温度変化を受ける異種接合材のJ積分値におよぼす中間層の影響*

日下 正広**, 瀬尾 健二**, 野方 文雄***, 足立 和浩****, 寺崎 俊夫*****

Effect of Insert Layer on J-integral of Dissimilar Material
Joint Subjected to Temperature Changes*by Masahiro Kusaka**, Kenji Seo**, Fumio Nogata***,
Kazuhiro Adachi**** and Toshio Terasaki*****

In this paper, the J-integral for an interfacial crack by thermal stress that developed during the cooling of the dissimilar material joint is studied. The thermoelastic analysis of J-integral for the bonded joint with an insert layer is performed using the finite element method. The effect of insert layer on the J-integral under the thermoelastic condition is discussed. It is found that the J-integral have three types of variation with an increase of insert layer thickness. The variations of J-integral with an increase of insert layer thickness are dominated by the nondimensional parameter $(\alpha_C - \alpha_B) / (\alpha_A - \alpha_B)$ that expressed the relation in magnitude of coefficients of linear expansion and the ratio of Young's modulus (E_A / E_C). As a result, it is possible to predict the variation of J-integral with an increase of insert layer thickness by using these dominant parameters.

Key Words: J-integral, Thermoelastic Analysis, Insert Layer, Dissimilar Material, Finite Element Method, Interfacial Crack, Thermal Stress

1. 緒 言

近年、材料を高性能・高機能化するために、材料の複合化が盛んに行われるようになってきた。複合化された材料の一つの例として、セラミックス-金属接合などに代表される異種接合材がある。このような異種接合材の接合界面では接合欠陥などのき裂を含む場合が多く、その強度特性を定量的に評価するためには破壊力学的パラメータを用いて検討する必要がある。異種接合材に対する破壊力学的検討を行った研究は多く報告されている¹⁻³⁾。しかし、これらは二つの材料が直接接合されたものについてがほとんどであり、中間層を含む異種接合材に対する中間層の影響を系統的に取り扱った研究は見当たらない。

筆者らは、中間層を含む異種接合材に対し、外力を受ける場合のJ積分値に及ぼす接合材の材料定数・寸法・き裂長さ・中間層厚さなど各種パラメータの影響をFEMを用いて理論的に解明してきた⁴⁾。また実際にろう付けした接合試験片による三点曲げ強度試験を行い、上述の結果を用いJ積分値による強度評価を行った。そしてその結果より、外力のみによるJ積分値では異種接合材の強度評価はできず、接合時の冷却過程で生じる熱応力に起因するJ積分値と外力によるJ積分値を足し合わせることで異種接合材の強度評価ができることを明らかにしてきた⁵⁾。熱応力に起因するJ積分値は厳密には塑性変形による影響を考慮する必要があるが、行った実験の範囲では簡易的に熱弾性解析によるJ積分値を用いて整理可能であった⁵⁾。

以上の従来の研究結果より、中間層を含む異種接合材の

強度評価を行う上でも、熱応力に起因するJ積分値を十分解明しておく必要があるものと思われる。熱応力に起因するJ積分値は材料特性（降伏強さ、ヤング率、線膨張係数など）および中間層厚さで異なり、一般に降伏強さの低い中間層を挿入すると熱応力が低下すると考えられている。しかし一方では中間層を厚くすると必ずしも熱応力が低下しない例⁶⁾も報告されており、J積分値に及ぼす中間層厚さの影響はいまだ十分解明されていない。

そこで本研究ではまず簡単のため、中間層の降伏を考えず、ヤング率及び線膨張係数のみをパラメータとして取り上げ、中間層の厚さがJ積分値にどのような影響を及ぼすかを検討した。すなわち中間層を有する異種接合材にき裂が存在する場合を対象とし、この異種接合材が様な温度変化を受けるときのJ積分値をFEMを用いた熱弾性解析により求めた。そして、異種接合材のJ積分値に対する中間層厚さの影響を、き裂面の変形およびき裂先端部の応力に注目することにより明らかにした。またそれらの結果より、異種接合材を構成する材料の組合せによる、中間層厚さの増加にともなう熱応力に起因するJ積分値の変化を、定性的に予測することが可能となった。

2. 解析モデル及び解析条件

Fig. 1に示すような、A材とB材を厚さdの中間層C材で接合し、B材とC材の界面に長さa=5mmの片側き裂が存在している異種接合材を解析モデルとした。この解析モデルに様な温度変化($\Delta T = 50^\circ\text{C}$)が生じた場合のJ積分

Fig. 1 Analyzed model.

