講座

陽電子の科学と計測シリーズ

Ⅷ. ポジトロン・エミッション・トモグラフィ

3. 画像の再構成とデータ補正[†]

村山秀雄

放射線医学総合研究所
263 千葉市稲毛区穴川 4-9-1

Key Words : positron emission tomography, image reconstruction, data correction, positron volume imaging, nuclear medicine

1. はじめに

ポジトロンCT(PET)は消滅放射線の同時計数測定により、計数値からなる投影データを収集し、被検体におけるポジトロン放出核種の濃度分布を計測するシステムである。この測定原理に基づき測定投影データに対して他のCTとは異なるデータ補正法が必要である。また、最近では画質改善のために通常のX線CTの画像再構成法とは原理的に異なるPET独自の画像再構成法が開発されつつある。

タイムオブフライト型PETも特有の画像再構成法を使用するが、本シリーズで別途解説されるので、ここでは、それ以外のPET画像の再構成とデータ補正についてその特徴を簡単に解説する。

2. 二次元像再構成

ポジトロンCTの同時計数測定により得られる投影データは、線源分布の投影を直接表すものではない。消滅放射線の吸収補正、偶発同時

計数や散乱同時計数の補正などの前処理がなされて、初めて線源分布の投影を表すデータを得る。このような各種補正が正しく施された補正投影データに対して、以下のような画像再構成法が適用される。

2・1 重畳積分法

同一平面内の二次元像再構成は、X線CTでよく用いられる重畳積分(コンボルーション)法を適用するのが一般的である。この方法は2段階の処理プロセスから成る。まず各投影データにフィルタ関数を重畳積分して、フィルタ処理データに置き換える。つぎに、これらフィルタ処理データを用いた逆投影演算を行うことにより再構成画像を得る。逆投影演算とは、それぞれの測定方向に沿ってデータを画像面に書き込み、画素ごとに書き込み値の加算をする処理である。

フィルタ関数は、空間周波数に比例して高周波を増強する ρ フィルタを基本とし、これに適当な平滑化成分を加えたものである。Shepp-Logan フィルタ¹⁾が最も代表的なものであり、標本値で表すと次式で与えられる。

$$f(i) = \frac{2}{\pi a^2 (1 - 4i^2)} \quad (i = \dots, -1, 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

ここに a は投影の標本間隔である。

[†] Positron Science and Its Applications to Physical Measurements. Ⅷ. Positron emission tomography. 3. Image reconstruction and data correction. Hideo MURAYAMA: National Institute of Radiological Sciences, 4-9-1, Anagawa, Inage-ku, Chiba-shi 263, Japan.

図1 画像再構成における画像と投影データ

2・2 逐次近似法

逐次近似型アルゴリズムでは、まず、推定した画像から推定投影データを計算で作成し、これを測定投影データと比較する。つぎに、その差を何らかの方法で評価し、推定画像の修正を行う。以上の操作を反復することにより、推定画像を真の画像に近づけようとする(図1)。逐次近似型画像再構成法は、解析的な重畳積分法や、フーリエ変換法と異なり、種々の先見的情報を加えられることや、不完全な測定投影データの組からでも画像が再構成できることなどの利点がある。

とくに、期待値最大化アルゴリズム(expectation maximization: EM) 法²⁾は収束性が数学的に証明されており、逐次近似画像の総和が自動的に測定投影データの総和に等しくなることやいづれの画素値も負値にならないことが保証されている。しかも、投影データがポアソン分布に従うという放射線計測の条件にも適合している。図1のように対象とする領域は一つの円形内とする。この領域は J 個の画素で構成されているものとし、画像ベクトルを x 、その成分の各画素値を x_j とする。投影データは全部で I 個あるとし、画像データベクトルを y 、その成分の各投影値を y_i とする。画素 x_j の線源が投影 y_i に検出される確率を a_{ij} で表す。 n 番目の近似で得られる画像 $x^{(n)}$ から求められる推定投影データ $z^{(n)}$ の成分が次

式で与えられる。

$$z_i^{(n)} = \sum_{j=1}^J a_{ij} x_j^{(n)} \quad (i=1, \dots, I) \quad (2)$$

このときEM法のアルゴリズムは次式で与えられる。

$$x_j^{(n+1)} = x_j^{(n)} \cdot \left\{ \frac{\sum_{i=1}^I (a_{ij} y_i / z_i^{(n)})}{\sum_{i=1}^I a_{ij}} \right\} \quad (3)$$

