Optimal Incentive Design of Wellness Programs That Encourage Behavior Change to Health Improvement in Health Insurance Subscriber*

Masaru Unno^{a,†}

Hua Xu^b

^a*NTT Communications Corporation*

^b*Graduate School of Business Science, University of Tsukuba*

Abstract: In recent years, a number of health insurers have introduced a reward gain type of wellness programs that can reduce the medical costs by encouraging the behavior change of health insurance subscribers to improve health. In the programs, insurers have to determine a reward strategy in order to strive the insurance subscribers. In this paper, we study the insurer's incentive designing problem of wellness programs. We formulate the insurer's incentive designing problem as a dynamic principal-agent problem. We derive the sufficient conditions for the existences of the optimal reward strategy, the optimal health-support service strategy, and the incentive compatible effort recommended to the insurance subscribers. We also discuss the effects of the insurer's risk-sensitivity on the optimal strategies. We use a numerical example to show the computation aspects of the problem.

Keywords: Agency problem; Optimal contract; Risk-sensitive stochastic control; Health insurance; Wellness program

*Received: June 27, 2016; Accepted: March 3, 2017.

[†]Corresponding author. Address: Takebashi Bldg. 1-2-2 Hitotsubashi, Chiyoda-ku, Tokyo 100-8128, Japan; Phone: +81-3-6701-2760; E-mail: masaru.unno7@gmail.com

医療保険加入者に健康改善への行動変容を促すウェルネス・プログラムの 最適インセンティブ設計

海野 大^aシュウ ファ^b^aNTT コミュニケーションズ株式会社^b筑波大学大学院ビジネス科学研究科

1 はじめに

日本は世界有数の長寿国であるが、出生率（合計特殊出生率）の低下により急速に高齢化が進んでおり、2050年には65歳以上人口が全国民の4割近くになる見込みである¹。これに伴い医療費も増加を続け、2013年度の国民医療費は対前年8493億円増の40兆円に達している²。医療費の57.7%は65歳以上の高齢者によるもので、高齢化の進展で今後も増大する見込みである。また、医療費の38.8%は公費（国、地方）によって賄われており³、今後生産年齢人口が急激に減少していく中で、医療費の抑制は日本にとって喫緊の課題となっている。

ところで、日本の平均寿命は世界一で男女それぞれ80.50歳、86.83歳であるが⁴、健康寿命（健康上の問題で日常生活が制限されることなく生活できる期間）はこれよりも10年程度短く、男性が71.19歳、女性が74.21歳となっている⁵。高齢者の医療費の大半がこの平均寿命と健康寿命の差の期間に支出されていることになる。従って、医療費の抑制はいかにして健康寿命を延伸し平均寿命に近づけられるかによっている。また、医療費のうちの医科診療医療費の34.9%は生活習慣病に関わるものであり⁶、これらの疾病は65歳以上の高齢者の死因の上位を占めている⁷。つまり、生活習慣病への罹患を予防することによって健康寿命を延伸することができ、その結果、個人としてもより充実した生活を送れるとともに、医療費の抑制が期待できるのである。

生活習慣病の予防には適切な食生活や運動など健康を改善する行動をとらなければならないが、必ずしも多くの人がこのような行動をとっているわけではない。実際、40歳以上の男性の50%、女性の20%がメタボリックシンドローム（内臓脂肪症候群）該当者もしくは予備群と推定されている⁸。

¹国連による予測（「World Population Prospects, the 2015 Revision」）によれば、2050年における主要国の高齢（65歳以上）人口比率は、日本：36.3%、韓国：36.2%、ドイツ：32.3%、中国：27.6%、フランス：26.3%、イギリス：24.7%、アメリカ：22.2%などとなっている。

²政府統計「平成25年度国民医療費」による。なお、国民医療費とは、医科診療医療費（入院、入院外）、歯科診療医療費、入院時食事・生活医療費、訪問看護医療費、療養費、薬局調剤医療費など、保険診療の対象となる得る傷病の治療に要する費用をいう。国民医療費は2000年度の30兆円から2013年度の40兆円まで約10兆円（年平均2.2%）の増となっている。

³政府統計「平成25年度国民医療費」によれば、国民医療費の財源別構成は次の通り：国庫25.5%、地方12.9%、保険料（事業主）20.3%、保険料（被保険者）28.5%、患者負担11.8%。

⁴厚生労働省「平成26年簡易生命表」（2015年7月30日）による。

⁵内閣府「平成28年版高齢社会白書」（2016年5月20日）による。

⁶生活習慣病にかかる医療費とは、医科診療医療費のうち「悪性新生物」、「高血圧性疾患」、「心疾患（高血圧性のものを除く）」、「脳血管疾患」、「糖尿病」にかかるものである。

⁷厚生労働省「平成26年簡易生命表」（2015年7月30日）による。

⁸厚生労働省「平成18年国民健康・栄養調査」による。

こうした状況を背景に、日本政府は2000年に生活習慣病やその原因となる生活習慣の改善等を目的として「21世紀における国民健康づくり運動（健康日本21）」を策定し、その法的基盤となる「健康増進法」を2003年に施行した。また、2008年からはメタボリックシンドロームに着目した「特定健康診査・特定保健指導」⁹が導入され、2013年には健康寿命延伸をその中心的課題に据えた「21世紀における第二次国民健康づくり運動（健康日本21（第二次）」が開始されている。さらに、2015年に施行された「持続可能な社会保障制度の確立を図るための改革の推進に関する法律（2013年成立）」や、同年の医療保険制度改正などにより、各医療保険者の保健事業の中に「健康管理及び疾病の予防に係る自助努力への支援」が位置付けられ、加入者個人へのインセンティブを提供する取組（加入者の予防・健康づくりに向けた取組に応じてヘルスケアポイント付与や保険料への支援等を行うこと¹⁰）を含め、加入者自身の自助努力を支援する取組を進めることが期待されている。

これらの一連の政府の政策を踏まえ、多くの自治体（国民保険）や健康保険組合では、住民や保険加入者向けに健康改善のためのウェルネス・プログラムを提供し始めている。ウェルネス・プログラムとは、保険加入者などが自らの健康改善に対して積極的に取り組めるような環境や仕組みのことで、具体的には健康診断やレセプトデータの分析などに基づく食事・運動等の個別健康アドバイス、健康・医療講座開催、無料のスポーツ教室やスポーツジムの割引料金による利用といった健康サポートサービスである。保険加入者がこのようなウェルネス・プログラムに積極的に参加し、日々の生活の中で健康状態の改善に努めるようになれば、生活習慣病を予防できるようになり、結果として医療費を抑制することが可能になる。なお、健康状態は血圧やBMI、血糖値、コレステロール値等を測定することで評価でき、それによって健康寿命を推定することができる。例えば、Yatsuya et al. [10]は性別や年齢、喫煙有無、糖尿病有無、並びに血圧やコレステロール値等の健康診断データに基づく心筋梗塞や脳梗塞発症確率予測モデルを開発、検証している。

健康改善に努めるということは、食生活を始めとして、勤務時間後や休日の過ごし方など日常の細かな行動を変えることであり、決して容易なことではない。現に疾病に罹患しておらず、健康面で自立した生活を送っている加入者の行動を変容させるためには、単に健康改善への漠然とした欲求以上の何らか強いインセンティブが必要である。そこで、いくつかの自治体や健康保険組合では、2015年度医療制度改正などを踏まえ、保険加入者が健康改善に努めるとその結果（運動量や摂取カロリー量、血圧やBMI、血糖値等の健康状態指標の改善状況、あるいは生活習慣病への非罹患等）に応じて報奨（ヘルスケアポイント（ヘルスマイレージ）やクーポン等）を与える制度を組み込んだウェルネス・プログラムを提供し始めている¹¹。また、公的保険だけでなく、健康改善度などに応じて保険料の割引やポイント等を付与するウェルネス・プログラムを医療保険のオプションとして提供する民間保険会社もあり、Discovery社（南アフリカ共和国）のVitality Program [9]が世界的に有名である¹²。

先行研究によれば、このような報償制度がウェルネス・プログラムへの積極的な参加を促すインセン

⁹特定健康診査（特定健診）とは、生活習慣病の発症や重症化の「予防」を目的として、医療保険者（国民保険・被用者保険）が実施主体となって40歳～74歳の加入者（被保険者・被扶養者）を対象に生活習慣病の発症前の段階であるメタボリックシンドロームの該当者やその予備群を発見するための健診。また、特定保健指導は、特定健診の結果により生活習慣病の発症リスクが高く、生活習慣の改善による生活習慣病の予防効果が多く期待できる人に対し、医師、保健師、管理栄養士等の専門家が対象者の身体状況に合わせた生活習慣を見直すためのサポートを実施するもの。

¹⁰2016年に厚生労働省により「個人の予防・健康づくりに向けたインセンティブを提供する取組に係るガイドライン」が策定され、加入者個人にインセンティブを提供する場合の留意点が示されている（金銭的価値が高額となるインセンティブは避ける、等）。

¹¹静岡県の「健康マイレージ」、NTT健康保険組合（NTT Kenpo Smart Life Park）の「ヘルスマイレージ」など。

¹²加入者が、webでの健康チェックやウェアラブル端末によって収集される健康データや提携医療機関での健康診断結果などに基づき運動や食事制限などの健康改善行動を行い、その成果（運動量や血圧、血糖値等の健康状態改善状況）に応じてホテルや航空券などが割引になるクーポンを受け取れるサービスであり、南アフリカの他英国などで多くの利用者を獲得している。また、日本でも住友生命相互会社、ソフトバンク株式会社と提携し、同様のサービス提供に向けた取り組み（Japan Vitality Project）を開始する旨2016年7月に発表している。

