Option Valuation of Investment in Oil & Gas E & P Projects under Uncertainty of Recoverable Volume *

Hidetaka Nakaoka ^{a, †}

^a *Center for Priority Areas & Department of Business Administration,
Graduate School of Social Sciences, Tokyo Metropolitan University*

Abstract: This paper is intended to treat the reserve risks and tracking problems in oil & gas E&P projects in order to help business practitioners to apply real options approach to actual E&P projects. I will firstly verify the effect of the reserve risks, by introducing a stochastic model for the recoverable volume of the oil and gas reserves in the producing fields. Then, I will introduce “Futures Term Structure Asset Valuation Model” to value the underlying asset of the project. The empirical results clearly indicate that the reserve risks can give significant impacts on the valuation of the rights to explore and exploit the oil and gas fields.

Keywords: Real options; incomplete market; project valuation; futures price; volatility term structure; oil and gas

*Received: November 30, 2006; Accepted: June 10, 2008.

†Corresponding author. Address: 1-1 Minami-Osawa, Hachioji, Tokyo 192-0397, Japan; Phone: +81-42-677-3137;
E-mail: nakaoka@tmu.ac.jp

原油・ガス E&P 事業の埋蔵量リスクとオプション評価

中岡 英隆 ^a

^a 首都大学東京

戦略研究センター (兼) 大学院社会科学研究科経営学専攻

1 はじめに

原油・ガス探鉱・開発 (Exploration & Production; E&P) 事業は、典型的なリアル・オプション・アプローチの題材として優れた先行研究がなされて来たが、実務への応用に関しては、非完備市場における原資産価値の測定問題というハードルが大きく立ち障っている。また、モデリングに関してもより実際のビジネスに即したモデル構築が求められており、特に原油開発においては「埋蔵量リスク」というものが重大な問題であるにも拘らず十分なモデル化がなされて来なかった。原油・ガス E&P 事業においては、地下数千メートルに偏在する地下資源を掘り当て、掘り出す事業である為、探鉱フェーズは勿論のこと、開発・生産フェーズにおいても地質構造や温度・圧力などの状態により可採埋蔵量には常に不確実性が伴う。これを業界では一般に「埋蔵量リスク」と称しており、この埋蔵量リスクは、事業評価上は勿論のこと、会計上も国際石油スーパーメジャーの大きな経営問題となるなど、資源開発にとって重要な課題となっている。本研究においては、これらの課題克服を目指して、まず先行研究を踏まえて原油・ガス E&P 事業価値評価の理論的なレビューを行い、新たに開発移行後の埋蔵量リスクを導入したモデルへの拡張を図る。そして、市場価格の変動のみならず埋蔵量の不確実性も織り込んだ場合の開発オプション価値と探鉱権益価値への影響を理論的及び実証的に明らかにして、

E&P 事業におけるより現実的な経営の意思決定を行う為のリアル・オプション・アプローチの方法を提示したい。

このような研究の目的を背景として、まず第 2 章において原油・ガス E&P 事業を対象にしたリアル・オプション先行研究の文献サーベイを行い、これまでのこの分野における研究の理論的なフレームワークのレビューを行うとともに、その中で埋蔵量リスクが先行研究でどのように取り扱われて来たかに注目してレビューを行う。

第 3 章では、原油・ガス E&P 事業において新たに開発後の埋蔵量リスクを導入したモデルの定式化を行うと共に、探鉱・開発・生産の全てのフェーズにおける事業価値の考察を行う。また、事業の財務条件よりネット・キャッシュフローの関数形を導き、このネット・キャッシュフロー関数から、事業の単位数量当りの価値が従う確定的時変係数のディフュージョン過程が導出されることを示す。

第 4 章では、中岡 [2006a,c] に基づき、まず先物価格の期間構造モデルにより事業の原資産価値を推定する「先物期間構造事業評価モデル」を提示する。そして、この「先物期間構造事業評価モデル」を用いて、実際の先物価格の市場データから仮想的な原油・ガス E&P 事業の原資産価値の時系列を導出した上で、埋蔵量リスクが事業の開発オプション及び探鉱権益価値に対してどのようなインパクトを与えるかにつき実証的に分析を行う。

最後に、第 5 章にて本研究の結論をまとめて報告する。

2 原油・ガス E&P 事業の価値評価

原油・ガス E&P 事業は、地質・物理探鉱・油層工学・石油工学などの技術分野から契約、更には財務分野にまで亘る不確実性の制御技術の集約とも言える事業である。この為、典型的なリアル・オプション・アプローチの題材として多くの文献に取り上げられて来た。この分野におけるパイオニア的な先行研究としては、Paddock, Siegel and Smith (1988)が挙げられる。この論文は、米国の洋上油田のリース契約におけるオプション価値のプライシングを、原資産である地下に埋蔵されている原油・ガスの価値（英語では“Value of Reserves”と呼称され、日

本の業界では原油・ガスの「埋蔵量価値」と通称されているので、本論文においても以後「埋蔵量価値」のように簡略化して呼ぶこととする)の市場均衡モデルにより導出したリアル・オプション・アプローチの基本となる優れた研究である。探鉱フェーズにおける埋蔵量リスクの定式化から最終の生産フェーズにおける原資産価値の確率モデルの定式化に至るまで包括的な分析を行い、それらを踏まえた上でオプション価値のプライシングを行っている。ただ、Paddock, Siegel and Smith (1988)では、探鉱により開発移行後の埋蔵量リスクが解消されるものとしている。また、原油埋蔵量価値についても単純に原油価格の約3分の1の価格であるとみなし、ボラティリティは米国の輸入原油価格のボラティリティで代替している。従って、実務家が個別の対象鉱区に即した原資産価値推定を行えるような普遍的なアプローチを提示するまでに至っていない。

Brennan and Schwartz (1985)は、資源開発事業全般を対象に、コモディティのスポット価格過程に物理的な在庫量に反比例するコンビニエンス・イールドを導入して、コモディティの現物をロングし、先物をショートすることによる無リスク・ポートフォリオを作って、資源開発事業の原資産価値の定式化を行っている。但し、先物価格に関しては、コンビニエンス・イールドが定数である場合を示しているのみで、所謂 Samuelson hypothesis と呼ばれるボラティリティの maturity effect を記述できるようなモデルとはなっていない。また、生産コストや法人税、閉鉱・再開コストなどを織り込んでプロジェクトの営業キャッシュフローを記述し、プロジェクトのオプション価値をも織り込んだ鉱区の価値の定式化を行っているが、モデルが複雑すぎて解析的な分析が難しい結果を示すに止まっている。更に、埋蔵量については一貫して確定的な関数として扱っている。