しかし、EM法の収束は遅く、15回以上の逐次近似回数を必要とするため、収束を加速するための改善法がいくつか考案されている。フィルタ型逐次近似再構成アルゴリズム(filtered iterative reconstruction algorithm: FIRA) 法³⁾はその一つであり、逐次近似回数2-4で充分良好な再構成画像が得られる。

一方、計算機の記憶容量の効率的利用をはかるため、像空間逐次近似アルゴリズム(image space reconstruction algorithm: ISRA) 法⁴⁾が提案されている。この方法は、測定投影データの逆投影画像を基準にしており、推定投影データの逆投影によって作成された推定逆投影画像と比較する点に特徴がある。乗算式同時逐次近似(multiplicative simultaneous iterative reconstruction technique: MSIRT) 法⁵⁾もその一種である。三次元投影データの場合は、その格納番地が像空間の大きさよりはるかに大きくなるので、後述する三次元PETにおいてはISRA法が有利になるものと期待される。

図2に計算機シミュレーションによって各方法の再構成画像を比較した例を示した⁶⁾。図の(A)はシミュレーションに使用した数学的ファン

図2 原画像および種々の画像再構成法による画像の例
全計数値約 1×10^6

トムである。投影データは統計雑音を含み、全計数値は約 1×10^6 とした。この投影データに対し、重畳積分法、EM 法 ($n=20$)、FIRA 法 ($n=4$)、MSIRT 法 ($n=20$) をそれぞれ適用して得た画像が、(B), (C), (D) および (E) である。 n は逐次近似回数を表す。逐次近似型画像再構成法は、重畳積分法に比べて再構成画像の統計雑音が抑制されており、画質の向上が見られる。とくに、EM 法はコールド領域内での雑音を抑える効果大きい。

逐次近似型アルゴリズムの欠点は、計算時間が長いことである。しかし、計算機技術の進歩を取り入れることにより、実用的な逐次近似画像再構成専用装置を作る試みもある⁶⁾。

3. 主なデータ補正

同時計数測定により得られる生の測定データ $E_\theta(t)$ を放射データという。ここに角度 θ は投影方向、 t はその方向での投影座標を表す。消滅放射線が検出されるまでに被検体で吸収を受けるため、放射データは線源分布の投影を直接表すものではない。正しい線源分布像を得るために、放射データ $E_\theta(t)$ 以外に空 (blank) データ $B_\theta(t)$ 、透過データ $T_\theta(t)$ を別途に収集する。空データは、被検体が存在しない状態で校正用線源のみを計測した投影データである。透過データは放射能をもたない被検体を装置の測定位置に置き、校正用線源で計測して得た投影データである。

線源分布の正しい投影データを $P_\theta(t)$ 、各同時計数線に沿った吸収体の減弱率を $A_\theta(t)$ 、検出器の同時計数検出効率等の補正因子を $D_\theta(t)$ 、校正用線源の放射能を $R_\theta(t)$ とすると、線源の放射能減衰や偶発同時計数、散乱同時計数の影響を除いた場合は以下の関係が成り立つ。

$$E_\theta(t) = P_\theta(t) \cdot A_\theta(t) \cdot D_\theta(t) \quad (4)$$

$$T_\theta(t) = A_\theta(t) \cdot D_\theta(t) \cdot R_\theta(t) \quad (5)$$

$$B_\theta(t) = D_\theta(t) \cdot R_\theta(t) \quad (6)$$

式(4) - (6) より次式を得る。

$$P_\theta(t) = R_\theta(t) \cdot E_\theta(t) / T_\theta(t) \quad (7)$$

校正用線源に関するデータ $R_\theta(t)$ は既知のものであるから、原理的には放射データと透過データから正しい投影データを得ることができる。

しかし、実際には生体計測という制約から透過データの統計精度が充分とれない。そのため再構成画像の画質は著しく低下し、式(7)の適用は現実的でない⁷⁾。代りに、空データは高い統計精度で得られることから、次式が利用される。

$$P_\theta(t) = R_\theta(t) \cdot \{E_\theta(t) / B_\theta(t)\} / A_\theta(t) \quad (8)$$

3.1 ブランク補正

式(8)の右辺における演算 $\{E_\theta(t) / B_\theta(t)\}$ をブランク補正という。検出器の検出効率はそれぞれ異なるために、各同時計数線の感度も一様ではない。また、幾何学的配置やサンプリング密度に依存して検出効率の違いが生じる。リング状検出器配列では視野中央と端とで同時計数の応答関数が異なる。さらに多層型検出器配列の場合は、層内 (ダイレクト) スライスと層間 (クロス) スライスの再構成に利用する同時検出リング数に違いがあり、図3に例示したようにスライスごとの感度が異なる。ブランク補正は、放射データがもつこのような感度および不均一性の補正を行う。充分長い時間測定した統計精度の良い空データをブランク補正に使用し、補正データへの誤差の伝播を抑える。

