熱影響部の最高硬さの予測式の提案*

寺崎 俊夫**, 野村 卓司***, 北田 豊文****

Proposal of Predictive Equation for Maximum Hardness in the Heat-Affected-zone*

by Toshio Terasaki**, Takuji Nomura*** and Toyofumi Kitada****

This paper deals with the predictive equation for obtaining a maximum hardness in the heat-affected-zone. The estimating equation was derived using the kinetics of phase transformation and the theory of heat transfer. The material constants included in the equation were determined from hardness data of CCT-diagram by the stepwise multiple regression analyses. The predictive equation was proved to be more reliable than other formulae by comparing with data of hardness reported by many researchers.

Key Words: Heat-affected-zone, Maximum Hardness, Predictive Equation, CCT-diagram

1. 緒 言

溶接熱影響部の最高硬さは溶接低温割れ¹⁾, 腐食強度²⁾ などに関連した溶接性を評価する重要な指標となっている。溶接熱影響部の硬さを予測する研究は多くの研究者により行なわれている³⁻¹²⁾, Dearden, O'Neill³⁾, 田村⁴⁾, 別所⁵⁾などの手溶接 17000 J/cm における硬さに注目した研究, Beckert⁶⁾, 黄地⁷⁾, 寺崎⁸⁾, 百合岡⁹⁾, Seyffarth¹⁰⁾, Duren¹¹⁾, 鈴木¹²⁾など, 溶接入熱が変化しても硬さが予測できる事を示した研究などがある。ところで, これまでに報告された研究では硬さの変化曲線の関数形が仮定されており, 冶金分野における研究成果を基礎にして論じられていない。一方, 冶金分野においては鋼の焼入れ性に関する研究は多くなされており, 種々の知見が報告されている¹³⁻¹⁴⁾。

本研究では冶金分野における変態速度論¹⁵⁾ に注目して, 硬さの変化曲線を理論的に導き, 導かれた式の数値を溶接用の CCT 図を利用して決定することにより, 従来から提案されている硬さ予測式よりも精度の良い式を提案した。

2. 硬さ予測式と変態速度論

溶接熱影響部の最高硬さ H_V とマルテンサイト量 M の関係は Duren¹¹⁾ が示しているように線形の式が一般に成立している。

$$H_V = H_{VM}M + H_{V0}(1 - M) \quad \dots\dots(1)$$

ただし, H_{VM} : マルテンサイト (M) が 1 (100%) の時の硬さ

H_{V0} : $M=0$ の時の硬さ

溶接熱影響部の硬さとマルテンサイトの関係を Fig. 1 に示す。Fig. 1 の硬さの実験値は稲垣が求めた CCT 図のデータである¹⁶⁾。横軸は $1-M$ でマルテンサイト以外の組織の割合を示している。図より硬さは式(1)に示すよう

Fig. 1 Relation between hardness and martensite fraction

にマルテンサイトの含有率 M でおおむね決定されていることになる。

一方, 鋼の連続冷却時の変態挙動が変態速度論により取り扱われている^{14, 18)}。変態速度論を用いると連続冷却後の拡散変態生成物 (ベイナイト, パーライトなど) が計算できるため, マルテンサイトの含有率が求められる。そこで, 著者らは梅本¹⁴⁾の手法に従って, マルテンサイトの含有率を変態速度論より導き, 硬さ予測式を導いた。

梅本の手法は等温変態速度式と Scheil¹⁹⁾ の加算則の修正式を組み合わせている。拡散変態生成物の変態率を X とすると, 等温変態速度は次式の Johnson-Mehl タイプの式で表現できる。

$$X = 1 - \exp \{ -f(T) \cdot t(T)^n \} \quad \dots\dots(2)$$

ただし, $f(T)$: 反応速度定数 n : 時間指数
 $t(T)$: 等温保持時間 T : 等温保持温度

Fig. 2 は梅本の加算則を説明する図である。TTT 図の

*原稿受付 昭和62年3月14日 昭和58年度秋季全国大会及び昭和62年5月溶接冶金研究委員会発表 (WM-1154-87)

