: Residual Stresses and Distortion Metal-Thermo-Mechanics: Simulation of Engineering Processes Incorporating Phase Transformation, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 4, Materials Modelling Series (1998), 547-575.
- 11) 金裕哲，張景皓，堀川浩甫：すみ肉溶接で生じる面外変形の生成機構と普遍性の検証，溶接学会論文集，17-2 (1999), 294-300.
- 12) K. Nakacho and Y. Ueda: A Simple Estimating Method for Reduction of Welding Residual Stresses in Thick Welded Joint from Stress-Relief Annealing - Part II : The Characteristics of Residual Stresses in Very Thick Joints during SR Treatment, J. Pressure Vessel Technology, 121 (1999), 11-16.
- 13) 佐藤，寺崎：構造用材料の溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響，溶接学会誌，45-4 (1976), 302-308.
- 14) J. D. White, R. H. Leggatt and J. B. Dwight: Weld Shrinkage Prediction, Welding and Metal Fabrication, November, 1980, 567-596.
- 15) 羅，石山，村川：縦曲がりを有する板における溶接変形に関する研究，溶接構造シンポジウム'99 (1999), 311-317.
- 16) H. Murakawa, Y. Luo and Y. Ueda: Inherent Strain as Interface between Computational Welding Mechanics and Its Industrial Application, Mathematical Modelling of Weld Phenomena 4, Materials Modelling Series (1998), 597-619.
- 17) 山下，川地，木下，岡本：超大型浮体式海洋構造物 (メガフロート) 洋上接合時の形状管理，溶接構造シンポジウム'99 (1999), 51-58.