校正用線源は回転線状線源、回転平板線源、リング線源などいろいろあるが、できるだけ散乱線を出さない構造にする。高計数率下における非線形性をさけるため低計数率の下で測定を行い、偶発同時計数の補正をした後にブランク

図3 スライス感度の例

補正用の空データとする。このような要請から、校正用線源はブランク補正用と吸収補正用の2種類を用意し、それぞれ個別に空データを収集する装置もある。

3・2 吸収補正

吸収体を貫く同時計数線上のどこに線源があるろうと、その同時計数確率は変わらない。このため被検体の外部に置かれた校正用線源を用いて透過データ $T_\theta(t)$ と空データ $B_\theta(t)$ が測定され吸収補正因子 $A_\theta(t)$ が次式より求められる。

$$A_\theta(t) = T_\theta(t) / B_\theta(t) \quad (9)$$

式(8)の右辺において $A_\theta(t)$ で除することが吸収補正に当たる。この補正演算は、 $A_\theta(t)$ の統計的変動により雑音の増強を引き起こす。たとえば直径20 cmの円筒形水ファントムによる一様線源の場合、投影データの中央における計数値は吸収補正後に約8倍となる。このため透過データの平滑化処理をして、できるだけ雑音の増強を抑える。ただし過度の平滑化は吸収の補正誤差を生じるので注意を要する。

頭部のように均一な吸収体のときは、輪郭を求めて計算により吸収補正因子 $A_\theta(t)$ を与える方法も有効である⁹⁾。吸収体の輪郭は補正なしの放射データもしくはその再構成画像を用いて得られるため、透過データをとる必要がないことも利点である。しかし、骨などがある不均一な吸収体のときは偽像を生じる。

透過データを測定し、かつ計算により吸収補正因子を与える折衷的な補正法もある。測定透過データから吸収係数画像を再構成し、いくつかの一様吸収体領域に分割して平均吸収係数をそれぞれの領域に割り付ける。この像を基にして吸収補正因子を計算する⁹⁾。これは測定による補正と計算による補正の長所を活かした補正法である。

吸収データの収集は放射データの収集前に行うのが従来の方であった。しかし、被検体に放射性薬剤を投与するときに被検体の位置ずれを起こすだけでなく、両データ収集の測定時間外にも長時間被検体を固定させておくことが問題であった。このため、マスクされた回転線源

を用いて両データを収集し、放射データに含まれる吸収データを測定後に分離する方法が考案され、吸収データを放射データの収集の後で測定するか、もしくは平行して同時に測定できるようになってきた^{10), 11)}。この改善により全測定時間が短縮し、被検者の疲労を軽減するだけでなく、測定中における被検体の位置ずれ防止に効果が期待できる。

3・3 偶発同時計数補正

同時計数を行うために検出器ごとに出力される時間信号は τ の幅をもち、他の検出器出力の時間信号と重なるときに同時計数信号を作る。このとき同時計数回路は 2τ の時間窓をもつことになる。同一の陽電子から派生した一対の消滅放射線でなくともこの時間窓の間に信号が偶然出くわすことがありうる。このような事象を偶発同時計数という。二つの検出器のそれぞれのシングルズ計数率を R_1, R_2 とすると、偶発同時計数率 R_c は次式で与えられる。

$$R_c = 2\tau R_1 R_2 \quad (10)$$

偶発同時計数は線源の位置情報をもたないため、再構成画像上に広い範囲で低周波の偽像を形成する。とくに吸収体の内部においては吸収補正の操作によりその成分が増強される。

偶発同時計数の補正法は三つある¹²⁾。一つは同時計数回路をもう一つ用意して、これに入力する二つの信号のうち一方だけを遅延回路に通して偶発同時計数を測定する方法である。遅延しない同時計数回路の出力をプロンプト同時計数、遅延する方を遅延同時計数という。測定終了後プロンプト同時計数から遅延同時計数を差し引くことにより偶発同時計数の補正ができる。また測定中に補正の実時間処理をすることも可能である。もう一つの補正法は各検出器のシングルズ計数率を測定し、上記の偶発同時計数率 R_c の計算式より偶発同時計数を割り出す方法である。3番目の補正法は、再構成画像の周辺の値を画像全域にわたり一定な偶発同時計数とみなし、画像より差し引く大雑把な方法である。この補正法は特別な回路を用意する必要がなく簡便ではあるが、定量性を損なうのが欠