ティブとして有効であること、そして、ウェルネス・プログラムが医療費の抑制に効果的であることが認められている。Merrill et al. [6] は、米国ユタ州ソルトレイクシティの市職員（約4,000名、平均年齢約46歳）についてウェルネス・プログラムの参加状況について調査し、参加への動機付けとなる最も強い要因は報償金であり、2004年から2008年にかけてウェルネス・プログラムの参加率が10%ポイント向上し、この5年間で医療費が約3.6百万ドル削減（ウェルネス・プログラムの運営費用と報奨に要する費用を除いた純削減額。なお、総費用に占める報償の割合は約70%）されたとしている。また、Lambert et al. [5] と Patel et al. [7] は、Discovery社のVitality Programに参加し運動などの健康改善に努めた保険加入者は、そうでない加入者と比較し健康状態が良好となり、医療費が抑制されたとしている。

ところで、報償が保険加入者にウェルネス・プログラムへのインセンティブとして有効であるとしても、無限に報償を提供することはできない。民間保険会社に健康保険組合や国民保険も含めた広義の医療保険者がこのような報償提供型のウェルネス・プログラムを提供することによるメリットは、保険加入者に健康改善に努めるよう行動変容を促すことで生活習慣病などへの罹患率を低下させる、すなわち加入者の健康寿命を延伸させることにより、保険金（国民保険や健保負担分の医療費と保険会社が支払う保険金をまとめて保険金と呼ぶこととする）の支払額を抑制できることである。すなわち、保険金支払いの抑制額からウェルネス・プログラムの運営経費と報奨を除いた差額を保険者の収益と呼ぶことにすると、ウェルネス・プログラムのメリットとは保険者が正の収益を得られることである。このメリットを実現するためには、加入者にできるだけ健康改善の努力をさせなければならないが、より大きな努力をさせるためには報償をより大きくしなければならず、最終的に保険者が保険金支払いを抑制することによって得られる増分収益は減少する。国民医療費を可能な限り削減するためには保険者のこの増分収益を最大化しなければならず、従って、保険者は自らが得る収益を最大化するために加入者にどれだけの努力をさせてどれだけの報償を提供すべきか、すなわち最適なインセンティブ・メカニズムを設計する必要がある。

本論文では、上述の最適なインセンティブ・メカニズムの設計問題をエージェンシー問題と捉え研究する。保険者は報奨提供型ウェルネス・プログラムを加入者に提供することを通じて、加入者が健康改善努力を行うよう暗示的に委託しており、よって、保険者と加入者の関係はプリンシパルとエージェントの関係と見なすことができる。加入者には、健康改善努力を継続しても、職場や生活環境から与えられるストレスや受動喫煙、未解明の遺伝的要因など加入者の努力によらない不確実な要因によって健康状態指標が悪化したり生活習慣病に罹患することがあるため、努力に応じた報奨を得られない可能性がある。一方、保険者は加入者がどれだけ健康改善努力を行っているか観察困難である。さらに、加入者の健康改善努力に対する意欲の高さには不確実性が存在し、加入者が報酬に応じた努力を行わないことがあるため、保険者には提供した報酬に応じた収益を得られない可能性がある。このように、保険者、加入者共にリスクに直面しており、保険者はこのような状況下で最適なインセンティブ・メカニズムを設計しなければならない。以下、第2節で最適なインセンティブ・メカニズムの設計問題を、Sannikov [8]の方法を応用した動的プリンシパル-エージェント・モデルとして定式化する。特に、プリンシパルである保険者及びエージェントである加入者が共にリスク回避的なケースを考え¹³、Başar and Bernhard [1]によるリスク-センシティブ確率制御問題として定式化を行うこととする。第3節でこのリスク-センシティブ確率制御問題を解析し、最適報奨戦略、最適努力水準及び最適サポート戦略を求める。第4節

¹³ 保険者には公的医療保険（国民健康保険、企業の健康保険組合等）が含まれるため、本論文ではプリンシパルもリスク回避的と仮定している。一般に、公的規制を受ける企業や組織は事業活動の内容や範囲について行為規制を受けており、事業運営に対する意思決定にあたってはその決定が規制に抵触しないか常に自己チェックを行う必要があるため、公的規制を受けていない企業に比しリスク回避的な行動を取らざるを得なくなる傾向がある。公的医療保険の保険者は公的資金（国や地方自治体の税金等）が直接投入されているために種々の公的規制を受けており、特に、厚生労働省の「個人の予防・健康づくりに向けたインセンティブを提供する取組に係るガイドライン（2016年制定）」に報奨の提供によって保険給付に支障を生じるような事態を避ける旨規定されていることから、財務的リスクを回避する意思決定行動を取ると考えられる。

では数値シミュレーションによって問題解決の可能性を示し、第5節では保険者のリスク感度が最適解に与える影響を考察する。第6節は結論である。

2 問題の定式化

今、医療保険者が加入者に、運動や食事に注意した健康改善行動をとることで健康寿命が延びれば報奨を支払うというウェルネス・プログラムを提供するものとする。加入者が健康改善のための努力を行い、その結果生活習慣病に罹患せず健康寿命が伸びれば、保険金を支払わなければならない可能性が低下し、保険者は収益を拡大できる。保険者としては、加入者が健康寿命を伸ばすために最大限の努力を遂行するようなインセンティブ・メカニズムを設計したい。

保険者が最大化したいのは、直接的には保険金支払いの抑制額であるが、ここでは加入者の健康寿命を金銭的価値を有する一種の資産と考え、保険者はこの資産としての健康寿命を最大化したいものとする¹⁴。この問題を定式化するために平均余命関数を考える。平均余命とは時刻 t における加入者の残存寿命であるが、ここでは健康寿命を平均余命関数によって表すことにする¹⁵。平均余命関数は生存関数によって表すことができる。生存関数を $S(t)$ と書く。生存関数とは、時刻 τ まではあるイベント（ここでは生活習慣病の罹患）が発生しない確率のことであり、 $S(\tau) = \mathbb{P}(T > \tau)$ と定義される。今、時刻0をウェルネス・プログラムの開始時点とする。このとき、時刻 $0 \leq t$ における平均余命関数は

$$L(t) = \frac{\int_t^{\infty} S(s) ds}{S(t)} \quad (1)$$

の形に表される。この $L(t)$ は、時刻 t 以降においてウェルネス・プログラムに参加せず健康改善のための努力を行わないとしたときの、自然状態における健康寿命であるとする。 $L(t)$ は t の非増加関数である。健康寿命は死亡時までの余命より長くはなり得ないことから、 $L(t)$ には上限 $\bar{L}$ がある。

さて、保険者がウェルネス・プログラムを提供し、加入者がこのプログラムに参加して健康改善努力を行うことにより、健康寿命に影響を及ぼすことができる。すなわち、保険者がウェルネス・プログラムによって提供する種々の健康サポートサービスがより多いほど、また、加入者がより多くの健康改善努力を行うほど、加入者の健康寿命が長くなるものとする。なお、保険者は加入者の努力水準（運動量や摂取カロリー量等）を観察できないものとする。

この状況を表現するために、初めに準備として以下の離散時間モデルを考える。期間は $[t, t + \Delta t]$ とし、 Δt は自然状態の健康寿命 $L(s)$, $s \in [t, t + \Delta t]$ が無視し得る程度しか変化しない短い時間間隔であるとする。今、加入者が t 期にウェルネス・プログラムに参加したとする。 t 期において保険者が単位時間当たり提供する健康サポートサービスを $\mu(t) \geq 0$ 、加入者の行う単位時間当たり健康改善努力を $\eta(t) \geq 0$ とし、 $g(\mu(t), \eta(t)) \geq 0$ によってサポートサービスと努力が健康寿命に与える影響度を表すものとする。 $g(\mu(t), \eta(t))$ は、健康サポートサービスと健康改善努力のいずれか、若しくは両方が正値をとると正の値をとり、健康サポートサービスと健康改善努力の両方が0の場合、0となるものとする。また、加入者の努力水準が同一でも保険者の健康サポートサービスの提供量が大いほど $g(\mu(t), \eta(t))$ の値は

¹⁴実務的には、資産としての健康寿命の金銭的価値は健康寿命が1単位延伸することにより削減される保険金支払あるいは医療費（不健康期間（生活習慣病に罹患してから死亡するまでの期間）における、当該保険加入者の平均医療費）として評価することができる。但し、将来の医療費は2年ごとの診療報酬改定により変動し、また加入者集団の平均医療費も保険組合等により異なる（地域性等）ため、実際に健康寿命の金銭的価値を評価する際は個別ケース毎に実施する必要がある。

¹⁵生活習慣病は一旦罹患してしまうと完治が難しいとされており、死亡に至らなくても、急性期後の長期間（若しくは一生涯）投薬が必要となる場合が多く、その期間は医療費が発生する。ウェルネス・プログラムは加入者の健康寿命を延伸することによって保険金支払額すなわち医療費を削減することを目的としており、医療費が生じている間は不健康状態とみなすべきと考えられることから、本論文では健康寿命を平均余命関数を用いて表現する。

大きくなり、保険者の健康サポートサービス提供量が同一でも加入者がより努力するほど $g(\mu(t), \eta(t))$ の値は大きくなるものとする。

ここで、ウェルネス・プログラム参加後の健康寿命を $X(s), s \in [t, t + \Delta t]$ とする。 t 期に健康サポートサービスが提供され加入者が健康改善努力を行い、 $t + \Delta t$ 期には健康サポートサービスの提供も努力もなされなかったとき、健康寿命は

$$\frac{X(t + \Delta t) - X(t)}{\Delta t} = -g(\mu(t), \eta(t))L(t) \quad (2)$$

のように変化する。(2) 式は、 t 期に健康サポートサービスの提供と加入者の健康改善努力がなされたことにより、 t 期の時点における健康寿命が拡大し、 $t + \Delta t$ 期におけるそれよりも大きくなることを示している。もし、保険者が健康サポートサービスを提供せず、加入者も努力を行わなければ $g(\mu(t), \eta(t)) = 0$ となり、健康寿命は変化しない。