Bjerksund and Ekern (1990)は、原油開発事業を対象に、原資産価値の不確実性の源泉として、生産物である原油の価格過程に注目して、先物価格を用いた市場均衡モデルにより事業の価値を導出しているが、先物価格の導出に際しては、コンビニエンス・イールドを定数としたモデルを用い、先物価格とスポット価格のボラティリティを同一とみなしてモデル化している。更に、開発後の事業価値にフォーカスしている為、埋蔵量リスクについては探鉱フェーズも含めて殆ど言及していない。

Dixit and Pindyck (1994)は、海上油田への投資のリアル・オプション評価につき論じているが、基本的に Paddock, Siegel and Smith (1988)を踏襲したものに、原油価格が平均回帰過程に従う場合のモデルを付加したものである。

Smit (1997)は、オランダ領大陸棚の北海油田オフショア鉦区における油田開発に対する不確実性下の投資事業の評価をリアル・オプション・アプローチにより行っている。リアル・オプション・アプローチは、BP やシェル、アモコ・オランダなどのリーディング・カンパニーにおいて、パイロット的な内部研究として適用されて来たが、この論文では、それを更に普及させる為に、実務家にとって実際にオプション評価を実行する為の包括的な手法を提示することをひとつの目標としている。そして、まずオランダ領大陸棚のオフショア鉦区における探鉦・開発・生産各フェーズに内在する複合的なオプション構造と財務条件につき精査した上で、生産中の鉦区を Brent 原油の先物価格を用いて複製を行うことを目指している。しかしながら、実際には 6 ヶ月超の満期を持つ Brent 原油の先物取引が存在しないとして、原油先物価格が金利、貯蔵コスト、コンビニエンス・イールドにより決定される価格モデルを用いて長期の先物価格の予測を試みている。その結果、ヒストリカル・データから推定したコンビニエンス・イールドの不安定さを指摘しつつも、結局は平均値を取って定数としたモデルを用いて Brent 先物価格を予測している。従って、ボラティリティについても、スポット価格のボラティリティを以って全ての満期の先物価格のボラティリティの推定値として代替させ、感度分析によりその推定誤差を補完する方法を取っている。また、埋蔵量についても、探鉦段階において一旦試掘および評価井の掘削を行えばその不確実性が解消されるとしており、開発後の埋蔵量リスクには全く言及していない。

以上の文献サーベイの結果を総括すると、表 1 の通りである。原油・ガス E&P プロジェクトの事業価値評価に関しては、Paddock, Siegel and Smith (1988)を中心として幾つもの優れたリアル・オプション・アプローチによる先行研究がなされて来たが、埋蔵量リスクについては、3 論文が探鉦フェーズに関して言及し、特に Paddock, Siegel and Smith (1988)が探鉦フェーズにおける埋蔵量リスクの分析を行っているものの、開発移行後の埋蔵量リスクについてはどの先行研究も全く検討を加えていない。

表 1 主要論文の研究分野カバレッジ

研究者名	埋蔵量リスク	
	探鉱フェーズ	開発・生産フェーズ
Brennan and Schwartz (1985)	×	×
Paddock, Siegel and Smith (1988)	○	×
Bjerksund and Ekern (1990)	×	×
Dixit and Pindyck (1994)	○	×
Smit (1997)	○	×
本研究	○	○

これらのサーベイ結果を踏まえて、本章では、開発移行後の埋蔵量リスクを新たに織り込んだ原資産価値の確率モデルの定式化を行う為の準備として、基本的に Paddock, Siegel and Smith (1988)をベースとして、原油・ガス E&P 事業評価の理論的フレームワークのレビューを行うこととする。

2.1 探鉱フェーズにおける鉱区の評価

原油・ガス E&P 事業者は、産油国政府などとの間に締結した鉱区探鉱・開発契約（リース契約）に基づいて、探鉱、開発、生産と言う3段階のフェーズを経て原油・ガスを獲得する。探鉱フェーズでは、産油国側から提供されるプレリミナリーな地質データを基に、探鉱・開発契約に定められた最低義務作業量（最低限掘削しなければならない探鉱井の本数、あるいは最低限支出しなければならない探鉱コスト）に従って、地震探鉱や探鉱井の掘削を行い、原油・ガスの存在の有無を調査する。そして原油・ガスが存在する場合は、その地質構造の詳細情報を獲得し、可採埋蔵量の評価を行うと同時に、開発コストの推定を行う。この結果が有望であれば、次に開発フェーズへと進み、プラットフォームの建設や生産井の掘削を行って、未開発可採埋蔵量を開発され生産可能な可採埋蔵量へと転換する。産油国側は探鉱・開発契約を付与する際に開発期限を設け、E&P 事業者は、この期限内に限って探鉱から開発フェーズへと進むオプションを保有し、このオプションを行使した時に限り、生産フェーズへと進む事になる。従い、原油探鉱・開発契約のバリュエーションは、この多段階プロセスのキャッシュフローの

評価を如何に行うかと言う事になる。

鉱区の探鉱権益の価値は、探鉱の結果得られる未開発原油・ガス可採埋蔵量の価値の期待値として表され、最低義務作業量を下回らない探鉱コストの期待値 E^* を支払って取得する。現在を時点 t として、未開発可採埋蔵量の単位数量当り現在価値を $X_t(V_t)$ とすると、Paddock, Siegel and Smith (1988) では、鉱区全体の探鉱権益の価値 $X_t^*(V_t)$ は、

$$X_t^*(V_t) = \int Q X_t(V_t) dP(Q) \quad (2-1)$$

と定式化しており、 $E^* < X_t^*(V_t)$ であれば探鉱権益を取得することになる。但し、 Q はプレリミナリーな情報に基づいた鉱区全体の当初推定未開発可採埋蔵量、 $P(Q)$ は当初推定未開発可採埋蔵量賦存確率の確率分布関数、 V_t は開発された原油・ガス可採埋蔵量の単位数量当り現在価値である。

この数量に関するリスクは、地質学上の技術的な非システムティック・リスクであり、Paddock, Siegel and Smith (1988) によれば、探鉱フェーズにおいては、鉱区がドライである確率がスパイク状に存在し、埋蔵量がゼロでない場合の可採埋蔵量 Q の分布が条件付確率として表される混合対数正規分布として仮定されている。

2.2 開発フェーズにおける鉱区の評価

探鉱フェーズにおいて商業生産可能な原油・ガス可採埋蔵量が発見されると、Front End Engineering Design (FEED) を実施して詳細な開発計画を策定し、開発フェーズに進むか否かの意思決定を行う。この意思決定に際して、E&P 事業者は開発コストを支払って開発され生産可能となった原油・ガス可採埋蔵量を受け取るアメリカン・コール・オプションを保有することになり、この単位数量当りのオプション価値 $X_t(V_t)$ について、Paddock, Siegel and Smith (1988) では、Constantinides (1978) における均衡分析の方法を用いて、次式のように記述している。

$$\frac{\partial X_t}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 X_t}{\partial V_t^2} \sigma_V^2 V_t^2 + (r - \theta_t) \frac{\partial X_t}{\partial V_t} - rX_t = 0 \quad (2-2)$$