点である。

3・4 散乱補正

511 keV の消滅放射線は生体内の通過中約7 cm ごとに半分が相互作用をする。そのほとんどはコンプトン散乱であり、前方に散乱される割合が高い。前方散乱線のエネルギーは511 keV よりわずかに小さくなるだけであり、非散乱線と区別されることなく同時計数に組み込まれる。図4は直径20 cm の水ファントムの中心に線状線源がある場合の投影データの例であり、15%程度の散乱成分がみられる。散乱同時計数は偶発同時計数と同様に、再構成画像上の広い範囲で低周波の偽像を形成する。吸収体の内部においては吸収補正の操作によりその成分が増強されるため、放射データに対して散乱同時計数や偶発同時計数の補正を行わないと、再構成画像に偽像を生じる^{(13), (14)} (図5)。図6は、直

図4 投影データにおける散乱同時計数の例

図5 散乱同時計数が再構成画像に及ぼす影響

図6 散乱補正をしない場合の再構成画像の例
種々の減弱係数値に対する吸収補正画像の中央断面におけるプロフィール

径20 cm の円筒形一様線源の投影データから、散乱補正をしないまま画像再構成をした例である。スライスシールド(セプタ)を除去した測定のため、散乱成分は約40%を占める。種々の減弱係数の値を用いて吸収補正した再構成画像の断面を比較すると、正しい減弱係数の値 $\mu = 0.095 \text{ cm}^{-1}$ では中央が盛り上がり、線源濃度の過大評価となる。低い減弱係数の値を用いれば見かけ上平坦となるが、一様でない線源分布に適用すると偽像を生じる。

第一の補正法は、偶発同時計数の補正を行った後においては、投影データにおける被検体周辺部が散乱同時計数のみを表すことを利用する。投影データ全域にわたり散乱同時計数が一定もしくは滑らかな分布になると仮定して、被検体周辺部の値を投影データより差し引く方法である。第二の補正法は、あらかじめファントムを用いて点線源や線状線源に関する散乱同時計数の効果を分析して、その情報をもとに散乱補正を行う方法である^{(14), (15)}。第一の補正法に比べれば補正精度の向上が期待できる。図4で示されたように、線状線源に対する散乱同時計数の分布は指数関数で近似できる。この分析結果に基づき、適当な指数関数のデコンボリューションを投影データに施す散乱補正法がよく利用される。第三の補正法として、エネルギー窓

を二つ設けて同時計数のエネルギー選別を行い、それらの計数データから散乱成分を求める方法も検討されている¹⁶⁾。いずれにしても、計測中に散乱同時計数を測定して実時間処理により補正を行う方法はなく、散乱補正は偶発同時計数の補正後に行われる。

4. その他の補正

以上述べた補正のほかに、計数損失補正や放射能減衰補正があり、装置の構成に依存する位置の補正や、検出器系の走査法に依存する計数値補正などにも必要に応じて行われる。

一般に放射線計測装置は不感時間による計数損失を引き起こす。PET の不感時間は同時計

数率と単純な関係にはなく、検出器のシングルズ計数率や同時計数回路の性能などにも複雑に関係している。図7は線源濃度と計測実効時間の割合を示す例であり、計数率が高くなるほど計数損失の効果が大きくなる。測定値から真の計数値を求めるには、そのときの計数率に応じた計数損失の補正が必要である。

真の同時計数率が同じでも大きい吸収体では散乱線が増し、不感時間は大きくなる傾向にある。また、真の同時計数率および散乱同時計数率と偶発同時計数率とは、線源濃度の依存特性が異なる(図8)。前者が線源濃度に比例するのに対して、後者は線源濃度の2乗に比例する¹⁷⁾。そのため偶発同時計数率の不感時間補正曲線をあらかじめ測定しておいて、測定中の偶発同時計数率の値から真の同時計数率に対する不感時間補正係数を与える方法が、計数損失の補正には有効である¹⁸⁾。

PET では短寿命の放射性核種を利用するので、線源強度は時間とともに減衰をする。その寿命に応じて放射能減衰の補正をすることが不可欠となる。体内注入した放射性核種の一部をサンプルしてその放射能測定をすることにより、各測定時点における組織中の血液体積等の絶対測定をするが、このときもサンプル測定との時間差について放射能減衰補正をする必要がある。

同時計数線が対向する二つの検出器正面のそれぞれの中央を結ぶ線と一致するのは両検出器の向きが 180° のときのみであり、一般には同時計数線の位置が中央の線よりずれる。位置補正を行わないと、投影データの軸収縮のため視野端の像が放射状に伸長する偽像を生じる。このため、線状線源を用いてあらかじめ線応答関数を求めておき、その重心を通る線を同時計数線として軸収縮に対する補正を行う場合がある。