*原稿受付 平成8年1月22日 平成7年11月溶接構造シンポジウム'95で発表

**正 員 姫路工業大学工学部 Member, Himeji Institute of Technology

*** 姫路工業大学工学部 Himeji Institute of Technology

**** 姫路工業大学大学院 Himeji Institute of Technology

*****正 員 九州工業大学工学部 Member, Kyusyu Institute of Technology

Fig. 2 Boundary conditions and mesh division for FEM.

分値の解析を行った。各材料のヤング率を E_A , E_B , E_C , ポアソン比を ν_A , ν_B , ν_C , 線膨張係数を α_A , α_B , α_C とし, 各材料定数, 中間層厚さを種々変化させた場合のJ積分値を求めた。この際, ポアソン比はJ積分値にほとんど影響を及ぼさないことが既報⁴⁾により確認されているため, 本解析では $\nu_A = \nu_B = \nu_C = 0.3$ とした。

J積分値の計算は有限要素法による平面応力状態での弾性計算結果を用いて, 白鳥らの方法⁷⁾により行った。有限要素解析に用いた要素分割図をFig. 2に示す。要素には四角形一次要素を用い, き裂先端付近の最小要素が0.1 mm×0.1 mmとなるように分割した。なお, 本要素分割における解析精度は, 既報⁴⁾でも示しているように, き裂先端部の要素を含まない積分経路でJ積分値は一定値を示し, 経路独立性が成り立っており, またその値は一樣材に外力が加わった場合について検討すると理論値との誤差は2%以内であることを確認している。よって本解析では特にき裂先端部に特異要素を用いなかった。

3. 中間層厚さの変化に対するJ積分値の変動

3.1 線膨張係数の影響 ($E_A = E_B = E_C$)

まず各材料の線膨張係数の違いのみの影響を検討した。すなわち各材料のヤング率を等しく ($E_A = E_B = E_C$) し, 中間層厚さの変化に対するJ積分値の変動に, 各材料の線膨張係数の相違がどのような影響を及ぼすのかを調べた。

Table 1に示す3つのCASEの線膨張係数の組み合わせを選択し, 中間層厚さとJ積分値の関係を求めた。結果をFig. 3に示す。中間層厚さ $d = 0$ mmでのJ積分値はA材とB材を直接接合した場合のJ積分値 (J_{AB} とする) である。各CASEにおいて, 中間層が挿入され中間層厚さ d が厚くなるに従いJ積分値は極小値や極大値をとる現象を呈し, 中間層厚さ d が十分厚くなるとC材とB材の直接接合材のJ積分値 (J_{CB} とする) の値に近づいていく。一般的に考えると中間層を挿入することによりそのJ積分値は J_{AB} と J_{CB} の中間の値をとると想像されるが, Fig. 3に示す様に, J積分値は中間層厚さにより J_{AB} および J_{CB} 以上もしくは以下の値をも取り得る。J積分値がこのような複雑な変動をする原因を調べるため, Fig. 3のCASE 1の線膨張係数の組み合わせの場合を例としてき裂部の変形様相を検討した。

J積分値に特徴的な様相を示す4つの中間層厚さ, すなわち

(a) A材とB材の直接接合材でJ積分値が J_{AB} となる

Table 1 Combination of coefficient of thermal expansion.

CASE No.	$\alpha_A(1/K)$	$\alpha_B(1/K)$	$\alpha_C(1/K)$
CASE 1	5.50×10^{-6}	2.55×10^{-5}	3.55×10^{-5}
CASE 2	5.50×10^{-6}	3.55×10^{-5}	1.55×10^{-5}
CASE 3	1.55×10^{-5}	5.50×10^{-6}	2.55×10^{-5}

Fig. 3 Effect of coefficient of thermal expansion on J-value.

Fig. 4 Deformation of dissimilar material joints with insert layer.