但し、 V_t は開発された原油・ガス可採埋蔵量の単位数量当り現在価値、 σ_V は V_t の収益率の単位時間当たり標準偏差、 θ_t は生産中の開発可採埋蔵量のペイアウト・レートである。

この境界条件は、単位数量当り開発コストの現在価値 D をアメリカン・コール・オプションの行使価格とすると、停止時刻 τ において $C_t = V_t / D$ が初めてある一定の閾値 $C_\tau^* = V_\tau^* / D$ を下からヒットした時、

$$X_\tau(V_\tau^*) = V_\tau^* - D \quad (2-3)$$

と書ける。又、オプションの満期を T とすると、他の境界条件は以下の通りである。

$$X_t(0) = 0, \quad (2-4)$$

$$X_T(V_T) = (V_T - D)_+. \quad (2-5)$$

2.3 生産フェーズにおける埋蔵量価値評価

E&P 事業者が一旦開発オプションを行使すると、開発され生産可能となった原油・ガス可採埋蔵量を保有し、これを生産するオプションを保有する事になるが、市場の均衡状態においては、この開発原油・ガス可採埋蔵量を保有する事から得られる期待ペイオフは、事業者の他の投資への機会コストを満たさなければならない。Paddock, Siegel and Smith (1988) では、これを市場均衡モデルとして以下のように定式化している。

開発可採埋蔵量を B_t 、開発可採埋蔵量の単位数量当りの価値を V_t 、開発可採埋蔵量を保有する事から得られる単位時間当りのネット・ペイオフを R_t とし、E&P 事業者の収益率がディフュージョン過程に従うと仮定すると、以下のように書くことができる。

$$\frac{R_t dt}{B_t V_t} = \alpha_V^* dt + \sigma_V dz_V. \quad (2-6)$$

但し、 α_V^* は鉱区事業者の期待収益率、 σ_V は単位時間当り収益率の標準偏差、 dz_V は標準ブラウン運動増分である。

開発可採埋蔵量は、原油の生産量が自然対数に比例して減衰するものとして、以下のように確定的な関数として定式化している。

$$dB_t = -\gamma B_t dt. \quad (2-7)$$

従って、Paddock, Siegel and Smith (1988)では、生産フェーズにおける埋蔵量リスクは想定していない。

ネット・ペイオフ R_t は、原油生産から得られる利益と残存埋蔵量のキャピタルゲインの和であるので、(2-7) より、微小時間 dt の間のネット・ペイオフは次式のように書ける。

$$R_t dt = \{\gamma B_t P_t dt\} + \{(B_t - \gamma B_t dt)(V_t + dV_t) - B_t V_t\} \quad (2-8)$$

但し、 P_t は原油販売から得られる単位数量当り税後営業利益である。

(2-8) を (2-6) に代入して整理すると、次式が得られる。

$$\frac{dV_t}{V_t} = \alpha_V dt + \sigma_V dz_V. \quad (2-9)$$

$$\text{但し、} \quad \alpha_V = \alpha_V^* - \theta_t, \quad \theta_t = \frac{\gamma P_t}{V_t} - \gamma. \quad (2-10)$$

α_V は開発可採埋蔵量価値の期待収益率、 θ_t は生産中の開発可採埋蔵量価値のペイアウト・レートであるが、Paddock, Siegel and Smith (1988)では、 V_t が原油スポット価格の三分の一であるとの仮定を置き、 P_t が近似的に $P_t = cV_t$ (c は定数) のように書けるとしている為、 θ_t は定数となる。

3 埋蔵量リスクを織り込んだ原油・ガス E&P 事業の評価

本章では、原油・ガス E&P 事業において新たに開発後の埋蔵量リスクを導入したモデルの定式化を行い、探鉱・開発・生産の全てのフェーズにおける事業価値の考察を行う。ここでは、まず生産フェーズにおける単位数量当りの可採埋蔵量の価値が確定的時変係数のディフュージョン過程に従うと仮定して議論を進める。その上で、本研究における新しいモデルとして、生産フェーズにおける地下の残存可採埋蔵量の原油・ガスの量そのものを確率変数として捉え、埋蔵量が幾何ブラウン運動に従うものと仮定することにより、埋蔵量リスクを明示的にモデル化する。また、事業の財務条件よりネット・キャッシュフローの関数形が特定できることを示し、このネット・キャッシュフロー関数から、事業の単位数量当りの価値が従う確定的時変係数のディフュージョン過程が導出されることを示す。本章を通じて、無リスク金利は一定であると仮定する。

3.1 生産フェーズにおける埋蔵量リスクを考慮した鉱区の価値

第2章にて述べた通り、Paddock, Siegel and Smith (1988)では生産フェーズにおける開発可採埋蔵量の数量 B_t を確定的な変数として取り扱い、 B_t が (2-7) 式の通り

$$dB_t = -\gamma B_t dt \quad (2-7)$$

という方程式に従うと仮定して、開発された可採埋蔵量の単位数量当りの価値 V_t の従う確率微分方程式を導出している。しかしながら、原油・ガス E&P 事業は地下数千メートルに偏在する地下資源を掘り当て、掘り出す事業である為、探鉱段階は勿論のこと、開発・生産フェーズにおいても地質構造や温度・圧力などの状態により可採埋蔵量には常に不確実性が伴う。

従って、本章では Paddock, Siegel and Smith (1988)のモデルを拡張して、(2-7) 式に地下の残存可採埋蔵量の確率的変動による拡散項を加え、開発された可採埋蔵量の残存数量 B_t が幾何ブラウン運動

$$\frac{dB_t}{B_t} = -\gamma dt + \sigma_B dz_{B,t} \quad (3-1)$$

に従うものと仮定することにより、埋蔵量リスクを明示的にモデル化する。 γ ($\gamma > 0$)、 σ_B は定数、 $dz_{B,t}$ は標準ブラウン運動の増分である。