(2) 式の離散時間モデルは、 $\Delta t \rightarrow 0$ とすることで連続時間モデルにすることができる：

$$dX(t) = -g(\mu(t), \eta(t))L(t)dt.$$

これは、保険者の健康サポートサービスと加入者の健康改善努力による健康寿命のダイナミクスである。

この健康寿命のダイナミクスは、加入者の努力によらない不確実な要因、例えば生活環境の変化などによって影響を受ける。そこで、健康寿命は次のブラウン運動に従うものとする：

$$dX(t) = -g(\mu(t), \eta(t))L(t)dt + \sigma dZ(t). \quad (3)$$

ここで、 $Z = \{Z(t); \mathcal{F}(t), 0 \leq t < \infty\}$ は標準ブラウン運動で、 $\{\mathcal{F}(t), 0 \leq t < \infty\}$ は $\{X(t), 0 \leq t < \infty\}$ によって生成されるフィルトレーションである。また、 σ は健康寿命の変動の度合いを示す定数である。加入者が遂行できる努力水準には上限 $\bar{\eta}$ があり、可能な努力水準の範囲は $\eta(t) \in [0, \bar{\eta}]$ とする。なお、 $\bar{\eta}$ は十分大きな値に設定されているものと仮定する。保険者の健康サポートサービスの提供量にも上限 $\bar{\mu}$ があるものとする。よって、 $(\mu(t), \eta(t)) \in [0, \bar{\mu}] \times [0, \bar{\eta}]$ 。関数 $g(\mu(t), \eta(t))$ は $\mu(t), \eta(t)$ に関して厳密に増加かつ凹で連続微分可能、 $\frac{\partial g(\mu, \eta)}{\partial \mu} = g_\mu(\mu, \eta) < \infty$, $\frac{\partial g(\mu, \eta)}{\partial \eta} = g_\eta(\mu, \eta) < \infty$ とし、保険者はその関数形を知っているものとする。

加入者に健康改善努力を遂行させるために、保険者は努力水準に応じて報奨を支払う。報奨の源泉は加入者の健康改善により抑制される保険金支払額であり、これは健康寿命の延伸量に比例する。そこで、健康寿命の延伸量に応じて保険者が加入者に報奨を支払うものとしよう。加入者は、健康寿命の延伸により保険者が抑制し得る保険金支払額を厳密に知ることはできないが、健康寿命は保険者、加入者いずれもが観察可能な共通の尺度である。健康寿命の延伸量は (3) 式の両辺に -1 を乗じることで得られる。

今、時刻 t に保険者から加入者へ支払われる報奨を $\gamma(t) \geq 0, 0 \leq t < \infty$ で表す。加入者に支払われる報奨は健康寿命の延伸により抑制される支払保険金を超えることはないから、 $\gamma(t)$ には上限 $\bar{\gamma}(t) \geq \gamma(t)$ がある。加入者は $\gamma(t)$ を受け取ることで $u(\gamma(t))$ の効用を得るものとする。加入者はリスク回避的であり¹⁶、効用関数 $u(\gamma(t))$ は増加かつ凹で連続微分可能、 $u'(\cdot) < \infty$ とし、 $u(0) = 0$ と正規化されているものとする。また、加入者の留保効用は 0 とする。さらに、加入者は $\eta(t)$ の努力を行うために、 $h(\eta(t))$ の

¹⁶加入者のウェルネス・プログラムにかかるリスク回避性については、例えば、厚生労働省「個人への予防インセンティブ検討ワーキンググループ」の第2回会合（2015年10月28日）における久野構成員（筑波大学）の報告『健康づくり無関心層も含めた行動変容事業としての健康ポイント』を参照。同報告（報告資料7ページ）で、インセンティブのタイプが確定型（入会すれば報酬がもらえる）、努力型（日常の歩数に応じて）、成果型（例：体重3kg減）の場合を比較し、確定型は参加率が高いが成果は努力型が他の2タイプより高い傾向にあるとされており、このことはウェルネスプログラム参加者の多くがリスク回避的である（確実に一定額の報酬を得られる方を好む）ことを示すものと考えられる。

コストを負担するものとする¹⁷。 $h(\eta(t))$ は効用 $u(\gamma(t))$ と同一の単位で測られ、厳密に増加かつ凸で連続微分可能、 $h'(\cdot) < \infty$ とする。 保険者は加入者の効用関数、コスト関数について観察可能と仮定する。 加入者が $\eta(t), 0 \leq t < \infty$ の努力を行うとき、加入者の総期待効用は

$$\mathbb{E} \left[\int_0^\infty e^{-rt} (u(\gamma(t)) - h(\eta(t))) dt \right]$$

となる。 但し、 r は割引率¹⁸。

一方、保険者には健康寿命の大きさに応じた契約管理費用 $\beta dX(t)$ 、 β は定数と、提供する健康サポートサービスの量に応じたオペレーション費用 $c(\mu(t))$ が発生するものとする。 $c(\mu(t))$ は厳密に増加かつ凸で連続微分可能、 $c'(\cdot) < \infty$ とする。 このとき、保険者の期待収益は

$$\begin{aligned} & \mathbb{E} \left[\int_0^\infty -e^{-rt} dX(t) - \int_0^\infty e^{-rt} \gamma(t) dt - \int_0^\infty e^{-rt} c(\mu(t)) dt - \int_0^\infty -e^{-rt} \beta dX(t) \right] \\ &= \mathbb{E} \left[\int_0^\infty e^{-rt} \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) dt \right]. \end{aligned}$$

さらに、保険者はリスク回避的であり¹⁹、この収益に対して以下の効用関数を有するものとする²⁰：

$$\mathbb{E} \left\{ -\exp \left[-\rho \left(\int_0^\infty e^{-rt} \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) dt \right) \right] + 1 \right\}$$

ここで、 r は割引率で、簡単のため加入者と同一とする。 また、 ρ は保険者のリスク感度を表す定数であり²¹、保険者の私的情報であるとする。

2.1 保険者の問題

加入者は保険者が提示する報奨の下で、自己の効用を最大化するように努力を行うものとする。 保険者は加入者の効用最大化行動を前提に、自らの収益を最大化するような健康改善努力水準を加入者に推奨し、そして、実際に加入者に推奨努力水準を遂行させられる報奨を決定したい。 これは、保険者の問題は、加入者に対して留保効用 0 以上の効用を保証する参加制約

$$\mathbb{E} \left[\int_0^\infty e^{-rt} (u(\gamma(t)) - h(\eta(t))) dt \right] \geq 0 \quad (4)$$

を満たす $(\gamma(t), \eta(t))$ の組の中で、加入者の誘因両立制約

$$\eta(t) \in \arg \max_{\tilde{\eta}(t)} \mathbb{E} \left[\int_0^\infty e^{-rt} (u(\gamma(t)) - h(\tilde{\eta}(t))) dt \right] \quad (5)$$

¹⁷加入者が健康改善努力を行うために負担するコストには、運動のための金銭的負担（ウェアの購入費用やフィットネスクラブの会費等）の他、食事制限などの精神的コストや余暇の時間を運動等の健康改善活動に費やすことのコストなどが含まれる。

¹⁸割引率は外生的に与えられるものとするが、安全利率を用いるのが妥当と考えられる。

¹⁹脚注 13 にあるように、公的医療保険の保険者は公的規制を受けているためリスク回避的な行動を取らざるをえないと考えられる。 ウェルネス・プログラムの提供にあたっては、加入者の健康改善努力の意欲の高さに不確実性が存在し、保険者は加入者に提供した報酬に応じた収益を得られないリスクがあることから、保険者は過度の報酬提供に対して消極的、つまりリスク回避的になると考えられる。 本論文では、このリスク回避的な行動を本式のように指数型効用関数によって表現する。

²⁰期待値は実確率測度による。

²¹効用関数を $u(\cdot)$ とすると、リスク感度は $\rho = \left| \frac{u''(\cdot)}{u'(\cdot)} \right|$ である。

の下で保険者の期待効用

$$\mathbb{E} \left\{ -\exp \left[-\rho \left(\int_0^\infty e^{-rt} \left((1-\beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) dt \right) \right] + 1 \right\} \quad (6)$$

を最大化する加入者の努力戦略 $\{\eta(t), 0 \leq t < \infty\}$ と報奨戦略 $\{\gamma(t), 0 \leq t < \infty\}$ 及び健康サポートサービス戦略 $\{\mu(t), 0 \leq t < \infty\}$ を決定する最適化問題となる。

2.2 加入者の継続価値

保険者が加入者に推奨努力水準を遂行させるには、健康寿命の長さに応じて報奨を変動させればよいように思われる。しかし、加入者の努力には費用がかかり、さらに、健康寿命の長さには不確実性があるため、加入者にはリスクがある。もし、結果としての健康寿命の長さに関連して加入者への報奨が決まるならば、加入者は保険者に高いリスク・プレミアムを求めるであろう。それは保険者の収益を圧迫するから、保険者にとって好ましくない方法である。