$d = 0$ mm

(b) J積分値が極小値となる $d = 1$ mm

(c) J積分値が極大値となる $d = 4$ mm

(d) 中間層厚さが十分厚くなりJ積分値がほぼ J_{CB} となる $d = 10$ mm

の場合のき裂部近傍での変形の様相をFig. 4に示す。なお, 図は変位を2000倍にして表している。 $d = 0$ mmの場合 (Fig. 4(a)), B材よりA材の線膨張係数の方が小さいため, B材の方がよく膨張し, 両者の線膨張係数の差によりき裂

はモードIIのくい違いのみを生じている。これに対してB材よりも線膨張係数の大きいC材が中間層として入った場合 (Fig. 4 (b)) では、C材の膨張をむしろ膨張の小さいA材が拘束することになり、き裂面は図のように湾曲し、き裂面は開口したような変形をする。き裂面に平行なx方向のくい違い δ_x は中間層の厚さが $d=0$ mm から大きくなるに従って小さくなり $d=1$ mm (Fig. 4 (b)) の場合ではほとんど0となっている。ところがさらに中間層が厚くなると、B材とC材の線膨張係数の差が主原因となり、き裂面のくい違い δ_x は Fig. 4 (a) の場合と逆方向になり $d=4$ mm (Fig. 4 (c)) で最大となる。さらに中間層が厚くなった Fig. 4 (d) ではA材の影響が全くなく、き裂面の湾曲がなくなりx方向のくい違いは Fig. 4 (c) の場合よりやや減少する。以上の結果から中間層厚さの変化に対し、き裂面方向のくい違い量 δ_x は

(1) B, C材の線膨張係数の差により生じるき裂面のくい違い量の変化

(2) A, C材の線膨張係数の差による界面ACの湾曲に伴うき裂面くい違い量の変化

が合成されて変動することがわかった。そこで、中間層厚さ d と、き裂面のくい違い量の絶対値 $|\delta_x|$ の関係を各CASEについて調べた。結果を Fig. 5 に示す。中間層厚さ d と $|\delta_x|$ の関係は、Fig. 3 に示した中間層厚さとJ積分値の関係によく対応している。従ってCASE1の場合、J積分値が極小となるのは、き裂のくい違い量 δ_x が最小となる中間層厚さであり、極大となるのは、界面ACが湾曲することにより δ_x が最大となる中間層厚さであると考えることができる。また、CASE2, CASE3では界面ACの湾曲により δ_x がそれぞれ最小、最大となる中間層厚さで極値をとったものと考えられる。

以上のことから、中間層厚さの変化に対するJ積分値の変動は、き裂面のくい違い量 δ_x に支配されていることがわかる。

既報⁵⁾にて各材料の線膨張係数の大小関係を表すパラメータとして

$$x = (\alpha_C - \alpha_B) / (\alpha_A - \alpha_B) \quad (1)$$

を提案し、J積分値の整理がこのパラメータで可能であることを示したが、き裂のくい違いに対応させて考えることによりその物理的解釈が明解になる。すなわちき裂のくい違いの変動は、各材料の線膨張係数の大小関係に依存して

Fig. 5 Relation between displacement of dislocation and insert layer thickness.

いるため、 x を導入することにより、J積分値の変動を整理することができ、以下に示す3つのタイプに分類することが可能となった。

TYPE 1, $x < 0$ ($\alpha_C > \alpha_B > \alpha_A$, $\alpha_A > \alpha_B > \alpha_C$): 極小値をとった後極大値をとる。

TYPE 2, $0 < x < 1$ ($\alpha_B > \alpha_C > \alpha_A$, $\alpha_A > \alpha_C > \alpha_B$): 極小値のみをとる。

TYPE 3, $1 < x$ ($\alpha_C > \alpha_A > \alpha_B$, $\alpha_B > \alpha_A > \alpha_C$): 極大値のみをとる。

これよりヤング率が等しい場合には x をパラメータとして、中間層厚さによるJ積分値の変動を予測することが可能となった。

3.2 ヤング率の影響

次に、各材料のヤング率がJ積分値の変動にどのように影響するのかを検討した。この際、中間層材料C材のヤング率とA, B材のヤング率の比、すなわち E_A/E_C , E_B/E_C をパラメータとして検討した。なお、線膨張係数については Table 1 の CASE 3 ($x=2$) の場合を代表例とした。

3.2.1 E_B/E_C の影響

A材とC材のヤング率を $E_A = E_C = 343$ GPa と一定にし、B材のヤング率 E_B を $E_B/E_C = 0.2, 1.0, 5.0$ と変化した場合についてJ積分値と中間層厚さの関係を求めた。結果を Fig. 6 に示す。これよりB材のヤング率が大きくなるとともに、J積分値の値も増加することがわかる。またJ積分値の極大値をとる中間層厚さも、若干ではあるが大きくなっている。しかし中間層厚さの変化にともなうJ積分値の変動傾向は、ヤング率比が変化してもほとんど変化していないことがわかる。これよりB材のヤング率の変化は中間層厚さの変化にともなうJ積分値の変動傾向には影響を与えないことがわかった。