また、単位数量当りの開発可採埋蔵量価値 V_t は、本章の仮定に基づき次式の確率微分方程式に従うものとする。

$$\frac{dV_t}{V_t} = \alpha_V dt + \sigma_V dz_{V,t}. \quad (3-2)$$

但し、 α_V 、 σ_V は確定的係数、 $dz_{V,t}$ は標準ブラウン運動の増分であり、

$$dz_{V,t} \cdot dz_{B,t} = 0 \quad (3-3)$$

という関係を満たすものとする。

生産フェーズにおける鉱区全体の開発可採埋蔵量の価値を U_t と置くと、 $U_t = B_t V_t$ と表すことができるので、伊藤の公式と (3-1) 式～ (3-3) 式により

$$\frac{dU_t}{U_t} = (\alpha_V - \gamma) dt + \sigma_V dz_{V,t} + \sigma_B dz_{B,t} \quad (3-4)$$

という関係式が導かれる。ここで、互いに独立な標準ブラウン運動の増分 $dz_{V,t}$ 、 $dz_{B,t}$ を

$$\sigma_U dz_{U,t} = \sigma_V dz_{V,t} + \sigma_B dz_{B,t} \quad (3-5)$$

という変換により、相関のある標準ブラウン運動の増分 $dz_{U,t}$ 、 $dz_{B,t}$ に変換すると、埋蔵量リスクを考慮した鉱区全体の可採埋蔵量価値 U_t と可採埋蔵量 B_t は次式のディフュージョン過程に従うことが導かれる。

$$\frac{dU_t}{U_t} = (\alpha_V - \gamma) dt + \sigma_U dz_{U,t}, \quad (3-6)$$

$$\frac{dB_t}{B_t} = -\gamma dt + \sigma_B dz_{B,t}. \quad (3-7)$$

$$\text{但し, } \sigma_U^2 = \sigma_V^2 + \sigma_B^2, \quad \rho = \frac{\sigma_B}{\sqrt{\sigma_V^2 + \sigma_B^2}}, \quad dz_{U,t} \cdot dz_{B,t} = \rho dt, \quad (3-8)$$

という関係が成り立つものとする。

3.2 開発フェーズにおける開発オプション価値

E&P 事業者は、開発フェーズにおいて実際に開発に進むか否かの意思決定を行うが、この意思決定に際して、事業者は開発コストを支払って開発され生産可能となった原油・ガス可採埋蔵量を受け取るアメリカン・コール・オプション（あるいはコンパウンド・オプション）を保有することとなる。鉱区全体の開発オプション価値、即ち未開発可採埋蔵量の価値 Y_t は、鉱区全体の開発可採埋蔵量の価値 U_t が複製可能であると仮定すると、以下のような複製を行うことにより求めることができる。まず、 U_t を原資産とした鉱区全体の開発オプション価値 $Y_t(U)$ は、伊藤の公式及び 3.1 節の U_t の確率微分方程式 (3-6) 式により次式のように書ける。

$$dY_t = \frac{\partial Y_t}{\partial t} dt + \frac{\partial Y_t}{\partial U_t} dU_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y_t}{\partial U_t^2} \sigma_U^2 U_t^2 dt. \quad (3-9)$$

ここで、 Y_t を 1 枚ロングし、 U_t を $\frac{\partial Y_t}{\partial U_t}$ 枚ショートしたポートフォリオ Φ_t を考えると、(3-6)

式に示される通り、生産中の鉱区の保有者に原油生産による収入の対価として dt 時間の間に U_t 1 枚当たり $\gamma U_t dt$ の配当を支払う必要があるので、次式の関係が成立する。

$$d\Phi_t = dY_t - \frac{\partial Y_t}{\partial U_t} dU_t - \gamma U_t \frac{\partial Y_t}{\partial U_t} dt. \quad (3-10)$$

この式に (3-9) 式を代入すると、

$$d\Phi_t = \frac{\partial Y_t}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y_t}{\partial U_t^2} \sigma_U^2 U_t^2 dt - \gamma U_t \frac{\partial Y_t}{\partial U_t} dt \quad (3-11)$$

という関係式が得られる。これより、ポートフォリオ Φ_t はリスク・フリーであることがわかり、仮定により無リスク金利 r が一定であるので、次式のように書くことができる。

$$d\Phi_t = r\Phi_t dt = r(Y_t - \frac{\partial Y_t}{\partial U_t} U_t) dt. \quad (3-12)$$

(3-11) 式と (3-12) 式より、 Y_t の満たすべき偏微分方程式が次式の通り導かれる。

$$\frac{\partial Y_t}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y_t}{\partial U_t^2} \sigma_U^2 U_t^2 + (r - \gamma) U_t \frac{\partial Y_t}{\partial U_t} - rY_t = 0 \quad (3-13)$$

以上にて鉱区全体の開発オプション価値の偏微分方程式が導出されたが、この開発オプション価値は有限満期のアメリカン・コール・オプションとして定式化されるので、満期を T 、鉱区全体の開発費を D^* 、早期行使境界を $b(t)$ とすると、境界条件は

$$Y_t(b(t)) = b(t) - D^* \quad (3-14)$$

$$\frac{\partial Y_t(b(t))}{\partial U_t} = 1 \quad (3-15)$$

$$Y_t(0) = 0, \quad Y_t(U_T) = (U_T - D^*)_+ \quad (3-16)$$

で与えられる。

3.3 探鉱フェーズにおける探鉱権益価値

第2章にて述べたように、探鉱フェーズでは、実際に探鉱作業に入る前に、まず産油国側から提供されるプレリミナリーな地質データに基づいて鉱区全体の当初推定未開発可採埋蔵量 Q の確率分布関数 $P(Q)$ を推定する。そして、探鉱・開発契約に定められた最低義務作業量に

従って、地震探鉱や探鉱井の掘削を行い、原油・ガスの存在の有無を調査する。原油・ガスが存在する場合は、その地質構造の詳細情報を獲得し、可採埋蔵量の評価を行うと同時に、開発コストの推定を行う。こうして確認された可採埋蔵量が (3-1) 式において定義された開発可採埋蔵量 B_t の初期値に該当することになるので、探鉱フェーズにおいて探鉱作業前の探鉱権益価値を推定する際には、鉱区全体の開発可採埋蔵量の価値 U_s ($s < t$) は Q に依存することになる。そして、この結果が有望であれば、次に開発フェーズへと進み、プラットフォームの建設や生産井の掘削を行って、未開発可採埋蔵量を開発可採埋蔵量へと転換することになる。

従って、E&P 事業者が探鉱コストの期待値 E^* を支払って取得する鉱区の探鉱権益の価値は、探鉱の結果得られる未開発原油・ガス可採埋蔵量の価値の期待値として表されるので、現在を時点 s ($s < t$) として、鉱区全体の未開発可採埋蔵量の現在価値を $Y_s(U_s(Q))$ とすると、鉱区全体の探鉱権益の価値 Y_s^* は、

$$Y_s^* = \int Y_s(U_s(Q)) dP(Q) \quad (3-17)$$

のように書くことができる。そして、最低義務作業量を下回らない探鉱コストの期待値 E^* が $E^* < Y_s^*$ であれば探鉱権益を取得する。但し、 Q はプレリミナリーな情報に基づいた鉱区全体の当初推定未開発可採埋蔵量、 $P(Q)$ は当初推定未開発可採埋蔵量賦存確率の確率分布関数、 $U_s(Q)$ は探鉱後確認された可採埋蔵量が Q である場合の鉱区全体の開発原油・ガス可採埋蔵量の現在価値、そして行使価格は鉱区全体の開発コストの現在価値 $D^*(Q)$ である。