再構成画像の解像力を向上するために、検出器系全体をゆする(ウォブリング)などの機械的走査をして、投影データの標本密度を増強することがよく行われている。このような検出器系の走査により、投影データ配列に計数値むらが生じる。したがって、測定計数値に対して走

図7 計測実効時間の割合に対する線源濃度依存性

図8 真の同時計数および散乱同時計数と偶発同時計数の線源濃度依存性

査法に依存しないデータ配列となるように補正をする必要がある。

5. 雑音等価計数

画像再構成演算の結果、画素値はたがいに独立ではない。再構成画像の各画素値は同時計数データが統計的に変動するため統計雑音を伴う。雑音の大きさは全計数値や線源の分布、被検体の大きさや形状、消滅放射線の吸収に依存し、再構成アルゴリズムや平滑化処理にも関係する。一様な線源分布をする円筒形ファントムの再構成画像は、雑音成分のみを調べると中心部ほど雑音が大きく、線源の存在しない周辺領域にも染み出している。中心における雑音 N を変動の標準偏差 rms で表すと、平均画素値 S との割合で表される信号対雑音比 S/N は次式で与えられる¹⁹⁾。

$$S/N = w_s^{3/2} N_T^{1/2} / (KD^{3/2}) \quad (11)$$

ここに w_s は平滑化を含めた再構成画像の点広がり関数の半値幅、 N_T は全計数値、 D は線源直径、 K は消滅放射線の吸収と線源直径に依存する定数である。

統計雑音を一定にして解像力を2倍にするには、 w_s を半分にしなければならないから全計数値 N_T を8倍にする必要がある。ただしスライスに垂直な方向に関する解像力は変わらないとした場合である。三次元的な解像力も2倍とするためにスライス幅を半分にすると、スライスの感度は1/4となる。したがって、測定時間を32倍にするなどの操作が必要である。画素ごとの計数値(画素値)で S/N を書き直すと次式を得る。

$$S/N = (\text{画素値})^{1/2} / (K(\text{全画素数})^{1/4}) \quad (12)$$

定数 K は線源直径 D の増加とともに大きくなるため、上式より D の増加に従い雑音は大きくなる。

以上の議論は、投影データに散乱同時計数や偶発同時計数が含まれていないと仮定した場合であるが、実際にはこれらの成分が真の同時計数に加算されて測定される。適当な補正法を用いて不要な成分を除去すると、画像の統計雑音

図9 真の同時計数と NEC の線源濃度依存性

は、散乱同時計数や偶発同時計数がない場合に比べて増加する。補正による統計雑音の増加を表す指標として、次式で定義される雑音等価計数(noise equivalent count : NEC)²⁰⁾を用いるのが便利である。

$$NEC = T^2 / (T + S + fR) \quad (13)$$

ここに、 T は真の同時計数、 S は散乱同時計数、 R は偶発同時計数である。 f は偶発同時計数の補正法により1から2の間の値をとる。NEC は補正後の画像の雑音が、見かけ上散乱同時計数や偶発同時計数がない場合に得られる画像の雑音と同じになるような真の同時計数の値である。したがって、総計数値のみ多くても NEC が低下すれば、画像そのものの画質が補正成分の雑音の影響により劣化する。図9は真の同時計数と NEC のそれぞれの計数率特性を示す例である。一般に、NEC は真の同時計数より低い線源濃度で計数率が低下し始める。

6. 三次元データ収集とボリュームイメージング

従来の PET は、原理的に X 線 CT の方法論を転用しており、三次元を二次元の積層とみなした二次元イメージングである。そのため、ポジトロン・イメージングの持つ潜在能力を犠牲にしてシステムが構成される場合が多く、そのシステムの上では装置の定量性を飛躍的に向上させるのが困難であった。とくに感度についての制限は致命的であり、体内から放出される消滅放射線の 99% 以上を無駄に逃していた。

図10 放射型イメージングにおける
三次元像と二次元投影データ

近年、PET の高解像力化に伴い高感度化に対する要求が強まっている。このため断面のイメージング(トモグラフィ)にその基礎を置く二次元 PET の手法を乗り越える試みとして、三次元 PET もしくはポジトロン・ボリュームイメージングと呼ぶべき方法が新たに開発されつつある。三次元 PET では、消滅放射線を三次元的に収集することにより、従来の二次元 PET に対して感度を 10 倍以上にすることが原理的に可能となる(図 10)。