**正 員 九州工業大学 Member, Kyushu Institute of Technology

***非 会 員 九州工業大学 (学生) Kyushu Institute of Technology

****正 員 日本鋼管(株) Member, Nippon Kokan Co.

Fig. 2 TTT diagram, cooling curve and additivity rule

拡散変態開始曲線 ($X=0$)、変態終了曲線 ($X=1$) 以外に変態率 X の曲線を引き、温度 T での変態率が X になるのに要する時間を $t_x(T)$ とする。一点鎖線の連続冷却曲線を各温度での微小冷却時間 $dt(T)$ に細分して、次式が成立するとき、拡散生成物が X 生じると考えている。

$$\sum_{T=Ae_3}^{T_0} \frac{dt(T)}{t_x(T)} = 1, \text{ すなわち, } \int_{Ae_3}^{T_0} \frac{(dt/dT)}{t_x(T)} dT = 1 \quad \text{.....(3)}$$

ただし、 Ae_3 ：オーステナイトから拡散変態生成物が生じる温度の上限温度

T_0 ：オーステナイトから拡散変態生成物が生じる温度の下限温度

式(3)の t_x は式(2)の t と同等であるから、式(2)より

$$t_x(T) = [\ln \{1/(1-X)\} / f(T)]^{1/n}$$

となり、式(3)に代入して、 X について解くと

$$X = 1 - \exp \left[- \left\{ \int_{Ae_3}^{T_0} \frac{f(T)^{1/n}}{dT/dt} dT \right\}^n \right] \quad \text{.....(4)}$$

となる。

溶接金属部の冷却速度は移動熱源の式²⁰⁾より次式の関数形になる。

$$-dT/dt = A g(Q) h(h) T^m \quad \text{.....(5)}$$

ただし、 $A = 2\pi\lambda$, $2\pi\lambda c\rho$ $g(Q) = Q$, Q^2 $h(h) = 1, h^2$ $m = 2, 3$

等号の後の文字はそれぞれ瞬間点熱源、瞬間線熱源での値である。

λ ：熱伝導率 c ：比熱 ρ ：密度 Q ：溶接入熱 h ：板厚

溶接では 800℃ から 500℃ までの冷却時間 (τ とする) が熱影響部の組織を決定するためのパラメータとして用いられるため、このパラメータを式(5)に導入すると

$$-dT/dt = B/\tau \cdot T^m \quad \text{.....(6)}$$

ただし、 $B = (1/500^{m-1} - 1/800^{m-1}) \cdot \{1/(m-1)\}$ となる。

式(4)、(6)より拡散変態生成物 X と冷却時間 τ とは次式で結び付けられる。

$$X = 1 - \exp \left[- \left\{ \tau/B \int_{T_0}^{Ae_3} f(T)^{1/n} / T^m dT \right\}^n \right] \quad \text{.....(7)}$$

拡散変態生成物が出現し始める τ を τ_M と表すと

$$\varepsilon = 1 - \exp \left[- \left\{ \tau_M/B \int_{T_0}^{Ae_3} f(T)^{1/n} / T^m dT \right\}^n \right] \quad \text{.....(8)}$$

ただし、 ε ：拡散変態生成物が出現できる最小の量である。本論文では梅本らの研究と一致させて $\varepsilon = 0.05$ とする。

式(7)、(8)より積分項が除去でき、次の式が得られる。

$$1 - X = \exp \{ - \varepsilon (\tau/\tau_M)^n \} = \exp \{ - 0.05 (\tau/\tau_M)^n \} \quad \text{.....(9)}$$

マルテンサイト量 $M = 1 - X$ と式(1)、(9)より硬さ予測式として次式が導かれる。

$$H_V = (H_{VM} - H_{V0}) \exp \{ - 0.05 (\tau/\tau_M)^n \} + H_{V0} \quad \text{.....(10)}$$