そこで、加入者に推奨努力水準を遂行させるために、加入者が時刻 $t \geq 0$ 以降の全期間に渡って得られるであろう総期待効用に依りて報奨を変動させることを考える。この期待効用を顧客の継続価値と呼び、 $W(t)$ で表す。さて、保険者による任意の報奨戦略 $\gamma = \{\gamma(t)\}$ 及び健康サポートサービス戦略 $\mu = \{\mu(t)\}$ が与えられ、これに対して加入者が努力戦略 $\eta = \{\eta(t)\}$ をとるものとする。今、時刻 $t, 0 \leq t < \infty$ までの状態がわかっており、 (γ, μ, η) に基づき t 以降に報奨 $\{\gamma(s) \in [0, \bar{\gamma}(s)], t \leq s < \infty\}$ 、健康サービスサポート $\{\mu(s) \in [0, \bar{\mu}], t \leq s < \infty\}$ 、及び努力 $\{\eta(s) \in [0, \bar{\eta}], t \leq s < \infty\}$ が遂行されるとき、時刻 t における加入者の継続価値は

$$W(t; \gamma, \mu, \eta) = \mathbb{E}^\eta \left[\int_t^\infty e^{-r(s-t)} \left(u(\gamma(s)) - h(\eta(s)) \right) ds \mid \mathcal{F}(t) \right] \quad (7)$$

となる。 $\mathbb{E}^\eta$ は加入者の努力戦略 η から導かれる確率測度 $\mathbb{P}^\eta$ の下での期待値である。以下では、この継続価値 $W(t; \gamma, \mu, \eta)$ を唯一の状態変数として、保険者と加入者の最適努力水準並びに最適報奨を導く。誘因両立制約から加入者は $W(t; \gamma, \mu, \eta)$ を最大化する行動をとるので、将来の報奨の変更を通じて $W(t; \gamma, \mu, \eta)$ を変化させることにより、保険者は加入者に任意の努力水準を遂行させることができる。 $W(t; \gamma, \mu, \eta)$ には加入者が時刻 t までに遂行した努力水準とその費用、及びその結果として実現した健康寿命 $X(t)$ と加入者に対する報奨の変遷が集約されているので、 $W(t; \gamma, \mu, \eta)$ によって報奨が決まる仕組みによって、加入者に健康改善努力へのインセンティブを与えることができる。

ここで保険者は加入者の継続価値 $W(t)$ がいかなる値であっても、その時点における報奨に基づき設定される解約金を加入者に支払うことによって、いつでもウェルネス・プログラムを解約できるものと仮定する。解約金は、その時点の継続価値 $W(t)$ によって決定され、解約時の保険者の値関数を $\Omega(W(t)) = -\xi\gamma(t)$ とする。但し、 ξ はある定数で、 $\Omega(0) = 0$ とする。契約解約後は加入者は努力を行わないから、時刻 t に解約されたときの加入者の期待効用は、

$$W(t) = u(\xi\gamma(t)) \quad (8)$$

となる。

保険者は $W(t)$ が極端に大きくなると、ウェルネス・プログラムを解約するものとする²²。なぜなら、

²² 多くのウェルネス・プログラムには報奨に利用期限を設けており、また、厚生労働省の「個人の予防・健康づくりに向けたインセンティブを提供する取組に係るガイドライン（2016年制定）」には、報奨の金銭的価値が高額になりすぎないようにすること、並びに加入者が当初は報奨によって健康改善努力を開始し継続しているとしても、本人の健康改善意識を高めることによって将来的には報奨なしでも努力を継続させることを目標とすることが規定されており、 $W(t)$ が極端に大きくなならないような歯止めがかけられている。ウェルネス・プログラムに関する解約条件は、これらに基づき、モデルの分析のためにいた理論的な仮定である。

$W(t)$ は加入者の努力によって健康寿命 $X(t)$ が長くなれば大きくなり、加入者の努力水準が上限に達して $X(t)$ の延伸がそれ以上望めなくなっても、加入者への報奨 $\gamma(t)$ が高くなればさらに大きくなるが、 $\gamma(t)$ が高すぎると加入者への報奨支払い後の保険者の収益が費用を下回る可能性があるからである。従って、保険者にとって加入者に $\Omega(W(t))$ を支払ってウェルネス・プログラムを解約する方が有利となるような $W(t)$ の水準が存在する。これを $W^\sharp > 0$ とする。保険者が加入者に報奨の上限 $\bar{\gamma}(t)$ を与え続けるときの継続価値を $\bar{W}^\sharp$ とすると、 $W^\sharp \leq \bar{W}^\sharp$ である。

3 最適問題の解

本節では、前節の定式化の下での保険者の最適問題を分析する。

3.1 最適報奨、最適努力及び最適サポート

まず、加入者の継続価値について、次の命題が成り立つ。証明は付録 A を参照。

命題 1 任意の報奨 $\gamma = \{\gamma(t)\}$ 、健康サポートサービス $\mu = \{\mu(t)\}$ 及び加入者の努力 $\eta = \{\eta(t)\}$ に対し、時刻 t における加入者の継続価値が (7) 式で定義されるとき、 $\mathcal{F}(t)$ 可測な適合過程 $\{Y(t)\}$ が存在し、 $W(t; \gamma, \mu, \eta)$ は以下のように展開される：

$$dW(t; \gamma, \mu, \eta) = \left[rW(t; \gamma, \mu, \eta) - u(\gamma(t)) + h(\eta(t)) \right] dt + \sigma Y(t) dZ(t). \quad (9)$$

次に、加入者の努力にかかる誘因両立制約について、次の命題が成り立つ。証明は付録 B を参照。

命題 2 $Y(t)$ を命題 1 で得られる適合過程とする。このとき、加入者の努力 η は、

$$\eta(t) \in \arg \max_{\tilde{\eta}(t) \in [0, \bar{\eta}]} \left[g(\mu(t), \tilde{\eta}(t)) L(t) Y(t) - h(\tilde{\eta}(t)) \right], \quad 0 \leq t < \infty \quad (10)$$

が成り立てば最適である。

命題 2 から、 $\{Y(t)\}$ が η に関して $W(t; \gamma, \mu, \eta)$ を表現する過程ならば、 $Y(t)$ は

$$Y(t) = \frac{h'(\eta(t))}{g_\eta(\mu(t), \eta(t)) L(t)} = y(\mu(t), \eta(t)) > 0. \quad (11)$$

$y(\mu(t), \eta(t))$ は $\eta(t)$ に関して増加する。なぜなら、 $h(\eta(t))$ は仮定から凸関数だから $h'(\eta(t))$ は $\eta(t)$ に関して増加し、また $g(\mu(t), \eta(t))$ は仮定から $\eta(t)$ に関して凹だから $g_\eta(\mu(t), \eta(t)) L(t)$ は $\eta(t)$ に関して減少するので、 $y(\mu(t), \eta(t))$ は $\eta(t)$ について増加する。(9) 式の (σ で大きき調整された) $Y(t)$ は、 $W(t; \gamma, \mu, \eta)$ の過程のボラティリティだから、 $\eta(t)$ が大きくなるほど加入者のリスクは大きくなる。

(9) 式と (11) 式から、 W が時刻 t 時点の状態と t 以降の (γ, μ, η) にのみ依存することがわかる。

3.2 リスク-センシティブ確率制御問題

ここで、対数関数の単調性を用いて、保険者は効用 (6) 式の最大化問題と同等な、以下の評価関数の最大化問題を解くものとする：

$$J(W) = -\rho^{-1} \ln \left(-\mathbb{E}^\eta \left\{ -\exp \left[-\rho \int_t^\infty e^{-r(s-t)} \left((1-\beta)g(\mu(s), \eta(s))L(s) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \right) ds \right] + 1 \right\} + 1 \right). \quad (12)$$

これにより、問題の目的関数を解約時の値関数 $\Omega(\cdot)$ と同じ単位で測ることができるようになる。

今、時刻 t における加入者の継続価値 $W(t)$ がわかっており、加入者が最適な努力 $\eta(t)$ を遂行し、保険者が報奨 $\gamma(t)$ を適切に設定すると共に最適なサポートサービス $\mu(t)$ を提供するときの、加入者の誘因両立制約を満たす保険者の効用最大化問題を次のリスク-センシティブ確率制御問題として定式化する：

$$\Pi(W) = \max_{\gamma, \mu, \eta} J(W) = -\rho^{-1} \ln \left(-\psi(W) + 1 \right) \quad (13)$$

subject to

$$dW(t) = \left[rW(t; \gamma, \mu, \eta) - u(\gamma(t)) + h(\eta(t)) \right] dt + \sigma y(\mu(t), \eta(t)) dZ(t). \quad (14)$$

但し、

$$\psi(W) = \max_{\gamma, \mu, \eta} \mathbb{E}^\eta \left\{ -\exp \left[-\rho \int_t^\infty e^{-r(s-t)} \left((1-\beta)g(\mu(s), \eta(s))L(s) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \right) ds \right] + 1 \right\}. \quad (15)$$

さらに、 $\Psi(W) = \psi(W) - 1$ とする。すなわち、

$$\Psi(W) = \max_{\gamma, \mu, \eta} \mathbb{E}^\eta \left\{ -\exp \left[-\rho \int_t^\infty e^{-r(s-t)} \left((1-\beta)g(\mu(s), \eta(s))L(s) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \right) ds \right] \right\}. \quad (16)$$

この問題を動的計画法により解くこととし、このために、次の Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式を用いる：

$$\max_{\gamma, \mu, \eta} \left\{ \left[rW - u(\gamma) + h(\eta) \right] \Psi'(W) + \frac{1}{2} \sigma^2 y(\mu, \eta)^2 \Psi''(W) - \rho \left[(1-\beta)g(\mu, \eta)L - \gamma - c(\mu) \right] \Psi(W) \right\} = 0. \quad (17)$$

3.3 リスク-センシティブ確率制御問題の解

この問題には一意で有界な解が存在し、かつ、その時 (17) 式を最大化する努力、サポートサービス及び報奨は保険者の効用最大化問題の解となる。このことは次の命題によって保証される。証明は付録 C を参照。