この数量に関する確率分布は、地質学上の技術的な非システムティック・リスクであり、探鉱フェーズにおいては、埋蔵量がゼロである確率を $p(0)$ 、埋蔵量がゼロでない場合の可採埋蔵量 Q の条件付確率密度関数を $f_E(Q)$ とすると、次式のように表される。

$$dP(Q) = (1 - p(0)) f_E(Q) dQ \quad (Q \neq 0). \quad (3-18)$$

3.4 原油価格と原資産価値との関係についての考察

原油スポット価格を S_u ，生産フェーズの開発可採埋蔵量を B_u とし，リスク調整済み割引率を ρ_V とすると，単位数量当たりの開発可採埋蔵量価値 V_t は，単位時間当り瞬間ネット・キャッシュフロー $\hat{f}_u(S_u, B_u)$ による事業の条件付期待値として次式のように書ける．

$$V_t = \frac{1}{B_t} E \left[\int_t^T e^{-\rho_V(u-t)} \hat{f}_u(S_u, B_u) du \middle| S_t, B_t \right] \quad (3-19)$$

本節では，原油スポット価格 S_t が確率微分方程式

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_{S,t} S_t dz_{S,t} . \quad (3-20)$$

に従うものとする． μ_t ， $\sigma_{S,t}$ は確定的時変係数， $dz_{S,t}$ は標準ブラウン運動の増分である．

また， B_t は (3-1) 式と同様，次式の確率微分方程式に従うものとする．

$$\frac{dB_t}{B_t} = -\gamma dt + \sigma_B dz_{B,t} , \quad (3-21)$$

$$dz_{S,t} \cdot dz_{B,t} = 0 . \quad (3-22)$$

但し， γ ($\gamma > 0$)， σ_B は定数， $dz_{B,t}$ は標準ブラウン運動の増分である．

ところで，原油販売から得られる単位数量当り瞬間的ネット・キャッシュフロー (税後) を φ_t とし，売り上げに対する変動費率を ξ_t ，減価償却費率を η_t ，法人税率を χ とすると， φ_t は次式のように書くことができる．

$$\varphi_t = \{(1 - \chi)(1 - \xi_t) + \chi \eta_t\} S_t . \quad (3-23)$$

従って， $\hat{a}_t = (1 - \chi)(1 - \xi_t) + \chi \eta_t$ とおくと ($\hat{a}_t$ は確定的な係数)， $\hat{f}_t$ は

$$\hat{f}_t(S_t, B_t) = \hat{a}_t S_t \gamma B_t \quad (3-24)$$

と書くことができる.

S_t と B_t は独立な確率過程であり, (3-20) 式, (3-21) 式より, S_u および B_u は

$$S_u = S_t \exp \left\{ \int_t^u \hat{\mu}_{S,s} ds + \int_t^u \sigma_{S,s} dz_{S,s} \right\} \quad (3-25)$$

$$B_u = B_t \exp \left\{ \hat{\mu}_B(u-t) + \sigma_B(z_{B,u} - z_{B,t}) \right\} \quad (3-26)$$

と表される ($t < u$). 但し, $\hat{\mu}_{S,s} = \mu_s - \frac{1}{2} \sigma_{S,s}^2$, $\hat{\mu}_B = -\gamma - \frac{1}{2} \sigma_B^2$ とおいた. また, S_u および B_u の条件付期待値は, そのマルコフ性により $E[S_u|S_t]$, $E[B_u|B_t]$, $E[S_u B_u|S_t, B_t]$ のように表すことができる.

(3-19) 式の右辺は項別積分が可能であり, (3-25) 式と (3-26) 式を代入すると, V_t は次式のように S_t の関数として表される.

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{1}{B_t} \int_t^T e^{-\rho_V(u-t)} \hat{a}_u \gamma E[S_u B_u | S_t, B_t] du \\ &= \frac{1}{B_t} \int_t^T e^{-\rho_V(u-t)} \hat{a}_u \gamma S_t B_t E \left[\exp \left\{ \int_t^u \hat{\mu}_{S,s} ds + \int_t^u \sigma_{S,s} dz_{S,s} \right\} \right. \\ &\quad \times \exp \left\{ \hat{\mu}_B(u-t) + \sigma_B(z_{B,u} - z_{B,t}) \right\} \Big| z_{S,t}, z_{B,t} \Big] du \\ &= \frac{1}{B_t} \int_t^T e^{-\rho_V(u-t)} \hat{a}_u \gamma S_t B_t \exp \left\{ \int_t^u \mu_s ds \right\} e^{-\gamma(u-t)} du \\ &= \gamma S_t e^{(\rho_V + \gamma)t} \int_t^T \hat{a}_u e^{-(\rho_V + \gamma)u} \exp \left\{ \int_t^u \mu_s ds \right\} du \\ &= \gamma e^{(\rho_V + \gamma)t} H_{t,T} S_t \end{aligned} \quad (3-27)$$

$$\text{但し,} \quad H_{t,T} = \int_t^T \hat{a}_u e^{-(\rho_V + \gamma)u} \exp \left\{ \int_t^u \mu_s ds \right\} du. \quad (3-28)$$

猶, (3-27) 式の変換に際しては, 標準ブラウン運動 $z_{S,u}$, $z_{B,u}$ の増分と $z_{S,t}$, $z_{B,t}$ とが独立であることを用いた.

(3-27) 式に伊藤の公式を用いると,

$$\begin{aligned} dV_t &= \gamma \left((\rho_V + \gamma) e^{(\rho_V + \gamma)t} H_{t,T} + e^{(\rho_V + \gamma)t} \frac{\partial H_{t,T}}{\partial t} \right) S_t dt + \gamma e^{(\rho_V + \gamma)t} H_{t,T} dS_t \\ &= \left(\rho_V + \gamma - \frac{\hat{a}_t}{H_{t,T}} e^{-(\rho_V + \gamma)t} \right) V_t dt + \sigma_{S,t} V_t dz_{S,t} \\ \therefore \quad \frac{\partial H_{t,T}}{\partial t} &= -\mu_t H_{t,T} - \hat{a}_t e^{-(\rho_V + \gamma)t} \end{aligned} \quad (3-29)$$

という確率微分方程式が得られる. ここで,

$$\alpha_V = \rho_V + \gamma - \frac{\hat{a}_t}{H_{t,T}} e^{-(\rho_V + \gamma)t}, \quad \sigma_V = \sigma_{S,t}, \quad dz_{V,t} = dz_{S,t} \quad (3-30)$$

と書き換えてやると, 開発可採埋蔵量の単位数量当りの価値 V_t の従う確率微分方程式は

$$\frac{dV_t}{V_t} = \alpha_V dt + \sigma_V dz_{V,t} \quad (3-31)$$

という形で記述できることがわかる.

