Article

Viscoelastic Fluid in the Flow in Half-Spherical Gap

Hiroshi YAMAGUCHI and Masatoshi MORISHITA

*Department of Mechanical Engineering,
Doshisha University, 1-3 Miyakotani, Kyo-tanabeshi
Kyoto 610-0321, Japan*

Flow of viscoelastic fluid contained between a stationary outer sphere and a rotating inner hemisphere is studied experimentally. In the present investigation, relatively low-concentration polyacrylamide-water solutions are used as viscoelastic fluid, and for the sake of comparison glycerin-water solutions are used as the Newtonian fluid.

In experiments, measurements of the rotational torque and thrust are carried out. Various transition phenomena of flow modes that are unique to viscoelastic fluids are investigated by flow visualization for a wide range of rotational Reynolds numbers.

Key Words :Elastic flow instabilities / Flow modes / Spherical Couette flow / Torque characteristics / Thrust characteristic

粘弾性流体の同心同軸半球間隙流れ

山口 博司*, 森下 昌俊

(原稿受理: 2000年3月15日)

1. 緒 言

ニュートン流体の球クエット流れでは、内球回転-外球殻静止の場合、遠心力不安定性が生じ、赤道付近に Taylor-Görtler vortex (以下, T.G. 渦) と呼ばれる安定な渦列が発生する¹⁾。この T.G. 渦は超臨界状態にあり、さらにレイノルズ数の増加に伴い時間的・空間的な流れの構造を幾段階にも変化させる^{2),3)}。すなわちこれらを流れの遷移モードとしてとらえることができる。一方、非ニュートン流体である粘弾性流体の回転間隙流れでは、遠心力不安定性のみならず、弾性による不安定性が複雑な流れを導くことが報告^{4)~9)}されている。また、Yamaguchi ら^{7)~9)}は粘弾性流体の球クエット流れにおいて極付近よりリング状の境界が発生し、遠心力が支配的な領域と弾性が支配的な領域を形成することを実験的にも、また数値解析的にも報告している。

通常、粘弾性流体の球クエット流れは低回転（低回転レイノルズ数）において、内、外球とも赤道対称であり、上半球、下半球の間隙流れは対称流れとなる。

一方、内球を下半球のみにした場合、流れの赤道対称性が崩れ、特に半球間隙では粘弾性流体が持つ法線応力効果により、流線方向にせん断応力の他に張力が発生し、これと垂直な方向に応力が生じる。従って、内および外球全表面には、赤道非対称性によるスラスト力が生まれるものと考えられ

る。このように半球クエット流れ（内球を半球にした外球殻との同心同軸間隙流れ）は、流体力学的基础研究の見地から、また各種攪拌機器、化学・工業プラントにおける半球形状非対称回転系流体機器、さらにレオロジー計測に用いられる半球回転粘度計¹⁰⁾等への工学的応用に関しても、非常に自然な流れの形態として取り上げられる。しかし、これらの基礎流体的さらに工学的応用分野における重要性にも関わらず、粘弾性流体の半球クエット流れに関しては、未だ十分に研究がなされていないのが現状である。

そこで本研究では、粘弾性流体における外球殻静止時における半球クエット流れに関して流れ場の挙動および特性につき検討を行った。供試流体として希薄溶液でありながら比較的粘弾性特性を良く示す PAA (Polyacrylamide) 高分子の水溶液を使用し、広範囲なレイノルズ数において内球表面トルク、外球殻表面に作用するスラスト力の計測を行うとともに流れの可視化を行い、回転間隙のせん断場における粘弾性により誘起される流れのモードの調査を行った。

2. 実 験

2.1 実験装置及び実験方法

実験装置の概略を Fig.1 に示す。内半球①は塩化ビニル製で、外球殻②は可視化および写真撮影のためアクリル樹脂製とした。球クエット流れでは、内球半径 r_1 、また外球殻内面半径 r_2 とすると間隙比 $\beta = (r_2 - r_1)/r_1$ が流れ場に対して非常に

* 同志社大学工学部機械系学科
〒 610-0321 京都府京田辺市多々羅都谷 1-3

Fig.1 Schematic diagram of the apparatus.