6・1 三次元データ収集

二次元像再構成において成立する中央断面定理は三次元にも容易に拡張される。実空間内の任意の面上にある線源の総和が、原点を通る直線に沿って一次元フーリエ変換されたものは、三次元線源分布の三次元フーリエ変換に等しい²¹⁾。したがって、原理的には三次元データ収集による三次元像再構成は可能である。しかし、MRI(核磁気共鳴イメージング)²²⁾などと異なり PET のような放射型イメージングでは、そのままでは三次元像再構成に適用しにくい。

PET は被検体から放出する放射線の計数を投影データとする。この特徴を考慮した工夫が三次元像再構成法には必要である。このため、X線 CT のような透過型イメージングの枠を出て、放射型イメージングの基本から始める必要がある。Orlov は、種々の方向で測定された二次元投影面上のデータを用いて三次元像再構成を

(A) Orlov の条件を満たす例

(B) 一定の受容角をもつ再構成画像領域

図11 Orlov の条件を満たす二次元投影面の法線ベクトル分布と再構成画像領域の例

行う方法を検討した。その過程で再構成像がユニークに決まるための必要充分条件は、すべての二次元投影面の法線ベクトルが作る角度領域が、原点を中心とする単位球のあらゆる大円と交差することであることを示した²³⁾。これを三次元データ収集に関する Orlov の条件という。

Orlov の条件を満たすような二次元投影面の法線ベクトル分布領域の一例を図 11(A) に示した。これは単位球の中央断面からの角度が $\pm\theta_0$ の範囲で許容される帯状領域である。このような角度 θ_0 を受容角とよぶことにする。図 11(B) のように、再構成画像領域内のどの位置においても同一の受容角が保証される場合は、再構成画像空間の位置依存性がない。

6・2 三次元像再構成

図 11(B) のような比較的簡単な場合でも、放射型イメージングのための三次元像再構成には、二次元の単純な拡張では把握できない概念がいくつも含まれている。たとえば三次元 PET では冗長な測定投影データが得られるために、解析的な方法にのみ限定しても像再構成アルゴリズムは唯一ではなく^{24), 25)}、いくつもの可能なアルゴリズムが存在し得る²⁶⁾。これらのアルゴリズムは、現在のところ計算手順の違いによって四つに大別できる。一つは二次元投影データに二次元補正フィルタを乗じてから三次元像空間に逆投影する方法(FILBK)であり、もう一つは投影データを逆投影してこれに三次元補正フィルタを乗じる方法(BKFIL)である²⁷⁾。BKFIL

法では、フィルタ補正が簡単なので計算時間の上では有利である。FILBK 法はより広範囲なアルゴリズムを含む点に特徴がある。

BKFIL 法における三次元補正フィルタの一例が Colsher によって求められている²⁴⁾。次式に三次元周波数空間上で表される Colsher フィルタを示す。

$$H_{3c}(\nu) = \begin{cases} \frac{|\nu|}{\pi} & \text{if } |\Psi| < \theta_0 \\ \frac{|\nu|}{2} \cdot \frac{1}{\sin^{-1}(\sin \theta_0 / \sin \Psi)} & \text{if } |\Psi| \geq \theta_0 \end{cases} \quad (14)$$

ここに、 ν は三次元周波数ベクトル、 Ψ は対称軸である ν_z 軸と ν のなす角度である。

FILBK 法における二次元補正フィルタは、一般にフィルタ処理の対象としている二次元投影面の法線ベクトルが中央平面 (xy 面) となす角度 θ_i に依存する。その二次元投影面と同じ法線ベクトルをもち、原点を通る平面で三次元周波数空間内の三次元補正フィルタを切断すると、BKFIL 法と等価な FILBK 法の二次元補正フィルタが導かれる。Colsher フィルタの場合、対応する二次元補正フィルタは次式のように周波数平面で与えられる。

$$H_{2c}(\rho; \theta_i) = \begin{cases} \frac{|\rho|}{\pi} & \text{if } Q(\theta_\rho; \theta_i) < \sin \theta_0 \\ \frac{|\rho|}{2} \cdot \frac{1}{\sin^{-1}(\sin \theta_0 / Q(\theta_\rho; \theta_i))} & \text{if } \sin \theta_0 \leq Q(\theta_\rho; \theta_i) \end{cases} \quad (15)$$

ここに、 ρ は二次元周波数ベクトル、 θ_ρ は対称軸に垂直な ρ_x 軸と ρ のなす角度であり、 $Q(\theta_\rho; \theta_i)$ は次式で与えられる。

$$Q(\theta_\rho; \theta_i) = \sqrt{\cos^2 \theta_\rho + \sin^2 \theta_\rho \sin^2 \theta_i} \quad (16)$$