命題 3 保険者のリスク-センシティブ確率最適制御問題 (13)–(14) 式において、値関数 $\Psi(W(t))$ が (16) 式によって定義されるとき、HJB 方程式 (17) 式は一意で有界な解を持ち、さらに、HJB 方程式 (17) 式を満足する報奨 $\gamma(t)$ 、サポートサービス $\mu(t)$ 及び努力 $\eta(t)$ が $t \in [0, \infty)$ において対応する継続価値 $W(t)$ に関して実行可能ならば、報奨 $\gamma(t)$ 、サポートサービス $\mu(t)$ 及び努力 $\eta(t)$ は保険者の効用最大化問題の最適解である。

さて、対数関数の単調性から、 $\Pi(W)$ は $\Psi(W)$ と同様の性質を持ち、従って、一意で有界な解を持つ。よって、 $\Pi(W)$ は次の HJB 方程式を満たす²³：

$$\max_{\gamma, \mu, \eta} \left\{ \left[rW - u(\gamma) + h(\eta) \right] \Pi'(W) + \frac{1}{2} \rho \sigma^2 y(\mu, \eta)^2 (\Pi'(W))^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 y(\mu, \eta)^2 \Pi''(W) + \left[(1 - \beta) g(\mu, \eta) L - \gamma - c(\mu) \right] \right\} = 0. \quad (18)$$

従って、保険者の問題は HJB 方程式 (18) 式の解を求めることに帰着する。さらに、解は以下の初期条件、及びバリュエーション・マッチング条件、スムーズ・ペイスティング条件を満たさなければならない：

$$\Pi(0) = 0, \quad (19)$$

$$\Pi(W^\#) = -\Omega(W^\#), \quad (20)$$

$$\Pi'(W^\#) = -\Omega'(W^\#). \quad (21)$$

(18) 式から、加入者に遂行させたい最適努力は

$$\eta = \arg \max_{\tilde{\eta}} \left[h(\tilde{\eta}) \Pi'(W) + \frac{1}{2} \rho \sigma^2 y(\mu, \tilde{\eta})^2 (\Pi'(W))^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 y(\mu, \tilde{\eta})^2 \Pi''(W) + (1 - \beta) g(\mu, \tilde{\eta}) L \right] \quad (22)$$

であり、その 1 階条件

$$h'(\eta) \Pi'(W) + \rho \sigma^2 y(\mu, \eta) y_\eta(\mu, \eta) (\Pi'(W))^2 + \sigma^2 y(\mu, \eta) y_\eta(\mu, \eta) \Pi''(W) + (1 - \beta) g_\eta(\mu, \eta) L = 0$$

から最適努力水準を $W(t)$ 及び $\mu(t)$ の関数 $\eta(W(t), \mu(t))$ として求められる。ここで、(22) 式の $(1 - \beta) g(\mu, \eta) L$ は収益で、 $-h(\eta) \Pi'(W)$ は加入者の努力に要する費用の補償である。また、 $-\frac{1}{2} \sigma^2 y(\eta(t))^2 \Pi''(W)$ は不確実性のある健康改善努力を遂行するにあたり加入者に支払われるべきリスク・プレミアムだが、これは第 2 項の $-\frac{1}{2} \rho \sigma^2 y(a, \mu)^2 (\Pi'(W))^2$ によって割り引かれている²⁴。

同様に、最適な報奨は

$$\gamma = \arg \max_{\tilde{\gamma}} \left[-u(\tilde{\gamma}) \Pi'(W) - \tilde{\gamma} \right] \quad (23)$$

であり、1 階条件 $\Pi'(W) = -\frac{1}{u'(\gamma)}$ から、 $W(t)$ の関数 $\gamma(W(t))$ として得られる。 $\Pi'(W)$ は加入者の継続価値を 1 単位増加させることによる保険者の収益の減少分、 $\frac{1}{u'(\gamma)} \left(= \frac{d\gamma}{du(\gamma)} \right)$ は加入者の効用を 1 単位上昇させるために保険者が加入者に与えるべき報奨で、最適解においてはこれらが一致していなければならないことを意味している。なお、点 W^* において $\Pi'(W^*) = 0$ とすると、 $u(\gamma) \geq 0$ より $W \leq W^*$ の区間で (23) 式を最大化する報奨は 0 となる。

そして、最適なサポートサービスは

$$\mu = \arg \max_{\tilde{\mu}} \left\{ \frac{1}{2} \rho \sigma^2 y(\tilde{\mu}, \eta)^2 (\Pi'(W))^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 y(\tilde{\mu}, \eta)^2 \Pi''(W) + \left[(1 - \beta) g(\tilde{\mu}, \eta) L - c(\tilde{\mu}) \right] \right\} \quad (24)$$

となり、その 1 階条件

²³ 導出は付録 D を参照。

²⁴ $-\frac{1}{2} \rho \sigma^2 y(a, \mu)^2 (\Pi'(W))^2$ は典型的には $-\frac{1}{2} \sigma^2 y(\eta(t))^2 \Pi''(W)$ と異なる方向に動くため、リスク・プレミアムを減じる効果がある。

$$\rho\sigma^2y(\mu,\eta)y_\mu(\mu,\eta)(\Pi'(W))^2 + \sigma^2y(\mu,\eta)y_\mu(\mu,\eta)\Pi''(W) + (1-\beta)g_\mu(\mu,\eta)L - c'(\mu) = 0$$

から最適サポートサービス量は $W(t)$ 及び $\eta(t)$ の関数 $\mu(W(t), \eta(t))$ として求められる。

解 $\Pi(W)$ は、(22)–(24) 式を最大化する努力と報奨、サポートサービスを HJB 方程式 (18) 式に適用し、これを境界条件 (19)–(21) 式の下で解くことにより得られ、これは数値計算によって求められる。

4 数値シミュレーションと考察

本節では、数値計算により実際に解が存在することを例示する。

最初に、生存関数 $S(t)$ の関数型を、 $S(t) = \exp(-\lambda t)$ と特定化する。この指数関数は、生存時間分析においてしばしば用いられるものである (Klein and Moeschberger [4] 等)。このとき、(1) 式は

$$L(t) = \frac{\int_t^\infty e^{-\lambda s} ds}{e^{-\lambda t}} = \frac{\left[-\frac{1}{\lambda} \exp(-\lambda s)\right]_t^\infty}{e^{-\lambda t}} = \frac{1}{\lambda}$$

となる。

次に、各関数及びパラメータを以下のように特定化する：

$$\begin{aligned} g(\mu, \eta) &= 0.15\mu + 0.1\eta, & u(\gamma) &= \sqrt{\gamma}, & h(\eta) &= 0.5\eta^2 + 0.5\eta, & c(\mu) &= 12\mu^2, \\ \lambda &= 0.1, & r &= 0.1, & \beta &= 0.1, & \sigma &= 1, & \xi &= 128.5. \end{aligned}$$

このとき、 $L, y(\mu, \eta), \mu, \eta, \gamma$ はそれぞれ以下ようになる：

$$\begin{aligned} L &= 10, & y(\mu(t), \eta(t)) &= \eta + 0.5, & \mu &= 0.05625, \\ \eta &= -\frac{0.9}{\Pi'(W) + \rho(\Pi'(W))^2 + \Pi''(W)} - 0.5, \\ u(\gamma) &= \sqrt{\gamma} = -\frac{\Pi'(W)}{2}, & \gamma &= \frac{(\Pi'(W))^2}{4}. \end{aligned}$$

HJB 方程式 (18) にこれらを代入し、 $W \in [0, W^*]$ で $\gamma(W) = 0$ となることに注意すると、 $W \in [0, W^*]$ においては

$$\Pi''(W) = \frac{1.62}{0.4W\Pi'(W) - 0.5\Pi'(W) - 1.648} - \Pi'(W) - \rho(\Pi'(W))^2,$$

$W \in (W^*, \infty)$ においては

$$\Pi''(W) = \frac{1.62}{0.4W\Pi'(W) - 0.5\Pi'(W) + (\Pi'(W))^2 - 1.648} - \Pi'(W) - \rho(\Pi'(W))^2.$$

が得られる。また、解約後の値関数は $\Omega(W) = -\frac{W^2}{\sqrt{128.5}}$ となる。

数値解は、これらの微分方程式と初期条件 (19) 式、バリュー・マッチング条件 (20) 式、スムーズ・ペイスティング条件 (21) 式から、数値計算によって得られる。 $\rho = 0.1$ のとき、 $W^* = 1.206$, $\Pi(W^*) = 1.08856$, $\eta(W^*) = 0.41555$ となり、 μ は一定値 $\mu = 0.05625$ となった (図 1 参照)。

医療保険加入者に健康改善への行動変容を促すウェルネス・プログラムの
最適インセンティブ設計

図 1: $\rho = 0.1$ のときの (a) 保険者の収益 $\Pi(W)$, (b) 加入者の努力 $\eta(W)$, (c) 報奨 $\gamma(W)$, (d) W のドリフト

値関数 $\Pi(W)$ の $W = 0$ における傾き $\Pi'(0)$ は様々な値をとり得るが、バリュー・マッチング条件 (20) 式、スムーズ・ペイस्टィング条件 (21) 式を満たす値は一意に定まる。 $\Pi(W)$ は $W = 3.035$ で負となり、 $W^\# = 5.451$ で解約後の値関数 $\Omega(W)$ と接する。 $W^\#$ より右側で $\Pi(W)$ は $\Omega(W)$ と交わることはなく、乖離していく。 実際、(18) 式を

$$\Pi''(W) = \frac{-\left[rW - u(\gamma) + h(\eta)\right]\Pi'(W) - \frac{1}{2}\rho\sigma^2 y(\mu, \eta)^2 (\Pi'(W))^2 - \left[(1 - \beta)g(\mu, \eta)L - \gamma - c(\mu)\right]}{\frac{1}{2}\sigma^2 y(\mu, \eta)^2}$$