Table I Variation of gap ratio.

radius of inner hemisphere r_1 [mm]	radius of outer sphere r_2 [mm]	gap ratio $\beta = (r_2 - r_1)/r_1$
65	70	0.0769
65	75	0.1538
65	78	0.2000

Process accuracy of the radii is smaller than $\pm 0.1\%$.

大きな影響を及ぼすことが知られている^{3),10)}。そこで、 r_1 , r_2 の選定に際し、内球回転-外球殻静止時において遠心力不安定性が発生し、T.G.渦の存在が確認され、間隙比が比較的狭い場合とされる¹⁰⁾、(Table Iに示すような r_1 , r_2 の組み合わせによって)3種類の間隙比 β を用いることとした。ここで内球および外球殻の表面は水力的平滑仕上げとした。内半球回転軸は直径8mmのジュラルミン製である。Fig.1に示すようにこれらの球をカップリングを介し同心同軸に配置し、2球間に供試流体を封入した。本研究では外球殻を静止、内半球は、モータ④により回転させ回転数を回転検出器⑥により、また内半球表面の摩擦トルクを内半球軸に直結されたトルク検出器③により測定した。外球殻はテーブル⑤の上部に固定し、テーブル⑤の下に設置されたロードセル⑧により外球殻表面にかかるスラスト力を測定した。トルク検出器、ロードセルから出力された信号は、トルクメータ⑦、アンプ⑨により、A/D変換を行ってコンピュータに入力し、処理演算を行った。なお、本実験により求められるトルク、スラスト力の計測値は、最大値において計測誤差はそれぞれ約 $\pm 0.1\%$ 、 $\pm 1.0\%$ である。

実験に際しては、流れのモードが回転加速度に影響される

ことを考慮し、内半球の回転数は準静的に変化させ、また内半球の回転数を変える毎に充分な待ち時間(5分間)をおき、流れのモードに変化がないことを確認した後に摩擦トルク、スラスト力の測定を行った。摩擦トルク、スラスト力計測値は、60 μ secおきに16000個のデータをコンピュータに取り込み、その平均値を代表データとした。一方、流れの可視化は供試流体の中にアルミニウム粉末を分散させることにより流れのモードを観測できるようにした。流れの可視化観測は、外球殻表面を通して赤道面上より行い(Frontal view)、赤道面をはさんでそれぞれ北半球、南半球に現れる流れの様相について目視観測を行なうとともに、写真撮影を行なった。ここで、供試流体に対するアルミニウム粉末の濃度は0.02%wt未満であり、供試流体の粘度および流れへの影響は見られなかった。

なお、内半球回転の摩擦による流体の温度変化は全ての実験条件下において約1 $^{\circ}$ C以下と非常に小さく、物性に対する温度補正の必要性は認められなかった。また、実験環境温度は実験装置全体を恒温室内に配置することで一定とし、この時の設定温度は22.0 $^{\circ}$ Cとした。

2.2 供試流体

本実験で用いた供試流体は、ニュートン流体としてグリセリン水溶液、また、粘弾性流体(非ニュートン流体)として、希薄溶液においても顕著な粘弾性のレオロジー特性を示し、

(1) Shear viscosity

(2) 1st normal stress difference

Fig.2 Rheological characteristics for PAA-water solutions.
▲: PAA500; △: PAA1000; ●: PAA1500; ○: PAA2000
— Power-law model; - - - Giesekus model

物性も比較的制御しやすいPolyacrylamide（三洋化成製サンプル AH-210P, 分子量 $M_n \approx 1.6 \times 10^7$ ）水溶液（500, 1000, 1500, 2000ppm 溶液）を用いた¹¹⁾。なお本実験では、これらの高分子水溶液を PAA と称し、溶液濃度別に区別した。