4 先物期間構造事業評価モデルによる実証分析

本章では, 原資産価値とボラティリティの推定に関する新しいソリューションとして, 中岡 [2006a,c] に従って「先物期間構造事業評価モデル」を提示する. プロジェクトの原資産市場が非完備であっても, プロジェクトの主要なリスク・ファクターに関連するコモディティの先物市場が存在する場合は, 先物価格の期間構造モデルにより超長期ホライズンの先物価格を擬似的に推測することができる. そして, それをプロジェクトの財務モデルにインプットするこ

とにより、原資産価値の時系列を導出し、そのボラティリティを推測することができる。これが「先物期間構造事業評価モデル」である。

本章では、こうして推定した原資産価値の時系列を基に、第3章の埋蔵量リスクを織り込んだ原油・ガス E&P 事業評価の実証分析を行い、埋蔵量リスクが事業の開発オプション価値、探鉱権益価値に看過できないマグニチュードでのインパクトを与えることを示す。

4.1 先物期間構造事業評価モデル

時点 t における原油スポット価格を S_t 、生産フェーズにおける開発可採埋蔵量を B_t とし、 S_t と B_t はそれぞれ独立な標準ブラウン運動によって記述される確率変数とする。 B_t の確率的変動は地質学上の非システムティック・リスクである。

原油・ガス E&P 事業の鉱区保有者の時点 t における単位時間当り瞬間ネット・キャッシュフロー $\hat{f}_t$ が、3.4 節の (3-24) 式と同様

$$\hat{f}_t(S_t, B_t) = \hat{a}_t S_t \gamma B_t \quad (3-24)$$

と書くことができるものとする。 $\hat{a}_t$ は確定的な係数、 γ ($\gamma > 0$) は定数である。

3.4 節の (3.27) 式において、 S_u および B_u の独立性と標準ブラウン運動のマルコフ性により、開発可採埋蔵量の単位数量当りの価値 V_t は B_u の拡散係数をゼロとした場合でも不変であることが示された。従って、本節では V_t の解析にフォーカスする為、予め B_u が確定的変数であると仮定することとする。(3-24) 式において $\hat{a}_t \gamma B_t$ を改めて a_t (確定的な係数) と書き直し、 $\hat{f}_u(S_u, B_u)$ を $f_t(S_t)$ と書き直すすると、 $f_t(S_t)$ は

$$f_t(S_t) = a_t S_t \quad (4-1)$$

と表される。

リスク中立確率測度の下での期待値を $\tilde{E}$ とし、無リスク金利が一定であるとする、 V_t はネット・キャッシュフロー $f_u(S_u)$ による事業の割引価値として次式のように書ける。

$$V_t = \frac{1}{B_t} \tilde{E} \left[\int_t^T e^{-r(u-t)} f_u(S_u) du \middle| S_t \right]. \quad (4\cdot2)$$

(4・2) 式は項別積分が可能で、右辺の期待値と積分の順序は入れ替えることができるので、次式のように変形できる。

$$V_t = \frac{1}{B_t} \int_t^T e^{-r(u-t)} \tilde{E}[f_u(S_u) | S_t] du. \quad (4\cdot3)$$

ここで、満期 u の先物価格を $F_t(u)$ とすると、(4・1) 式より

$$\tilde{E}[f_u(S_u) | S_t] = a_u \tilde{E}[S_u | S_t] = a_u F_t(u) = f_u(F_t(u)) \quad (4\cdot4)$$

と変形できるので、もしプロジェクト・ライフに亘るあらゆる満期の先物価格が取引されているとしたら、 V_t は次式のように現時点の確定的な先物価格によって記述されたネット・キャッシュフロー関数の現在価値の積分として書けることがわかる。

$$V_t = \frac{1}{B_t} \int_t^T e^{-r(u-t)} f_u(F_t(u)) du. \quad (4\cdot5)$$

(4・5) 式によれば、プロジェクトの財務モデルにおいて、原油スポット価格の代わりに原油先物価格を代入し、プロジェクト・ライフに亘るネット・キャッシュフローの割引現在価値の総和を計算してやれば、プロジェクトの原資産価値が推定できることになる。このようにして、先物価格の時系列データに対応して事業の原資産価値の時系列データを導出する方法が、中岡 [2006a,c] により提示された「先物期間構造事業評価モデル」である。

猶、(4・5) 式は、財務条件の仮定を更に拡張して、 $f_t(S_t)$ が S_t につきアフィン形で $f_t(S_t) = a_t S_t + b_t$ (a_t , b_t は確定的な係数) のように書けるとした場合でも成立する。

4.2 “プロジェクト X” の原資産価値

本節では、原油・ガス E&P 事業の埋蔵量リスクが事業の開発オプション価値及び探鉱権益価値に与える影響につきケース・スタディを行う為、以下のようなある仮想的な“プロジェクト X”を想定する。

プロジェクト X は、探鉱により原油・ガスの埋蔵量が確認され、一定の信頼水準の埋蔵量評価もなされた原油・ガス E&P プロジェクトで、既に Feasibility Study が完了している。現在の原油・ガス確認可採埋蔵量は原油換算 10 億バレルである。コアとなる探鉱作業は既に完了したが、今後もマージナルな作業により、埋蔵量評価に関する情報は継続的に得られるものとする。プロジェクト・オーナーは、今後 5 年間に亘り、9,000 万ドルをかけて Front End Engineering Design (FEED) を実施し、マーケティングを行う権利を有している。このマーケティングの成果が、次の開発フェーズに進むかどうかの鍵を握っている。開発フェーズでは、生産井の掘削、プラットフォーム・パイプラインの建設、及び生産された原油・ガスの陸上処理設備・出荷設備の建設を行い、建設費は総額 25 億ドルを予定している。プロジェクト・ライフは 27 年間である。FEED の期間中も含めた 5 年間、プロジェクト・オーナーは開発を中止するオプションを保有している。猶、無リスク金利はこの 5 年間を通じて 6.0% と仮定する。すると、プロジェクト X の事業価値は、行使価格 2.59 ドル/バレル、満期 5 年のアメリカン・コール・オプションとして評価することができる。