3. CCT 図のデータ利用による硬さ予測式の定数の決定

3.1 回帰分析手法

日本で作成されて公表されている溶接用の CCT 図 102枚のデータを用いて、式(10)の硬さ予測式の定数 H_{VM} , H_{V0} , n , τ_M と化学成分を結び付けるために次に示す回帰分析の手法を用いた。

(1) Stepwise regression analysis を用いて応答変数 (H_{VM} , H_{V0} , n , τ_M) と有意な関係にある独立変数 (化学成分) を選択する²¹⁾。

(2) 選択された独立変数を種々の関数にして、応答変数を最も良く説明できる独立変数の関数形を一般に使用されている回帰分析手法により決定する。

(3) 選択された独立変数の項を決定した後、残りの独立変数を用いて、(1)、(2)を繰り返す。

3.2 回帰分析結果

(1) 時間指数 n

式(10)より時間指数 n は硬さと次の式で結び付けられる。

$$\ln \left[\ln \{ (H_{VM} - H_{V0}) / (H_V - H_{V0}) \} \right] = n \ln \tau + \ln (0.05/\tau_M^n) \quad \text{.....(11)}$$

式(11)より時間指数 n は横軸に $\ln \tau$ 、縦軸に $\ln \{ \ln \{ (H_{VM} - H_{V0}) / (H_V - H_{V0}) \} \}$ を取って、得られる直線の傾きとして与えられる。マルテンサイト 100%, 0% の硬さが明確に示されている 45枚の CCT 図より求めた n 値を回帰分析した結果として次式が得られた。

$$n = 5.1 C + 1.7 Si - 0.39 Mn + 0.6 Ni - 1.3 Cr - 0.8 Mo + 6.4 V + 3 Cu - 45 B + 0.29 \quad (R^2 = 17.7\%)$$

ただし、化学成分の単位は wt% である。

Fig. 3 は n 値の頻度分布である。回帰分析により求められた予測式で実測値が説明できる割合を示している重相関係数 R^2 が 17.7% と小さい事より、化学成分と n 値に強い相関関係がないことになる。この原因として次の事が考えられる。熱影響部の組織はベイナイト、フェライト、パーライトなどの複数の変態生成物により構成されている。従って、一つの Johnson-Mehl の式のみでマルテンサイト量が予測できるとして取り扱っている事に無理がある。この問題を解明する事は将来の重要テーマである。本論文では一つの Johnson-Mehl 式でどの程度の硬さ予測がなされるかを検討して行く。そこで、 n 値

Fig. 3 Frequency distribution of n-value

の平均値を求めると

$$n = 1.505$$

となる。そこで $n=1.5$ を時間指数とする。

(2) マルテンサイト 0%, 100% の硬さ H_{VM} , H_{V0} 。CCT 図より H_{VM} , H_{V0} を読み取り、回帰分析した。 H_{VM} は 102 枚のデータが、 H_{V0} は 79 枚のデータが CCT 図から得られた。

$$H_{VM} = 812 C + 293 \quad (R^2 = 71.9\%)$$

$$H_{V0} = 293 C + 47 \text{ Mn} + 48 \text{ Si} + 44 \text{ Cr} + 91 \text{ Mo} + 8 \text{ Ni} + 165 \text{ V} + \text{Cu} + 95 \text{ Nb} + 794 \text{ B} + 87 \quad (R^2 = 89.3\%)$$

(3) 拡散変態生成物が出始める時間 τ_M

CCT 図からマルテンサイトが 95% となる時間 τ_M を精度良く求める事は困難であった。そこで、式(10)と硬さを利用して次式により τ_M を決定した。

$$\tau_M = \tau [1/0.05 \ln \{ (H_{VM} - H_{V0}) / (H_V / H_{V0}) \}]^{-1/1.5}$$

得られた 72 枚のデータを回帰した結果として次式が導かれた。

$$\log \tau_M = 0.83 \arctan(8 C) + 0.64 \text{ Mn} + 0.38 \text{ Ni} + 0.73 \text{ Cr} + 0.76 \text{ Mo} + 0.65 \text{ Cu} + 150 \text{ B} - 1.505 \quad (R^2 = 78.3\%)$$