3.2.2 E_A/E_C の影響

B材及びC材のヤング率を $E_B = E_C = 343$ GPa とし、A材のヤング率 E_A を $E_A/E_C = 0.1, 1.0, 5.0$ のように変化した場合について、J積分値と中間層厚さの関係を求めた。結果を Fig. 7 に示す。 $d=0$ mm での J_{AB} 値は E_A/E_C が大きくなるほど大きくなる。また線膨張係数の無次元パラメータが $x=2$ であるから、各材料のヤング率が等しい場合にはJ積分値の変動は極大値しかとらない TYPE 3 となるはずであるが、A材のヤング率 E_A が大きくなれば ($E_A/E_C = 5.0$)、TYPE 1 のように、中間層厚さが極薄いところ (本計算例では $d=0.5$ mm) で極小値を持つような変動を

Fig. 6 Effect of Young's modulus on J-value.

示す。

各材料のヤング率が等しい場合には、J 積分値の変動は、き裂面のくい違い量 δ_x によく対応していた。そこで、A 材のヤング率が異なる場合に対しても、中間層厚さとき裂のくい違い量 δ_x の関係を調べた。結果を Fig. 8 に示す。A 材のヤング率が大きく ($E_A/E_C=5.0$) であっても、 δ_x は $E_A/E_C=1.0$ の場合と同様、中間層厚さの増加と共に大きくなり、Fig. 5 で見られたような δ_x の極小値は見られない。よってこの場合には、J 積分値の変動は δ_x だけでは説明できない。

そこで、き裂先端の応力に注目した。B 材側のき裂先端

Fig. 7 Effect of Young's modulus on J-value.

Fig. 8 Relation between displacement of dislocation and insert layer thickness.

Fig. 9 Relation between stress near the crack and insert layer thickness.

の要素に生じた応力と中間層厚さの関係を Fig. 9 に示す。無次元パラメータ $x=2$ の場合、C 材の線膨張係数が一番大きいので、き裂界面での線膨張係数差は A 材と B 材を直接接合した場合より大きくなる。このため $E_A/E_C=1.0$ の場合には、中間層厚さが厚くなるに従い σ_y , τ_{xy} ともに増加している。次に $E_A/E_C=5.0$ の場合には、A 材のヤング率が大きいので中間層厚さ $d=0$ mm で応力が非常に大きくなる。しかし A 材よりもヤング率の小さい C 材が中間層として入ることにより、中間層厚さ $d=0.5$ mm 付近まで σ_y , τ_{xy} ともに急激に減少する。Fig. 7 においてヤング率比 E_A/E_C が大きくなると J 積分値が一旦減少する理由は、これら応力の減少によるものと考えられる。すなわち、J 積分値の変動は、き裂先端の応力と対応させることにより、予測できることがわかる。

以上の結果よりヤング率の影響については、 E_A/E_C のみを考えればよく E_A/E_C が 1 より十分大きくなると J 積分値が一旦減少する現象が存在することが理解できる。

3.3 J 積分値の変動の予測

中間層厚さの変化に対する J 積分値の変動は

- (1) 各材料の線膨張係数の大小関係を表すパラメータ x に起因する J 積分値の増減 (3.1 節)
- (2) A 材と C 材のヤング率比 E_A/E_C に起因する J 積分値の増減 (3.2 節)

の 2 つの因子を重ね合わせて考慮することにより、予測できることがわかった。すなわち 3.1 節で示したように x の値を求めることにより 3 つのタイプの J 積分値の変動が推定できる。そしてそれらの J 積分値の変動に対し E_A/E_C が十分大きく ($E_A/E_C > 5$) になると A 材のヤング率が大きいので中間層の薄い範囲で J 積分値が増加する傾向を示し、逆に E_A/E_C が十分小さく ($E_A/E_C < 1/5$) になると A 材のヤング率が小さいので中間層の薄い範囲で J 積分値が減少する傾向を示すことが予想できる。これらの結果を 2 つのパラメータで整理すると中間層厚さ d の変化に対する J 積分値の変動は Fig. 10 のように整理できる。なお、図中の $d=0$ mm での J 積分値 (J_{AB}) および d が十分大きくなったところでの J 積分値 (J_{CB}) については、既報⁵⁾にて示した方法

Fig. 10 Estimation of variation of J-value for insert layer thickness.