このプロジェクト X の原資産価値を求める為、原油スポット価格が Schwartz (1997) の 2 ファクター・モデルに従うと仮定して、「先物期間構造事業評価モデル」によりプロジェクト X の単位数量当りの開発可採埋蔵量価値 V_t を推定した。Schwartz (1997) の 2 ファクター・モデルは、スポット価格が確率的コンビニエンス・イールドを考慮した標準的な過程に従い、その確率的コンビニエンス・イールドがスポット価格に正の相関を持ち平均回帰するモデルである。

まず、この Schwartz (1997) の 2 ファクター・モデルにより、NYMEX (New York Mercantile Exchange) に先物として上場されている WTI (West Texas Intermediate) 原油の 1990 年 1 月から 2001 年 3 月までの限月別月次平均価格の実績データを用いて、超長期の満期の原油先物価格を実証的に推定した。分析に際しては、カルマン・フィルタを用いて最尤法により推定

図1 原資産価値の収益率分布

を行った。観測値としては WTI 9 ヶ月先物及びデータ期間中に利用可能な先物の中で最も長期の満期を持つ WTI 18 ヶ月先物価格を用いた。

次に、こうして推定された超長期の満期の原油先物価格を用いて、「先物期間構造事業評価モデル」によりプロジェクト X の単位数量当りの開発可採埋蔵量価値 V_t を推定した。図 1 の灰色の棒グラフは、このようにして導出した V_t の収益率の分布を示すヒストグラムである。一方、白い棒グラフはこの収益率の分布と等しい平均と分散を持つ正規分布である。この図から、収益率の分布として正規分布を想定しても、実務上は十分であることが期待される。そこで、本節では V_t が幾何ブラウン運動に従うと想定して、そのボラティリティ及び期待収益率を計算する。

その結果、 V_t の期待収益率は年率 2.6%、収益率のボラティリティ σ_V は年率 10.8% と推定された。（中岡 [2006c]）

4.3 埋蔵量リスクによる開発オプション価値へのインパクト

本節では、4.2 節で推定したプロジェクト X の単位数量当りの開発可採埋蔵量価値 V_t を用いて、開発移行後の埋蔵量リスクがどのように事業の開発オプション価値にインパクトを与える

かにつき考察を行う。

3.1 節に従って、埋蔵量の変動のボラティリティを σ_B とすると、埋蔵量の変動がある場合の鉱区全体の開発可採埋蔵量価値 U_t の収益率のボラティリティ σ_U は、(3-8) 式により、

$\sigma_U = \sqrt{\sigma_V^2 + \sigma_B^2}$ と与えられている。4.2 節において、 V_t のボラティリティ σ_V が年率 10.8% と推定されているので、 σ_U は σ_B の値に応じて表 2 のような値をとることがわかる。

この埋蔵量リスクを織り込んだ原資産価値のボラティリティを用いて、プロジェクト X の開発オプション価値を計算した結果が、表 3 と図 2 の通りである。開発オプション価値は、1 バレル当りの原資産価値の初期値が行使価格 2.59 ドル/バレルを大幅に上回った場合には、埋蔵量リスクの影響が薄れて行くが、行使価格に近い 2.50 ドル/バレルでは、 σ_B が 15% の場合、埋蔵量リスクがない場合の開発オプション価値の約 20% に相当する 1.2 億ドルの差異が生じる。

表 2 開発可採埋蔵量の確率的変動による原資産価値のボラティリティ変化

σ_B	0.0%	5.0%	10.0%	15.0%
σ_V	10.8%	10.8%	10.8%	10.8%
σ_U	10.8%	11.9%	14.7%	18.5%
ρ	0.00	0.42	0.68	0.81

表 3 開発可採埋蔵量の確率的変動がもたらす開発オプション価値の変化

V (初期値)	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00
$\sigma_B = 0\%$	210	610	1,090	1,580	2,080
$\sigma_B = 5\%$	230	620	1,090	1,580	2,080
$\sigma_B = 10\%$	290	660	1,100	1,590	2,080
$\sigma_B = 15\%$	350	730	1,150	1,620	2,100

(初期値は 2.59 ドル/バレル, その他は百万ドル)

図2 開発可採埋蔵量の確率的変動がもたらす
開発オプション価値の変化

更に、2.00 ドル/バレルでは、同じく 67%に相当する 1.4 億ドルという顕著な差が、実際に埋蔵量リスクを評価することにより生じることが検証された。

4.4 埋蔵量リスクと探鉱権益価値

4.3 節にて求めた開発オプション価値を用いれば、3.3 節の (3-17) 式と (3-18) 式によりプロジェクト X の探鉱権益価値を求めることができる。本節では、プレリミナリーな情報に基づいた鉱区全体の当初推定未開発可採埋蔵量 Q の確率分布関数 $P(Q)$ において、鉱区がドライである確率 $p(0)$ を 40% とし、埋蔵量がゼロでない場合の Q の条件付確率密度関数 $f_E(Q)$ に探鉱の実務でもよく使われる三角分布（両端が $Q=0$ と $Q=2.0 \times 10^9$ バレル，最大点が $Q=1.0 \times 10^9$ バレル）を仮定することとする。また、単位数量当りの開発コストの現在価値 $D(Q)$ は、プラント業界にてよく用いられる関係式を用いて次のように書けるものとする。

$$D(Q)Q = D(\bar{Q})\bar{Q}\left(\frac{Q}{\bar{Q}}\right)^\beta \quad \Leftrightarrow \quad D(Q) = D(\bar{Q})\left(\frac{Q}{\bar{Q}}\right)^{\beta-1}. \quad (4-6)$$

但し、 $\bar{Q}$ はプレリミナリーな情報に基づいた埋蔵量がゼロでない場合の Q の条件付期待値で

ある。

実証分析に当っては、 β を $2/3$ とし、1バレル当りの原資産価値の初期値を2.00ドル/バレルから4.00ドル/バレルまで50セント刻みで変動させて、開発移行後の埋蔵量リスクがない場合（即ち $\sigma_U = 10.8\%$ ）の権益価値と、埋蔵量変動のボラティリティが $\sigma_B = 15.0\%$ の場合（即ち $\sigma_U = 18.5\%$ ）の権益価値を比較検証した。その結果、表4、図3に示した通り、原資産価値が行使価格に近い2.50ドル/バレルの場合は4,000万ドル、2.00ドル/バレルの場合は5,100

表4 開発可採埋蔵量の確率的変動がもたらす
探鉱権益価値の変化

V（初期値）	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00
$\sigma_U = 10.8\%$ の場合	104	266	455	650	849
$\sigma_U = 18.5\%$ の場合	155	306	478	665	858