3.3 硬さ予測式と適用範囲

3.2 節をまとめると硬さ予測式として次式が得られる。

$$H_V = (H_{VM} - H_{V0}) \exp \{ -0.05 (\tau / \tau_M)^n \} + H_{V0} \quad \dots (12)$$

ただし、 $H_{VM} = 812 C + 293$

$$H_{V0} = 293 C + 47 \text{ Mn} + 48 \text{ Si} + 44 \text{ Cr} + 91 \text{ Mo} + 8 \text{ Ni} + 165 \text{ V} + \text{Cu} + 95 \text{ Nb} + 794 \text{ B} + 87$$

$$\log \tau_M = 0.83 \arctan(8 C) + 0.64 \text{ Mn} + 0.38 \text{ Ni} + 0.73 \text{ Cr} + 0.76 \text{ Mo} + 0.65 \text{ Cu} + 150 \text{ B} - 1.505$$

回帰に用いたデータから適用範囲を求めると Table 1 とする。

4. 硬さ予測式の精度の検討

従来の硬さ予測式として Becker⁶⁾, Duren¹¹⁾, 百合岡¹⁹⁾, 鈴木¹²⁾, 寺崎^{8,22)}の式を用いる。回帰により得られた予測式の検討には回帰に用いなかった硬さのデータを使用した。Table 2 に今までに報告されている硬さの

Table 1 Applicable range of predictive equation

Variable	Range
C	0.04---0.26 (wt%)
Si	0-----0.60
Mn	0.35---1.6
Ni	0-----2.0
Cr	0-----1.3
Mo	0-----0.5
Cu	0-----0.4
V	0-----0.14
B	0-----0.003
Nb	0-----0.05
Ti	0-----0.03
$\tau (=t/8/5)$	1-----100 (s)

Table 2 Comparison of predictive equations for maximum hardness in the HAZ

	SN	N	D_T	D_S	D_V	D_D	D_B	D_{JOM}
Yurioka	14	140	19.1	14.4	14.1	40.8	52.4	21.5
Harasawa	19	171	29.5	33.1	31.1	54.8	64.8	34.2
Hart	3	19	42.2	43.2	39.7	60.3	93.3	37.7
Duren	3	18	30.0	39.5	56.2	57.3	37.5	44.0
Evans	11	19	21.6	23.1	24.3	23.0	29.8	31.4
WES	44	278	22.2	17.6	20.6	42.4	45.7	19.7
Ito	36	72	23.9	24.7	29.9	36.7	33.7	36.1
Bessyo	97	97	27.2	29.8	29.1	40.6	68.9	29.2
Kitada	91	99	26.7	29.3	27.7	54.9	62.7	31.2
Matsuda	11	11	22.8	41.0	45.0	96.4	66.5	26.0
Komizo	33	40	40.7	41.4	44.0	48.8	48.9	45.1

実測値と予測結果を示す。表中の D は次式に示すように実測値 H_V と予測値 $\hat{H}_V$ の差

$$D = \sqrt{(H_V - \hat{H}_V)^2 / N}$$

ただし、 N は硬さのデータの総数

より求められたバラツキを示している。 D の添字 T, S, V, D, B, JOM は本論文の提案式、鈴木¹²⁾, 百合岡¹⁹⁾, Duren¹¹⁾, Becker⁶⁾, 寺崎^{8,22)}の式での計算結果を意味し、SN は使用された鋼の総数を意味する。百合岡の式は Yurioka²³⁾ のデータを用いて回帰されており、鈴木¹²⁾ の式は Yurioka, Hart²⁴⁾, Duren¹¹⁾, WES²⁵⁾ のデータを用いて回帰されている。従って、当然の事であるが Yurioka, WES のデータの D_V , D_S は今回求められた式による D_T よりも優れている。それ以外の Harasawa²⁶⁾, Evans²⁷⁾, Ito²⁸⁾, Bessyo⁹⁾, Kitada²⁹⁾, Matsuda³⁰⁾, Komizo³¹⁾ のデータでは今回求めた式による D_T が一番優れている。