また、Ra らは次式で与えられる FILBK 法の二次元補正フィルタを導出した²⁵⁾。

$$H_{2R}(\rho; \theta_i) = \begin{cases} |\rho|(1 - \sin \theta_\rho \cos \beta) & \text{if } |\cos \theta_\rho| < |\sin \beta| \\ |\rho| \cos \theta_\rho \sin \beta & \text{if } |\sin \beta| \leq |\cos \theta_\rho| \end{cases} \quad (17)$$

三次元PET用像再構成法

図12 三次元 PET 用像再構成法の分類と手順の概略

ここに、 β は次式で与えられる角度である。

$$\cos \beta = \cos \theta_0 / \cos \theta_i \quad (18)$$

Colsher フィルタと異なり、Ra らの二次元補正フィルタについては、対応する BKFIL 法の三次元補正フィルタが存在しない。

一方、線積分投影データを面積分投影データに変換して、三次元面積分投影空間上で三次元フィルタ処理した後に三次元逆投影を行う方法 (radon transform: RT 法)²⁸⁾ もある。Fast RT 法は、フィルタ処理後のデータの変換操作によって RT 法における三次元逆投影を二次元逆投影で代用できるようになるため、演算時間の大幅な短縮が期待される²⁹⁾。図12にこれらの再構成法の手順の概略を示した。

6.3 実用的な三次元 PET 用像再構成法

現実の三次元 PET 装置では、被検体の導入路を確保するために 4π の全立体角を測定範囲とすることはできず、受容角は画像空間の位置に依存する。このような場合の三次元 PET 用像再構成アルゴリズムも提案されている^{28), 30)~34)}。欠損している測定投影データを、二次元像再構成法による再構成画像から計算で作成する方法や、フィルタの工夫により解決をはかる方法などがある。

三次元 PET では、投影データが膨大となる傾向にあり、画像再構成のための計算時間が従来のミニコンピュータでは長くかかり過ぎる。このため、同時計数回路の開発のみならず、超高速のスーパーコンピュータに匹敵するワーク

図13 二次元PET とセプタをはずした
三次元PET

ステーションが必要となる²⁷⁾。

図13のように、従来の多層型PET装置の検出器リング間に挿入されているセプタを除去し、上記のアルゴリズムを適用する試みも行われている³⁵⁾。いわば二次元と三次元の間際のPET装置とみなすことができ、感度が0.5%程度から3%程度に向上した³⁶⁾。セプタの除去により、真の同時計数のみならず散乱同時計数や偶発同時計数が増大する。計数率特性の向上のみならず、これらの補正を三次元的に考慮しなければならず、克服すべき難関は多い。しかし、高感度化の努力は着実に進められている。

これらのボリュームイメージングにおいても二次元PETと同様な各種補正が必要である。現在のところ、三次元投影データに対する各種の補正は、二次元PETの測定環境で必要な補正データを測定しておき、これらのデータを元にして三次元用の補正データを求める方法が実用的である^{37), 38)}。

7. おわりに

核医学イメージングにおいてPETは原理的に定量性のよいことが特徴である。しかし、現実にその特徴を活かすには、PETの測定原理や装置の特性を考慮した適切な補正が必要であり、測定対象が生身の体であることも充分配慮しなければならない。放射型イメージングを代表する三次元PETは独自の研究分野を開拓しつつあり、今後の成果および他分野への波及効果が大きい期待できる。