のように変形して確認してみると、 $\Pi'(W) \geq 0$ の区間では $\Pi''(W) < 0$ であるが、 $\Pi'(W) < 0$ の区間では W が大きくなると分子第 1 項の影響で $\Pi''(W) > 0$ となる。 この数値例では、 $W \geq 4.003$ の区間で $\Pi''(W) > 0$ となった。

最適インセンティブ・メカニズムは、改善努力スケジュール $\eta(W)$ と報奨メニュー $\gamma(W)$ から構成される。 ウェルネス・プログラムの提供にあたり、保険者は加入者に対して到達目標として加入者の将来期待効用 W^* と $\eta(W^*)$ 、並びに努力スケジュール $\eta(W)$ を提示し、これを達成するよう強く推奨する。 努力 $\eta(W)$ は、具体的には血圧や血糖値、BMI、コレステロール値など保険者が観測かつ測定可能な指標値の改善度によって表される。 保険者が加入者にウェルネス・プログラムを開始する時点 $t = 0$ において $W(0) = 0$ であり、 $W(t) \leq W^*$ なる $0 < t < \infty$ の期間は、保険者は報奨を支払わず、加入者は可能な限り短期間で $W(t) = W^*$ となるように推奨された $\eta(W)$ に従い健康改善努力を遂行する。 加入者の努力によって $W(t)$ は (9) 式に従い展開され、やがて W^* に到達すると、加入者は保険者から $\eta(W^*)$ の努力水準を維持するよう推奨される。 加入者が改善努力 $\eta(W^*)$ を維持する限り、加入者の継続価値は W^* にとどまり、保険者は $\Pi(W^*)$ の収益を得ることになる。

もし、加入者の努力水準が $\eta(W^*)$ より低くなると W は W^* を超え、保険者の収益は $\Pi(W^*)$ を下回ってしまう。 この場合、保険者は $\gamma(W)$ の報奨を加入者に前払いする。 $\gamma(W)$ が支払われると W のドリフトは減少し、さらに報償が大きくなるとドリフトはやがて負となり W は減少する。 それは加入者の将来の期待効用の減少を意味し、長期的な効用最大化を求める加入者にとっては望ましいことではない。 加入者が期待効用を拡大するためには再び努力水準を高める必要があり、その結果 W は W^* に復帰する。 こうして、 μ, η, γ が最適に制御されることにより、保険者の収益、すなわち抑制された保険金支払額は最適値 $\Pi(W^*)$ が実現される。

なお、健康サポートサービスは加入者の努力遂行に直接的には効いていない。 加入者の誘引両立制約から加入者の健康改善行動に影響を及ぼすのは報奨のみなので、保険者がウェルネス・プログラムの費用を削減し収益を拡大するためには、健康サポートサービスを提供しない方がよいようにも思える。 しかしながら、健康寿命影響度関数 $g(\mu, \eta)$ について仮定したように、健康改善努力がなされなくとも健康サポートサービスによって健康寿命が延伸するなら、加入者の努力度によらず保険者がサポートサービスを提供することに合理性はある。 多くの自治体や保険組合が web やセミナー等を通じて加入者向けに健康や医療に関する情報提供を実施しているが、これらは健康改善のための積極的な努力遂行には繋がらないまでも、知識不足を原因とする不健康な行為を防止する効果が期待される²⁵。

健康寿命は血糖値や BMI などによって推定可能だが、これらの指標は必ずしも短期間で改善できるとは限らず、これらのみで健康改善努力の大きさを測るものとする、加入者に健康改善のモチベーションを維持させることが難しくなる。 運動量や摂取カロリー量など、加入者が短期的に達成感の得られる指標も含めることがモチベーション維持には効果的であり、実際のプログラム設計ではこれらの指標を適切な加重付けを行って $g(\mu, \eta)$ を設定する必要がある。 しかし、運動量等は原則として加入者の自己申告となるため、データの信頼性や本人性の確保等が実務上の課題となる²⁶。

²⁵例えば、発がん物質の摂取を避ける等。

²⁶運動量に限らず、血圧や血糖値、BMI はウェアラブル端末や自己採血キットなどを用いて加入者本人によって測定可能で、

5 リスク感度分析

本論文では保険者はリスク回避的と仮定しているが、リスク感度自体は様々な値をとるケースが考えられる。本節では、リスク感度 ρ の差異が最適解に与える影響を分析する。

図2はリスク感度をそれぞれ $\rho = 0.05, 0.1, 0.15$ としたときの保険者の収益 $\Pi(W)$ 、加入者の努力 $\eta(W)$ 、並びに報奨 $\gamma(W)$ を示している。また、表1は各リスク感度における $W^*, \Pi(W^*), \eta(W^*), \Pi'(0), \eta(0)$ の値である。

シミュレーションの結果、リスク感度 ρ が大きい、すなわち、よりリスク回避的であるほど収益 $\Pi(W^*)$ は大きくなった。 $\eta(W^*)$ は ρ の値によらず同一だが、これは $\Pi'(W^*) = 0$ より、(22) 式において ρ を含む項が消えてしまうからである。また、 $W^*, \Pi'(0), \eta(0)$ も ρ が大きいほど大きい²⁷。これは、次のように解釈できる。

- (i) ρ が大きくなるほど $\Pi'(0), \eta(0)$ が大きいということは、リスク回避的な保険者ほどウェルネス・プログラム開始当初に加入者により高い努力を求めることを意味する。
- (ii) ρ が大きくなるほど W^* が大きいということは、 W が W^* に到達するまで報奨が支払われないことから、リスク回避的な保険者ほど報奨の支払いを遅らせることを意味する。

さらに、(i) は加入者の継続価値 $W(t)$ の確率過程のボラティリティを高め ((11) 式を参照)、従って加入者のリスクを増大させることを意味している。

(i), (ii) から、よりリスク回避的な保険者が提供するウェルネス・プログラムに参加できるのは、プログラム開始時により大きな努力を行うことができ、かつ、努力にも関わらず健康寿命が拡大しないというリスクの受容度が大きく、そして、報奨の支払いまでより長期間待つことのできる（但し、より大きな期待効用を享受できる）加入者ということになる。このような加入者は保険者にとって優良顧客であるから、リスク回避的な保険者ほど優良顧客を集めるということである。逆に言えば、これは、大きな努力のできない、すなわち健康寿命を伸ばす意欲の低い加入者はこのプログラムから排除されることを意味する。しかしながら、本来このウェルネス・プログラムに参加させたいのは、健康寿命を伸ばす意欲の低い加入者であり、より多くの加入者に参加してもらい、結果として国民医療費の削減に繋げるためには、保険者はリスク回避的であるべきでないことになる。

6 おわりに

本論文では、加入者に健康改善努力をさせ、健康寿命を伸ばすことで保険金支払額を抑制できる報償提供型ウェルネス・プログラムを導入する保険者のインセンティブ・メカニズム設計問題を、動的プリンシパル-エージェント・モデルとして定式化した。その結果、有界で一意的な解が存在することが示され、数値シミュレーションによって具体的に解が求められた。これにより、医療費抑制と加入者の健康寿命延伸を実現できる最適なインセンティブ・メカニズムを設計可能であることが示された。

さらに、保険者のリスク感度分析により、リスク回避的な保険者ほど健康改善意欲の高い優良顧客を集め、保険者の収益はより大きくなることが示された。このことは、保険者がリスク回避的であるほど、本来ウェルネス・プログラムに参加させたいはずの低意欲の加入者を排除してしまうことを意味する。一般的に、利益最大化を目的とする民間保険会社は公的医療保険（自治体（国民保険）等）よりもリス

医療機関等で測定を行うより加入者の負担が少なく、費用も抑えられる。これらのデータはインターネットなどを用いて加入者本人から報告されることになるが、データの改竄や本人性の証明、個人情報保護など、実務上解決すべき課題は多い。

²⁷ $\Pi'(0)$ が大きいほど $\Pi(W)$ の解曲線は大きな弧を描き、 W^* も大きくなる。

図 2: $\rho = 0.05, 0.1, 0.15$ のときの (a) 保険者の収益 $\Pi(W)$, (b) 加入者の努力 $\eta(W)$, (c) 報奨 $\gamma(W)$

表 1: $\rho = 0.05, 0.1, 0.15$ のときの W^* , $\Pi(W^*)$, $\eta(W^*)$ 及び $\Pi'(0)$, $\eta(0)$

リスク感度	W^*	$\Pi(W^*)$	$\eta(W^*)$	$\Pi'(0)$	$\eta(0)$
$\rho = 0.15$	1.261	1.25949	0.41556	2.6	1.13778
$\rho = 0.1$	1.206	1.08856	0.41556	2.25	1.04056
$\rho = 0.05$	1.16	0.96867	0.41556	2.012	0.97444

ク回避度が高いと想定されるが、もしそうであれば、比較的风险許容度の大きな公的保険からウェルネス・プログラムを推進していくのが望ましいとも考えられる。しかし、将来的には報償の設定などにおいてより自由度の高い民間医療保険が多様なウェルネス・プログラムを提供していくことが必要であると思われる²⁸。なお、本論文のモデルは定義上保険者がリスク中立的($\rho = 0$)となるケースは対象外となるが、 ρ を非常に小さい値にとることで保険者がリスク中立的であるケースを近似できる。

本論文では分析を簡単にするため、健康寿命のダイナミクスがブラウン運動に従うと仮定した。健康寿命の推計はこれまでも試みられているが²⁹、健康寿命のダイナミクスは必ずしも十分実証されている状況にないと思われ、今後ダイナミクスが従う確率過程についての実証研究が待たれるところである。