Fig. 4(a), (b) に百合岡が測定した硬さのデータと本論文で提案する式(12)および著者の一人が以前に提案した予測式 JOM の計算値を示す。今回の提案式が実測の硬さを精度良く予測している。

Table 3 は Table 2 の硬さのデータを鋼種別に分類したときのバラツキ D を示している。鋼種の分類は次の様になっている。

(1) Cr, Ni, Mo, Cu が 0.1 wt% 以下で $C \geq 0.1$

Fig. 4 Comparison between measured hardness and estimated value

Table 3 Comparison between deviations of estimating hardness classified by the kinds of steel

	SN	N	D_T	D_S	D_T	D_D	D_B	D_{JOM}
C-Mn steel with Cr, Ni, Mo<0.1%	113	311	28.8	29.8	31.2	41.0	62.5	29.8
0.1%<Cr, Ni, Mo<1% steel	143	442	26.2	26.3	26.3	39.5	57.9	28.7
C<0.1% steel	78	194	21.6	22.0	24.6	32.6	31.5	31.5
Cr-Mo steel	30	87	26.8	27.6	26.8	89.5	42.1	35.0
Cr>1% or Ni>1% or Mo>1% steel	44	90	22.8	22.4	23.2	93.4	45.3	23.3

wt% である炭素マンガン鋼

(2) $C \geq 0.1$ wt% で Cr または Ni または Mo または Cu が 0.1~1 wt% 含有されている鋼

(3) C が 0.1 wt% 以下で $Ni < 0.5$ wt%, $Cr < 0.1$ wt%, $Mo < 0.25$ wt% である鋼, 多くの TMCP 鋼がこの成分範囲にある。

(4) Cr-Mo 鋼

(5) Cr または Ni または Mo が 1 wt% 以上含まれている鋼

以上の分類された鋼種の D を比較しても, 今回導かれた硬さ予測式は精度の良い式である事が分かる。

Fig. 5 Measured hardness vs. estimated hardness

Table 4 Evaluation for steels with carbon content excluding applicable range

	SN	N	D_T	D_S	D_T	D_D	D_B	D_{JOM}
$C > 0.3\%$ steel	7	12	65.0	51.5	74.2	75.4	54.6	51.6
$C < 0.04\%$ steel	28	65	23.5	24.9	31.6	45.2	32.2	37.0

Fig. 5(a), (b) に上記の分類(3)の硬さの実測値と予測値を示す。今回提案した式の精度がよいことが分かる。

Table 4 は Table 1 の適用範囲外にある鋼を用いた時のバラツキ D 値を示している。表より $C > 0.3$ wt% の鋼には今回の提案式は使用できないことが分かる。

5. 結 論

本論文で得られた結論を要約すると次のようになる。

1) 変態速度論を用いて導かれた硬さ予測式(2)は熱影響部の硬さを精度良く予測した。この事は冶金の研究成果を用いて硬さ変化曲線を導く手法が他の単なる仮定式を用いる手法よりも優れている事を意味していると思われる。