（初期値はドル/バレル，その他は百万ドル）

図3 開発可採埋蔵量の確率的変動がもたらす
探鉱権益価値の変化

万ドルの差が生じることが示され、実際に埋蔵量リスクを評価することにより探鉱権益価値にも顕著な影響が現れることが検証された。

5 本研究のまとめ

本論文では、国際石油業界において事業評価上・会計上重要な問題となっている埋蔵量リスクにフォーカスし、先行研究のレビューを行った上で、原油・ガス E&P 事業の開発移行後の埋蔵量リスクを新たに織り込んだ、より現実のビジネスに即した埋蔵量価値評価モデルを定式化した。地下の地質構造に偏在する原油・ガスの状態に応じて変化する可採埋蔵量を新たな確率変数としてモデルに組み入れたものである。そして、埋蔵量リスクを織り込んだ鉱区の埋蔵量価値の上に書かれた開発オプション価値、探鉱権益価値につき定式化を行った。また、原油スポット価格の収益率が確定的係数のディフュージョン過程に従う場合の E&P 事業の原資産価値の解を解析的に導出し、原油価格と原資産価値との関係につき考察を行った。

以上の考察に基づいた実証分析として、まず「先物期間構造事業評価モデル」を用いて、実際の先物価格の市場データから仮想的な原油・ガス E&P 事業の原資産価値の時系列を導出した。この結果推定されたボラティリティに基づき、埋蔵量リスクを織り込んだ鉱区全体の埋蔵量価値の確率モデルを用いて埋蔵量リスクの影響につき分析を行った。その結果、開発移行後の埋蔵量リスクが事業の開発オプション価値に顕著な影響を与え、探鉱権益価値にも看過できないマグニチュードでのインパクトを与えることが実証的に示され、本研究のアプローチの有効性が確認された。

本論文における貢献は、埋蔵量リスクという地下の埋蔵量の状態に伴う情報をモデルに組み入れたことである。そして、埋蔵量リスクが E&P 事業価値に与える影響を理論的に示し、実際に「先物期間構造事業評価モデル」を用いて個別のプロジェクト毎に埋蔵量リスクが開発オプション価値及び探鉱権益価値に与える影響を測定する方法を示して、それを実証的に検証したことである。

参考文献

- [1] 中岡英隆 [2004], 「リアル・オプション理論による石油・ガス資源開発プロジェクトの評価とモンテカルロ法による実務家の為のソリューションの研究」多摩大学大学院修士論文.
- [2] 中岡英隆 [2006a], 「リアル・オプションによる資源開発プロジェクトの資産価値評価」『2006年度日本ファイナンス学会第14回大会予稿集』, 224-235.
- [3] 中岡英隆 [2006b], 「原油・ガス E&P 事業の埋蔵量リスクとオプション評価」『日本リアルオプション学会 2006 年研究発表大会予稿集』, 64-67.
- [4] 中岡英隆 [2006c], 「リアル・オプションによる資源開発プロジェクトの事業価値評価」『ジャフィー・ジャーナル: 非流動性資産の価格付けとリアルオプション』74-105, 朝倉書店.
- [5] Andersen, Torben G., Tim Bollerslev, and Nour Meddahi (2004), "Analytical Evaluation of Volatility Forecasts," *International Economic Review* 45(4).
- [6] Bessembinder, H., et al. (1995), "Mean Reversion in Equilibrium Assets Prices: Evidence from the Futures Term Structure," *Journal of Finance* 50, 361-75.
- [7] Bessembinder, H., et al. (1996), "Is There a Term Structure of Futures Volatilities ? Reevaluating the Samuelson Hypothesis," *Journal of Derivatives*, 45-58.
- [8] Bjerksund, P., and S. Ekern (1990), "Managing Investment Opportunities Under Price Uncertainty: From "Last Chance" to "Wait and See" Strategies," *Financial Management* 19(3), 65-83.
- [9] Brennan, M.J. and E.S. Schwartz (1985), "Evaluating Natural Resource Investments," *Journal of Business* 58, 135-157.
- [10] Constantinides, G. M. (1978), "Market Risk Adjustment in Project Valuation," *Journal of Finance* 33, 603-16.
- [11] Covrig, Vicentiu, and Buen Sin Low (2003), "The Quality of Volatility Traded on the Over the Counter Currency Market: A Multiple Horizons Study," *Journal of Futures Markets* 23(3), 261-285.
- [12] Dixit, Avinash K., and Robert S. Pindyck (1994), *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.
- [13] Fama, E., and K. French (1987), "Commodity Futures Prices: Some Evidence on

- Forecast Power, Premiums, and the Theory of Storages,” *Journal of Business* 60, 55-74.
- [14] Fama, E., and K. French (1988), “Business Cycles and the Behavior of Metals Prices,” *Journal of Finance* 43, 1075-1094.
- [15] Gibson, R. and E.S. Schwartz (1990), "Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims," *Journal of Finance* 45, 959-976.
- [16] Hilliard, J.E., and J.A. Reis (1998), "Valuation of Commodity Futures and Options under Stochastic Convenience Yields, Interest Rates, and Jump Diffusions in the Spot," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 33, 61-86.
- [17] Koekebakker, Steen, and Gudbrand Lien (2004), "Volatility and Price Jumps in Agricultural Futures Prices - Evidence from Wheat Options," *American Journal of Agricultural Economics* 86(4), 1018-1031.
- [18] Mazaheri, A. (1999), "Convenience Yield, Mean Reverting Prices, and Long Memory in the Petroleum Market," *Applied Financial Economics* 9, 31-50.
- [19] Miltersen, K. R., and E. Schwartz (1998), "Pricing of Options on Commodity Futures with Stochastic Term Structure of Convenience Yields and Interest Rates," *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 33, 33-59.
- [20] Paddock James L., Daniel R. Siegel and James L. Smith (1988), “Option Valuation of Claims on Real Assets : The Case of Offshore Petroleum Leases,” *The Quarterly Journal of Economics*, August 1988.
- [21] Schwartz, E.S. (1997), "The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging," *Journal of Finance* 52(3), 923-973.
- [22] Schwartz, E.S. (1998), "Valuing Long Term Commodity Assets," *Journal of Energy Finance & Development* 3(2), 85-99.
- [23] Schwartz, E.S. and J.E. Smith (2000), "Short-Term Variations Long-Term Dynamics in Commodity Prices," *Management Science* 46, 893-911.
- [24] Smit, H.T.J. (1997), "Investment Analysis of Offshore Concessions in the Netherlands," *Financial Management* 26(2), 5-17.
- [25] Trigeorgis, L. (1990), "A Real Options Application in Natural Resource Investments," *Advances in Futures and Options Research* 4, 153-164.