また、本論文では代表的な1人の加入者を想定し、保険者の収益はその1人の加入者から得られるものとしており、その代表加入者の健康改善意欲の高さについて特に限定していない。しかし、現実には、ウェルネス・プログラムの参加対象となり得る加入者集合の中に、健康改善意欲の異なる顧客が均一に分布しているとは限らない。もし、低意欲の加入者が偏在しているなら、よりリスク中立的にインセンティブ・メカニズムを設計することにより、リスク回避的な場合よりも加入者1人あたりの収益は低くなったとしても、加入者集合全体から得られる収益をより拡大できる可能性がある。実証研究を蓄積していくことで、低意欲加入者を排除せず、かつ、データの信頼性や本人性の確保等などにおいて実務上実現可能なウェルネス・プログラムを設計していくことが今後の課題である。

A 命題1の証明

今、戦略 (γ, μ, η) に従っていて、時刻 t までの情報が与えられるとき、全期間における加入者の総期待効用を

$$V(t) = \int_0^t e^{-rs} (u(\gamma(s)) - h(\eta(s))) ds + e^{-rt} W(t; \gamma, \mu, \eta) \quad (25)$$

と定義する。このとき $V(t)$ は $\mathbb{P}^\eta$ の下でマルチンゲールとなることが容易に確かめられる。さらに、フィルトレーション $\{\mathcal{F}(t)\}$ は確率過程 $dZ(t) = \frac{1}{\sigma} [dX(t) - g(\mu(t), \eta(t))S(t)dt]$ によって生成される σ -加法族と同一である。よって、 $V(t)$ は、マルチンゲール表現定理によって、

$$V(t) = V_0 + \int_0^t e^{-rs} \sigma Y(s) dZ(s), \quad 0 \leq t < \infty \quad (26)$$

となる適合過程 $\{Y(t), \mathcal{F}(t); 0 \leq t < \infty\}$ が存在する。(25)式、(26)式を t に関して微分すると、

$$\begin{aligned} dV(t) &= e^{-rt} [u(\gamma(t)) - h(\eta(t))] dt + d[e^{-rt} W(t; \gamma, \mu, \eta)] \\ &= e^{-rt} [u(\gamma(t)) - h(\eta(t)) - rW(t; \gamma, \mu, \eta)] dt + e^{-rt} dW(t; \gamma, \mu, \eta) \end{aligned}$$

及び

$$dV(t) = e^{-rt} \sigma Y(t) dZ(t)$$

²⁸経済産業省の平成26年度健康寿命延伸産業創出推進事業において、アイアル少額短期保険株式会社がウェルネス・プログラムと連動した生命保険の検証事業を実施している。

²⁹平成24年度厚生労働科学研究費補助金「健康寿命における将来予測と生活習慣病対策の費用対効果に関する研究班」による「健康寿命の算定方法の指針」等。

となるから,

$$dW(t; \gamma, \mu, \eta) = [rW(t; \gamma, \mu, \eta) - u(\gamma(t)) + h(\eta(t))]dt + \sigma Y(t)dZ(t) \quad (27)$$

となる. $\square$

B 命題2の証明

加入者が時刻 t 期まで任意の代替的な努力戦略 $\tilde{\eta} = \{\tilde{\eta}(s), 0 \leq s < t\}$ に従い, t 以降は戦略 $\eta = \{\eta(s), t \leq s < \infty\}$ に従うときに, 時刻 t における加入者の総期待効用を

$$\hat{V}(t) = \int_0^t e^{-rs} (u(\gamma(s)) - h(\tilde{\eta}(s))) ds + e^{-rt} W(t; \gamma, \mu, \eta) \quad (28)$$

と定義する. $\hat{V}(t)$ は確率測度 $\mathbb{P}^{\tilde{\eta}}$ の下での $\tilde{\mathcal{F}}(t)$ -可測な確率過程である. このとき, $\hat{V}(t)$ は, 命題1を利用して,

$$\begin{aligned} d\hat{V}(t) &= e^{-rt} [u(\gamma(t)) - h(\tilde{\eta}(t))] dt + d[e^{-rt} W(t; \gamma, \mu, \eta)] \\ &= e^{-rt} [u(\gamma(t)) - h(\tilde{\eta}(t))] dt - e^{-rt} rW(t; \gamma, \mu, \eta) + e^{-rt} dW(t; \gamma, \mu, \eta) \\ &= e^{-rt} [u(\gamma(t)) - h(\tilde{\eta}(t))] dt - e^{-rt} rW(t; \gamma, \mu, \eta) \\ &\quad + e^{-rt} \left\{ [rW(t; \gamma, \mu, \eta) - u(\gamma(t)) + h(\eta(t))] dt + \sigma Y(t) dZ(t) \right\} \\ &= e^{-rt} (u(\gamma(t)) - h(\tilde{\eta}(t))) dt - e^{-rt} (u(\gamma(t)) - h(\eta(t))) dt + e^{-rt} \sigma Y(t) dZ(t) \\ &= e^{-rt} \left[(h(\eta(t)) - h(\tilde{\eta}(t))) + (g(\mu(t), \tilde{\eta}(t)) - g(\mu(t), \eta(t))) L(t) Y(t) \right] dt \\ &\quad + e^{-rt} \sigma Y(t) d\tilde{Z}(t). \end{aligned} \quad (29)$$

ここで, $\mathbb{P}$ と $\mathbb{P}^{\tilde{\eta}}$ の下でのブラウン運動は $\sigma Z(t) = \sigma \tilde{Z}(t) + \int_0^t (g(\mu(s), \tilde{\eta}(s)) - g(\mu(s), \eta(s))) L(s) ds$ で関係づけられている.

もし, $\eta(t)$ が正の測度集合上で (10) 式を満たさなければ, $g(\mu(t), \tilde{\eta}(t)) L(t) Y(t) - h(\tilde{\eta}(t))$ を最大化する $\{\tilde{\eta}(s), 0 \leq s < t\}$ を選ぶことができる. このとき, $\hat{V}(t)$ のドリフトは非負で, かつ, 正の測度集合上で正だから,

$$\mathbb{E}^{\{\tilde{\eta}(t)\}} [\hat{V}(t)] > \hat{V}(0) = W(0; \gamma, \mu, \eta)$$

となる時刻 t が存在する. $\mathbb{E}^{\{\tilde{\eta}(t)\}} [\hat{V}(t)]$ は, t 期まで戦略 $\{\tilde{\eta}(t)\}$ に従い, その後戦略 $\{\eta(t)\}$ に変更したときに加入者が得る総期待効用であり, それが時刻 0 以降戦略 $\{\eta(t)\}$ をとる場合の総期待効用 $W(0; \gamma, \mu, \eta)$ を上回ることから, 戦略 $\{\eta(t)\}$ は最適でない.

(10) 式が戦略 η について成り立つなら, $\hat{V}(t)$ は任意の戦略 $\tilde{\eta}$ に対し, 優マルチンゲールとなる. さらに, 確率過程 $W(t; \gamma, \mu, \eta)$ は下に有限であるから, $\hat{V}(t)$ の極限として

$$\hat{V}(\infty) = \int_0^\infty e^{-rs} (u(\gamma(s)) - h(\eta(s))) ds$$

をとることができる³⁰。よって、

$$W(0; \gamma, \mu, \eta) = \hat{V}(0) \geq \mathbb{E}^{\{\tilde{\eta}(t)\}}[\hat{V}(\infty)] = W(0; \gamma, \mu, \tilde{\eta})$$

が成り立つ。よって、戦略 η は任意の戦略 $\tilde{\eta}$ と少なくとも同等に望ましくなる。 $\square$

C 命題3の証明

保険者の問題の仮定及び (11) 式から、以下の条件

- (i) $\{\gamma(t)\}, \{\mu(t)\}, \{\eta(t)\}$ は有界かつ閉集合,
 - (ii) $[rW - u(\gamma(t)) + h(\eta(t))]$ は, $(W(t), \gamma(t), \eta(t)) \in [0, \overline{W}] \times [0, \bar{\gamma}(t)] \times [0, \bar{\eta}]$ において有界で連続微分可能, かつその1階微分も有界, また, $[(1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t))]$ は, $(\gamma(t), \mu(t), \eta(t), L(t)) \in [0, \bar{\gamma}(t)] \times [0, \bar{\mu}] \times [0, \bar{\eta}] \times [0, \bar{L}]$ において有界で連続微分可能, かつその1階微分も有界,
 - (iii) $y(\mu(t), \eta(t))$ は $(\mu(t), \eta(t)) \in [0, \bar{\mu}] \times [0, \bar{\eta}]$ において連続微分可能で, かつ $y(\mu(t), \eta(t))^2 > 0$
- が成り立つ。従って、Fleming and Soner [2] の定理 IV.4.1 より HJB 方程式 (17) 式は一意的な解を持つ。次に、 $\gamma^*(t), \mu^*(t), \eta^*(t)$ が (15) 式の解であるとする。このとき、(15) 式より³¹