2) 導かれた予測式は炭素マンガン鋼, 低炭素鋼, Cr-Mo 鋼の硬さを精度良く予測した。

3) 適用範囲外の $C > 0.3$ wt% の鋼の硬さ予測には今回導かれた予測式は適していなかった。

参考文献

- 1) F. R. Coe: Welding Steels without Hydrogen Cracking, TWI, 1973
- 2) P. J. Haagensen: TIG Dressing of Steel Weldments for Improved Fatigue Performance, 1979, 11th OTC, p.949
- 3) J. Dearden and H. O'neil: A Guide to the Selection and Welding of Low Alloy Structural Steels, Trans. Inst. Welding, 1940, No.10, p.203
- 4) H. Suzuki and H. Tamura: Synthetic Heat-Affected Zone Ductility Test, Trans. National Research Institute for Metals, Vol.1, No.2, 1959, p.42
- 5) Y. Ito and K. Bessyo: Weldability Formula of High Strength Steels, IIW, Doc. IX-576-68, 1968
- 6) M. Beckert and R. Holz: Schweiss Technik, Vol.23, 1973, No.8, p.344
- 7) Y. Arata, K. Nishiguchi, T. Ohji, N. Kohsai and M. Tomie: Weldability Concept of Hardness Prediction, IIW Doc. IV-263-72
- 8) 寺崎俊夫: 溶接部の低温割れに関係する熱因子および硬度の推定式の検討, 鉄と鋼, Vol.67, No.16, 1981, p.2715
- 9) N. Yurioka, S. Ohshita and H. Tamehiro: Study on carbon Equivalents to assess Cold Cracking Tendency and Hardness in Steel Welding, AWRA Symposium "Pipeline Welding in the 80's", March, 1981
- 10) P. Seyffarth: Schweiss Technik, Vol.27, 1977, No.2, p.58
- 11) K. Lorenz and C. Duren: C-Equivalent for Evaluation of Weldability of Large-Diameter Pipe steels, IIW, Doc. IX-B-11-82, 1982
- 12) H. Suzuki: A New Formula for Estimating HAZ Maximum Hardness in Welded Steel, IIW, Doc. IX-1351-85, 1985
- 13) M. A. Grossmann: Elements of Hardenability, ASM, 1952
- 14) H. Umemoto, N. Komatsubara and I. Tamura: Prediction of Hardenability Effects from Isothermal Transformation Kinetics, J. Heat Treating, Vol.1, No.3, p.57
- 15) J. Burke: The Kinetics of Phase Transformation in Metals, Pergamann Press, 1965
- 16) M. Inagaki and T. Wada: A New Apparatus for Determining SH-CCT Diagram for Welding and its Application to High Strength Steels, Trans. National Research Institute for Metals, Vol.6, No.1, 1964, p.39
- 17) 稲垣道夫: 本誌, Vol.29, No.8, No.10; 金材研技報, Vol.4 (1961)-No.5, Vol.11 (1968)-No.2, Vol.12 (1969)-No.4, Vol.14(1971)-No.3, Vol.18(1975)-No.2; CCT-Diagrams, Nippon Steel Corporation, 1972
- 18) J. S. Kirkldy: Met. Trans., Vol.4 (1973), p.2327
- 19) E. Scheil: Arch. Eisenhüttenw., Vol.12 (1935), p.565
- 20) C. M. Adams: Cooling Rates and Peak Temperature in Fusion Welding, Welding Journal Vol.37, No.5, June, 1958, 210 s
- 21) N. R. Draper and H. Smith: Applied Regression Analysis, John Wiley Sons, 1966
- 22) T. Terasaki, T. Akiyama and M. Serino: Chemical Compositions and Welding Procedure to Avoid Cold Cracking, Proc. Intl. Conf. Joining of Metals, April, 1984, Helsingor, Denmark, p.381
- 23) N. Yurioka, M. Okumura and S. Saitoh: JWS Weld. Met. Comm., WM-784-80, 1980
- 24) P. H. M. Hart: A Preliminary Evaluation the Effect of Restraint on HAZ Cold Cracking of Butt Welds in Three C-Mn steels, TWI Report 40, 1977
- 25) WES: 日本溶接協会, 鈴木春義先生よりデータを頂戴する。(私信)
- 26) 原沢秀明: (私信) 1982
- 27) G. M. Evans and Christensen: Correlation of Microstructure with HAZ Embrittlement, IIW, Doc. IX-823-73
- 28) Y. Ito, M. Nakanishi and Y. Komizo: Carbon Equivalent and Hardness for Cracking Tendency of C-Mn Microalloyed Structural Steel, IIW, Doc. IX-1349-85, 1985
- 29) T. Kitada and J. Tanaka: Trans. of JIM, 1980; JWS Weld. Met. Commi. WM-743-80, 1980
- 30) F. Matsuda and H. Nakagawa: Trans. JWRI, Vol.7 (1978), p.47
- 31) Y. Ito, M. Nakanishi and Y. Komizo: Trans. of JIM, 1980