文 献

- 1) Shepp, L. A. and Logan, B. F.: *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-21**, 21-43 (1974)
- 2) Shepp, L. A. and Vardi, Y.: *IEEE Trans. Med. Imaging*, **MI-1**, 113-122 (1982)
- 3) Tanaka, E.: *ibid.*, **MI-6**, 98-105 (1987)
- 4) Daube-Witherspoon, M. E. and Muehllehner, G.: *ibid.*, **MI-5**, 61-66 (1986)
- 5) Murayama, H., Tanaka, E. and Nohara, N.: *Med. Imag. Tech.*, **7**, 315-333 (1989)
- 6) Jones, W. F., Byars, L. G. and Casey, M. E.: *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-35**, 620-624 (1988)
- 7) Huang, S. C., Hoffman, E. J., Phelps, M. E. and Kuhl, D. E.: *J. Comput. Assist. Tomogr.*, **3**, 804-814 (1979)
- 8) 野原功全: *Radioisotopes*, **34**, 185-193 (1985)
- 9) Huang, S. C., Carson, R. E., Phelps, M. E., Hoffman, E. J., Schelbert, H. R. and Kuhl, D. E.: *J. Nucl. Med.*, **22**, 627-637 (1981)
- 10) Daube-Witherspoon, M. E., Carson, R. E. and Green, M. V.: *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-35**, 757-761 (1988)
- 11) Thompson, C. J., Ranger, N. T. and Evans, A. C.: *ibid.*, **NS-36**, 1011-1016 (1989)
- 12) Hoffman, E. J., Huang, S. C., Phelps, M. E. and Kuhl, D. E.: *J. Comput. Assist. Tomogr.*, **5**, 391-400 (1981)
- 13) Bergstrom, M., Bohm, C., Ericson, K., Erikson, L. and Litton, J.: *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-27**, 435-444 (1980)
- 14) Bergstrom, M., Erikson, L., Bohm, C., Blomqvist, G. and Litton, J.: *J. Comput. Assist. Tomogr.*, **7**, 42-50 (1983)
- 15) Shao, L. and Krap, J. S.: *IEEE Trans. Med. Imag.*, **10**, 234-239 (1991)
- 16) Grootenck, S., Spinks, T. J., Jones, T., Michel, C. and Bol, A.: *IEEE Med. Imag. Conf. Record (Santa Fe, 1991)*, 1569-1573 (1992)
- 17) Derenzo, S. E., Zaklad, H. and Budinger, T. F.: *J. Nucl. Med.*, **16**, 1166-1173 (1975)
- 18) Yamamoto, S., Amano, M., Miura, S., Iida, H. and Kanno, I.: *ibid.*, **27**, 1925-1928 (1986)
- 19) Tanaka, E. and Murayama, H.: *IEEE Com-*

- puter Society, 82CH 1751-7, 158-164 (1982)
 - 20) Strother, S. C., Casey, M. E. and Hoffman, E. J.: *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-37**, 783-788 (1990)
 - 21) Natterer, F.: "The Mathematics of Computerizes Tomography", pp.9-30, John Wiley & Sons, New York (1989)
 - 22) Shepp, L. A.: *J. Comput. Assist. Tomogr.*, **4**, 94-107 (1980)
 - 23) Orlov, S. S.: *Sov. Phys. Crystallogr.*, **20**, 312-314 (1976)
 - 24) Colsher, J. G.: *Phys. Med. Biol.*, **25**, 103-115 (1980)
 - 25) Ra, J. B., Lim, C. B., Cho, Z. H., Hilal, S. K. and Correll, J.: *ibid.*, **27**, 37-50 (1982)
 - 26) Defrise, M., Townsend, D. W. and Clack, R.: *ibid.*, **34**, 573-587 (1989)
 - 27) Murayama, H. and Nohara, N.: Proceedings of the first international conference on supercomputing in nuclear applications (SNA '90), March 12-16, 1990, Mito, Japan" ed by JAERI, pp.404-409, Nucl. Energy Data Center (1990)
 - 28) Stazyk, M. W., Rogers, J. G. and Harrop, R.: *Phys. Med. Biol.*, **37**, 689-704 (1992)
 - 29) Stazyk, M. W. and Rogers, J. G.: *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-39**, 1153-1160 (1992)
 - 30) Cho, Z. H., Ra, J. B. and Hilal, S. K.: *IEEE Trans. Med. Imaging*, **MI-2**, 6-18 (1983)
 - 31) Rogers, J. G., Harrop, R. and Kinahan, P. E.: *IEEE Trans. Med. Imaging*, **MI-6**, 239-243 (1987)
 - 32) Defrise, M., Kuijk, S. and Deconinck, F.: *Phys. Med. Biol.*, **33**, 43-51 (1988)
 - 33) Defrise, M., Townsend, D. W. and Clack, R.: IEEE Med. Imag. Conf. Record (Santa Fe, 1991), 1919-1923 (1992)
 - 34) Tanaka, E., Mori, S., Shimizu, K., Yoshikawa, E., Yamashita, T. and Murayama, H.: *Phys. Med. Biol.*, **37**, 661-672 (1992)
 - 35) Townsend, D. W., Spinks, T., Jones, T., Geissbuhler, A., Defrise, M., Gilardi, M. C. and Heather, J.: *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, **NS-36**, 1056-1065 (1989)
 - 36) Bailey, D. L.: *Annals Nucl. Med.*, **6**, 123-130 (1992)
 - 37) Townsend, D. W., Geissbuhler, A., Defrise, M., Hoffman, E. J., Spinks, T. J., Bailey, D. L., Gilardi, M. C. and Jones, T.: *IEEE Med. Imag.*, **MI-10**, 505-512 (1991)
 - 38) Cherry, S. R., Dahlbom, M. and Hoffman, E. J.: *J. Comput. Assist. Tomogr.*, **15**, 655-668 (1991)
-