$$\begin{aligned}
 & \psi(W(t)) \\
 &= \max_{\gamma, \mu, \eta} \mathbb{E}^\eta \left\{ -\exp \left[-\rho \int_t^\infty e^{-r(s-t)} \left((1 - \beta)g(\mu(s), \eta(s))L(s) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \right) ds \right] + 1 \right\} \\
 &= \max_{\gamma, \mu, \eta} \mathbb{E}^\eta \left\{ -\exp \left[-\rho \int_t^{t+\Delta t} e^{-r(s-t)} \left((1 - \beta)g(\mu(s), \eta(s))L(s) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \right) ds \right] \right. \\
 & \quad \left. \times \underbrace{\exp \left[-\rho \int_{t+\Delta t}^\infty e^{-r(s-t-\Delta t)} \left((1 - \beta)g(\mu(s), \eta(s))L(s) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \right) ds \right]}_{-\psi(W(t+\Delta t)) + 1} + 1 \right\} \\
 &= \max_{\gamma, \mu, \eta} \mathbb{E}^\eta \left\{ -\exp \left[-\rho \int_t^{t+\Delta t} e^{-r(s-t)} \left((1 - \beta)g(\mu(s), \eta(s))L(s) - \gamma(s) - c(\mu(s)) \right) ds \right] \right. \\
 & \quad \left. \times \left(-\psi(W(t + \Delta t)) + 1 \right) + 1 \right\} \\
 &= \max_{\gamma, \mu, \eta} \mathbb{E}^\eta \left\{ \left[-1 + \rho e^{-r\Delta t} \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \Delta t \right] \right. \\
 & \quad \left. \times \left(-\psi(W(t)) - \Delta\psi(W(t)) + 1 \right) + 1 \right\} \\
 &= \max_{\gamma, \mu, a} \mathbb{E}^\eta \left\{ \psi(W(t)) + \Delta\psi(W(t)) - 1 \right. \\
 & \quad - \rho e^{-r\Delta t} \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \psi(W(t)) \Delta t \\
 & \quad - \rho e^{-r\Delta t} \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \Delta\psi(W(t)) \Delta t \\
 & \quad \left. + \rho e^{-r\Delta t} \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \Delta t + 1 \right\}
 \end{aligned}$$

³⁰Karatzas and Shreve(1991) [3] の問題 3.16 を参照。

³¹ e^x の無限級数展開 $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots$ を用いている (3 項目以降は無視できるので、最初の 2 項のみ用いている)。

$$\begin{aligned}
 &= \max_{\gamma, \mu, a} \mathbb{E}^\eta \left\{ \psi(W(t)) + \Delta\psi(W(t)) \right. \\
 &\quad - \rho(1 - r\Delta t) \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \psi(W(t))\Delta t \\
 &\quad - \rho(1 - r\Delta t) \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \Delta\psi(W(t))\Delta t \\
 &\quad \left. + \rho(1 - r\Delta t) \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \Delta t \right\} \\
 &= \max_{\gamma, \mu, a} \mathbb{E}^\eta \left\{ \psi(W(t)) + \Delta\psi(W(t)) \right. \\
 &\quad - \rho \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \psi(W(t))\Delta t \\
 &\quad + \rho r \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \psi(W(t))(\Delta t)^2 \\
 &\quad - \rho \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \Delta\psi(W(t))\Delta t \\
 &\quad + \rho r \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \Delta\psi(W(t))(\Delta t)^2 \\
 &\quad - \rho \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \Delta t \\
 &\quad \left. + \rho r \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) (\Delta t)^2 \right\}.
 \end{aligned}$$

ここで、 $\Delta t \rightarrow 0$ とすると、 $(\Delta t)^2$ 及び $\Delta\psi(W(t))\Delta t$ は Δt より急速に 0 に近づくので、これらが含まれる項は消去でき、

$$\begin{aligned}
 \psi(W(t)) &= \max_{\gamma, \mu, \eta} \mathbb{E}^\eta \left\{ \psi(W(t)) + d\psi(W(t)) \right. \\
 &\quad \left. - \rho \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) (\psi(W(t)) - 1)dt \right\}.
 \end{aligned}$$

よって、

$$\max_{\gamma, \mu, a} \mathbb{E}^\eta \left\{ d\psi(W(t)) - \rho \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) (\psi(W(t)) - 1)dt \right\} = 0.$$

さらに、伊藤の公式から

$$\begin{aligned}
 d\psi(W(t)) &= \left\{ [rW(t) - u(\gamma(t)) + h(\eta(t))] \psi'(W(t)) + \frac{1}{2} \sigma^2 y(\mu(t), \eta(t))^2 \psi''(W(t)) \right\} dt \\
 &\quad + \sigma y(\mu(t), \eta(t)) \psi'(W(t)) dZ(t).
 \end{aligned}$$

よって、HJB 方程式

$$\begin{aligned}
 \max_{\gamma, \mu, \eta} \left\{ [rW(t) - u(\gamma(t)) + h(\eta(t))] \psi'(W(t)) + \frac{1}{2} \sigma^2 y(\mu(t), \eta(t))^2 \psi''(W(t)) \right. \\
 \left. - \rho \left((1 - \beta)g(\mu(t), \eta(t))L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) (\psi(W(t)) - 1) \right\} = 0
 \end{aligned}$$

が得られる。ここで、

$$\Psi(W(t)) = \psi(W(t)) - 1, \quad \Psi'(W(t)) = \psi'(W(t)), \quad \Psi''(W(t)) = \psi''(W(t))$$

より,

$$\max_{\gamma, \mu, \eta} \left\{ \left[rW(t) - u(\gamma(t)) + h(\eta(t)) \right] \Psi'(W(t)) + \frac{1}{2} \sigma^2 y(\mu(t), \eta(t))^2 \Psi''(W(t)) \right. \\ \left. - \rho \left((1 - \beta) g(\mu(t), \eta(t)) L(t) - \gamma(t) - c(\mu(t)) \right) \Psi(W(t)) \right\} = 0 \quad (17)$$

が得られる. 従って, $\gamma^*(t), \mu^*(t), \eta^*(t)$ は (17) 式の解である. すなわち, (17) 式を満たす報奨とサポートサービス及び努力は効用最大化問題の解である. $\square$

D (18) 式の導出

$\Pi(W) = -\rho^{-1} \ln(-\Psi(W))$ より

$$\begin{aligned} \Pi'(W) &= -\rho^{-1} \frac{-\Psi'(W)}{-\Psi(W)} = -\rho^{-1} \frac{\Psi'(W)}{\Psi(W)} \Rightarrow \Psi'(W) = -\rho \Pi'(W) \Psi(W), \\ \Psi''(W) &= -\rho \Pi''(W) \Psi(W) - \rho \Pi'(W) \Psi'(W) \\ &= -\rho \Pi''(W) \Psi(W) - \rho \Pi'(W) \left(-\rho \Pi'(W) \Psi(W) \right) \\ &= -\rho \Pi''(W) \Psi(W) - \rho^2 (\Pi'(W))^2 \Psi(W). \end{aligned}$$

これらを (17) 式に代入すると

$$\max_{\gamma, \mu, \eta} \left\{ \left[rW - u(\gamma) + h(\eta) \right] \left(-\rho \Pi'(W) \Psi(W) \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sigma^2 y(\mu, \eta)^2 \left[-\rho \Pi''(W) \Psi(W) - \rho^2 (\Pi'(W))^2 \Psi(W) \right] \right. \\ \left. - \rho \left[(1 - \beta) g(\mu, \eta) L - \gamma - c(\mu) \right] \Psi(W) \right\} = 0$$

ここで両辺を $-\rho \Psi(W)$ で除すると

$$\max_{\gamma, \mu, \eta} \left\{ \left[rW - u(\gamma) + h(\eta) \right] \Pi'(W) + \frac{1}{2} \rho \sigma^2 y(\mu, \eta)^2 (\Pi'(W))^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 y(\mu, \eta)^2 \Pi''(W) \right. \\ \left. + \left[(1 - \beta) g(\mu, \eta) L - \gamma - c(\mu) \right] \right\} = 0 \quad (18)$$

が得られる. $\square$

参考文献

- [1] Başar, T. and Bernhard, P. (1995): *H[∞]-Optimal Control and Related Minimax Design Problems A Dynamic Game Approach*, 2nd Edition, Birkhäuser.
- [2] Fleming, W. H. and Soner, H. M. (2006): *Controlled Markov Processes and Viscosity Solutions*, 2nd Edition, Springer Verlag, New York.

- [3] Karatzas, L. and Shreve, S. (1991): *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag.
- [4] Klein, J. P. and Moeschberger, M. L. (2003): *Survival Analysis*, 2nd Edition, Springer Science+Business Media.
- [5] Lambert, E. V., da Silva, R., Patel, D., Fatti, L., Kolbe-Alexander, T., Noach, A., Nossel, C., Derman, W. and Gaziano, T. (2006): Fitness-Related Activities and Medical Claims Related to Hospital Admissions –South Africa, 2006, *Preventing Chronic Disease*, **6**, 1–9.
- [6] Merrill, R. M., Hyatt, B., Aldana, S. G. and Kinnersley, D. (2011): Lowering Employee Health Care Costs Through the Healthy Lifestyle Incentive Program, *Journal of Public Health Management & Practice*, **17**, 225–232.
- [7] Patel, D., Lambert, E. V., da Silva, R., Greyling, M., Kolbe-Alexander, T., Noach, A., Conradie, J., Nossel, C., Borresen J. and Gaziano, T. (2011): Participation in Fitness-Related Activities of an Incentive-Based Health Promotion Program and Hospital Costs: A Retrospective Longitudinal Study, *American Journal of Health Promotion*, **25**, 341–348.
- [8] Sannikov, Y. (2008): A Continuous Time Version of the Principal-Agent Problem, *Review of Economic Journal Studies*, **75**, 957–984.
- [9] Vitality Health (2016): *Healthy Living Rewards And Partners*.
- [10] Yatsuya, H., Iso, H., Li, Y., Yamagishi, K., Kokubo, Y., Saito, I., Sawada, N., Inoue M. and Tsugane, S. (2016): Development of a Risk Equation for the Incidence of Coronary Artery Disease and Ischemic Stroke for Middle-Aged Japanese –Japan Public Health Center-Based Prospective Study–, *Circulation Journal*, **80**, 1386–1395.