付録 従来の硬さ予測式

(1) Becker の式⁶⁾

$$H_V = (H_{VM} - H_{V0}) \exp[-(b\tau)^2] + H_{V0}$$

ただし, $H_{VM} = 939 C + 284$, $H_{V0} = 167$
 $(C + Si/11 + Mn/2.9 + Cu/3.9 + Ni/17 + Cr/3.2 + Mo/2.4)^{2.42} + 137$
 $b = \exp(-0.013 H_{V0} + 0.8)$

(2) 寺崎の式^{8,22)}

$$\tau \leq \tau_M \quad H_V = H_{VM}$$

$$\tau > \tau_M \quad H_V = (H_{VM} - H_{V0}) \exp[-0.2(\tau/\tau_M - 1)] + H_{V0}$$

ただし, $H_{VM} = 812 C + 293$, $H_{V0} = 164$
 $(C + Si/24 + Cr/7 + Mo/2 + V + Nb + 7 B) + 153$,
 $\log(\tau_M) = 2.5(C + Mn/3 + Cu/4 + Ni/8 + Cr/10 + Mo/3 + 5 B) - 1.27$

(3) 百合岡の式⁹⁾

$$H_V = (H_{VM} + H_{V0})/2 - (H_{VM} - H_{V0})/2 \cdot [\arctan(X)/1.10]$$

ただし, $X = 4[\log(\tau) - \log(\tau_M)]/[\log(\tau_0) - \log(\tau_M)] - 2$, $H_{VM} = 812 C + 293$, $H_{V0} = 328$
 $(C + Si/24 + Mn/6 + Cu/15 + Ni/40 + Cr/6 + Mo/4 + Nb/5 + V/5 + 10 B) + 72$
 $\log(\tau_M) = 7.4CEY - 3.027$, $\log(\tau_0) = 5.6CEY + 1.821$ $CEY = C - Si/30 + Mn/5 + Cu/5 + Ni/20 + Cr/4 + Mo/6 + 10 B$

(4) Duren の式¹¹⁾

$$H_V = 2019 [C\{1 - 0.5 \log(\tau)\} + 0.3(CED - C)] + 66[1 - 0.81 \log(\tau)]$$

ただし, $CED = C + Si/11 + Mn/8 + Cu/9 + Ni/17 + Cr/5 + Mo/6 + V/3$

(5) 鈴木¹²⁾の式

$$H_V = H_{V0} + (H_{VM} - H_{V0})/[1 + \exp\{a[\log(\tau) - \log(\tau_{50})]\}]$$

ただし, $H_{VM} = 884 C + 287$, $H_{V0} = 430 C + 36 Si + 79 Mn + 57 Cu + 12 Ni + 53 Cr + 122 Mo + 169 Nb + 7089 B + 18$,
 $\log(\tau_{50}) = 2.07 C + 0.459 Mn + 0.655 Cu + 0.122 Ni + 0.222 Cr + 0.788 Mo + 30 B - 0.085$,
 $a = (478 + 3364 C - 256 Si + 66 Ni - 408 Mo - 1321 V - 1559 Nb)/(H_{VM} - H_{V0})$