により数値解析することなく算定することができる。この図より、各材料の材料定数の組み合わせに応じて、中間層厚さの変化に伴うJ積分値の変動を予測することができる。

材料の弾性変形のみを考えた場合、一般にき裂のない異種接合材に生じる熱応力の低減には

① 中間的な線膨張係数を持つ中間層を用いる

② 低いヤング率の中間層を用いる

という方法が提案されている⁸⁾。Fig. 10 をみると、き裂を含む異種接合部の場合においても、低ヤング率 (Fig. 10 の $E_A/E_C \gg 1.0$ の欄)、中間的な線膨張係数 (Fig. 10 の $0 < x < 1$ の欄) の中間層を用いることにより、熱応力に起因するJ積分値を低減できることがわかる。しかもこれだけにとどまらず、さらにヤング率比 E_A/E_C が1以上で線膨張係数の組み合わせが $x < 0$ ($\alpha_C > \alpha_B > \alpha_A$) の場合でも、中間層厚さが薄いケースにおいて、J積分値の低減が可能であることがわかる。このように Fig. 10 を用いることにより、中間層厚さの増加にともなうJ積分値の変動を予測することができ、弾性的な熱応力に起因するJ積分値の低減に有効な材料の組合せを推定することができる。

4. 実用中間層材料の中間層厚さに対するJ積分値の変動予測

セラミック-金属のような異種接合材には中間層材料として塑性変形により応力を緩和する軟質金属が多く用いられている。しかしこのような塑性変形をする軟質金属を用いたとしても、中間層厚さを厚くしていくと線膨張係数の影響により熱応力は増加する⁹⁾。厳密には熱弾塑性解析によりJ積分値を定量的に求め議論していく必要があるが、中間層厚さによりJ積分値がどのように変化していくかを考える上で弾性変形に基づくJ積分値の変動を数値解析することなく予測することができれば、弾塑性解析を行っていく上でも大いに参考になるものと思われる。

そこで実際に行われているセラミックス-金属接合材における中間層材料が、弾性変形に基づくJ積分値にどのように影響するかをA材に鋼(S45C)、B材に窒化ケイ素(Si_3N_4)を用いた場合をモデルに Fig. 10 の結果に基づき検討した。実用的に使われている中間層材料として、軟質金属である銅、アルミ、および線膨張係数の小さいコバル合金について検討を行った。

中間層材および鋼、窒化ケイ素の材料定数を Table 2 に示す。これらの材料を中間層として用いた場合の中間層厚さに対するJ積分値の変動を予測すると以下ようになる。

(1) 中間層に銅 (Cu) を用いた場合

Table 2 の材料定数より、線膨張係数に関するパラメー

Table 2 Mechanical properties of materials.

Variable	Material A	Material C			Material B
		Case 1	Case 2	Case 3	
Material	S45C	Cu	Al	Kobar	Si_3N_4
Thermal expansion ($\times 10^{-5}$ 1/K)	1.12	1.65	2.36	0.81	0.42
Young's Modulus (GPa)	206	126	70	150	289
Poisson's ratio	0.30	0.37	0.34	0.30	0.25

タは $x=1.8$ 、そしてA材とC材のヤング率比は $E_A/E_C=1.6$ となる。まずヤング率が等しい ($E_A/E_C=1.0$) と考えた場合、 x は1以上であるため、中間層厚さの増加とともにJ積分値は増加し極大値をとるものと予想される。実際には E_A/E_C が1以上であるため、中間層厚さの薄いところで若干減少する可能性がある。しかし $E_A/E_C=1.6$ とあまり大きくないので、その効果はあまり期待できないものと思われる。以上のことより銅を中間層として用いた場合、J積分値は中間層の薄い部分でなだかな上昇をし、その後増加の度合いを増し極大値に達するものと予測される。

(2) 中間層にアルミ (Al) を用いた場合

アルミの場合は $x=2.8$ 、 $E_A/E_C=2.9$ となり銅の場合と同様な傾向を示すものと思われる。ただ $E_A/E_C=2.9$ と銅の場合に比べかなり大きくなっているため、中間層厚さの薄い領域において、銅の場合より若干J積分値が減少する可能性がある。

(3) 中間層にコバル合金 (Kobar) を用いた場合

コバル合金の場合は $x=0.56$ 、 $E_A/E_C=1.37$ となり、Fig. 10 よりJ積分値は極小値をとるものと予測される。

以上のJ積分値の変動に関する定性的予測の妥当性を検討するため、これらの材料を用いた場合のJ積分値を有限要素法による弾性計算で求めた。結果を Fig. 11 に示す。図の縦軸は単位温度変化量当たりのJ積分値を示している。図を見るとコバル合金を用いた場合はJ積分値が大きく減少し、 $d=6$ mm 程度で極小値をとっていることがわかる。それに対し銅、アルミを用いた場合には、J積分値は中間層の薄い範囲でほとんど減少せず中間層厚さの増加とともに増加し、極大値をとっている。

この結果から中間層のヤング率はかなり小さい限り熱応力に起因するJ積分値の低減には効果がないことがわかる。それに対し中間層に線膨張係数の小さいコバル合金を用いた場合にはJ積分値がかなり小さくなる。また予測結果と Fig. 11 の計算結果とを比較するとその変動傾向はほぼ一致している。

以上の結果より、異種接合材に用いる中間層材料が決まれば、熱応力に起因するJ積分値の中間層厚さの変化に伴う変動を、Fig. 10 により数値解析することなくほぼ予測できることが確認できた。今後この結果を参考にし、塑性変形をも考慮にいれ、J積分値への中間層の影響について検討を行う予定である。

Fig. 11 Variation of J-value due to mechanical properties of insert material.

5. 結 言

中間層を含む異種接合材の強度評価パラメータとしてJ積分値を取り上げ、熱応力に起因するJ積分値を有限要素法を用いた熱弾性解析結果より求めた。そして異種接合材を構成する各材料の材質が、中間層厚さの変化に伴うJ積分値の変動にどのように影響を及ぼすのかについてき裂面の変形やき裂先端での応力を考察することにより検討した。また、その結果を用いて実用中間層材料の中間層厚さの増加にともなう熱応力に起因するJ積分値の変動の予測を行った。得られた結果を要約すると以下ようになる。

(1) 各材料のヤング率が等しい場合、線膨張係数の組み合わせにより、中間層厚さの変化にともないJ積分値は極大値や極小値を取る変動を示す。この変動はき裂面に平行な方向のき裂のくい違い量 δ_x と対応していることが明らかとなった。またJ積分値の変動は線膨張係数の大小関係を表すパラメータ x により3つのタイプに分類できた。

(2) 各材料のヤング率が異なる場合について検討を行った結果、B材のヤング率はJ積分値の変動に影響を及ぼさず、A材とC材のヤング率比 E_A/E_C のみ考慮すればよいことがわかった。

(3) 各材料の材料定数が定まればパラメータ x と $E_A/$

E_C を求めることによりJ積分値の変動をほぼ予測できるようになった。これを用いてセラミックス-金属接合材において実用的に使われている中間層材のJ積分値の変動の予測を行った結果、予測結果はほぼ妥当なものであることが確認できた。

本研究の一部は文部省科学研究費の一般研究(C)の補助金で行った。記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 結城, 劉, 許, 大平, 小野: 混合モード界面き裂の破壊試験とその評価, 日本機械学会論文集(A編), 59-557 (1993), 74-80.
- 2) H.M. Jensen: Mix Mode Interface Fracture Criteria, Acta metall. mater., 38-12 (1990), 2637-2644.
- 3) G. Dreier, M. Meyer, S. Schmauder and G. Elssner: Fracture Mechanics Studies of Thermal Mismatch Using a Four-Point Bending Specimen, Acta metall. mater., 40, Suppl. (1992), S345-S353.
- 4) 瀬尾, 野方, 太田, 寺崎: き裂を含む異種接合材のJ積分, 溶接学会論文集, 10-3 (1992), 429-433.
- 5) 瀬尾, 日下, 野方, 太田, 寺崎: き裂を含む異種材接合部の強度評価, 溶接学会論文集, 12-3 (1994), 445-450.
- 6) 豊田: インターフェイスメカニクス, 理工学社 (1991), 149-150.
- 7) 白鳥, 三好, 松下: 数値破壊力学, 実教出版 (1981), 27-63.
- 8) 結城: 界面の力学, 培風館 (1993), 62-65.