供試流体の作成にあたり PAA の溶解は攪拌器を用いて行い、攪拌速度、攪拌時間、および溶解温度（22.0℃）に留意し、各々の溶液の物性を全ての実験において同一かつ均一となるように配慮した。これらの供試流体のレオロジー特性の計測結果を Fig.2 に示す。ここで Fig.2-(1) はせん断粘度 η [Pa·s], (2) は第一法線応力差 N_1 [Pa] である。また、Fig.2-(1), (2) 中に示す実線、破線はそれぞれ後に示す式(3)および Giesekus モデル¹²⁾ によるフィット曲線である。さらに、Table II に示すレオロジー物質定数 m, n は、式(3)のべき乗則流体における係数定数である。これらの物質定数はコンプレート型レオメータで、せん断速度範囲（ $\dot{\gamma} = 2 \sim 240$ [1/s]）において測定した（Fig.2 に示す）粘度および第一法線応力差より算出した。ここで、供試流体のレオロジー計測に使用したコンプレート型レオメータは、特に比較的低濃度の高分子水溶液のレオロジー特性を計測するために制作したもので、せん断応力によるトルクおよび法線応力によるスラスト力をひずみゲージ式変位応力計測により最大約 1.2% の計測誤差で測定できるものである。また、後述の弾性不安定性に起因する流れモード変化の臨界問題を次元解析の視点より議論するため、本研究では供試流体のレオロジー特性の変化傾向を示す粘弾性モデルとして Giesekus モデル¹²⁾ を用い、それぞれ次元解析に必要なパラメータの見積もりを行なった。Fig.2 に示すように、べき乗則流体モデルおよび Giesekus モデルによるデータフィットは、データの変化傾向を良く示す。

Table II Power-law model fitting parameters
(range of shear rate : 2 ~ 240 [1/s]).

		m [mPa·s ⁿ]	n	k [mPa·s ^v]	v
PAA	500	70.497	0.5765	1.8879	0.5452
	1000	282.43	0.4518	5.0086	0.6193
	1500	668.52	0.3750	9.4023	0.6006
	2000	942.21	0.3562	20.306	0.4937

(for the shear viscosity $\eta = m\dot{\gamma}^{n-1}$ and first normal stress difference $N_1 = k\dot{\gamma}^v$)

実験において、供試流体の高せん断速度下における高分子鎖状構造の破壊による物性の変化を避けるため実験 1 回のみの使用とした。また、経時変化による影響を避けるため PAA は溶解後 24 時間以内で使用した。さらに、実験では計測前後の供試流体の特性確認（レオロジー物性をレオメータで再度計測）を行なった結果、物性値にはレオロジー計測誤差範囲においてほとんど変化がないことが示された。

3. 結果および考察

3.1 理論的背景

本研究で対象とする粘弾性流体は非圧縮性であり、流れ場は等温、また重力の影響は無視する。すなわち流れ場の支配方程式は以下のように表される。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

ここで、式(1)は連続の式、式(2)は Cauchy の運動方程式である。式(1)および式(2)において $\mathbf{v}$ は速度ベクトル、 ρ は密度、 t は時間、 p は圧力を示し、 $\boldsymbol{\tau}$ は応力テンソルを示す。通常、球クエット流れでは、内球あるいは外球の回転方法によらず遷移領域に至るまでのレイノルズ数領域において流れの特性は主に主流方向に対するせん断応力により支配される。そこで本研究ではトルク測定実験のデータの整理に関し、せん断場における供試流体の粘度の低下（Shear-thinning）を良く表し、かつ簡素な構成方程式であるべき乗則流体モデル（Power-law モデル）を式(2)の応力テンソル $\boldsymbol{\tau}$ に対して適用し、内半球回転・外球殻静止時における内半球基準のトルク算出を行うこととする。

$$\tau_{12} = m\dot{\gamma}_{12}^n \quad (3)$$

ここで、 τ_{12} はせん断応力、 $\dot{\gamma}_{12}$ はずり速度、 m, n は物質定数である。ただし、べき乗則流体モデルは使用する物質定数が 2 つと扱いやすい反面、流体の粘度低下が見られるずり速度領域のみににおいて有効な構成方程式であり、第一ニュートン領域においては大きな誤差を生じるため適用範囲に制約がある。しかし、本研究の単純球クエット流れ領域内における内半球間隙流れの代表点（赤道面上の最大せん断速度を与える点）のずり速度は、Table II に示したべき乗則流体の有効ずり速度の範囲内にあるため、べき乗則流体モデルの適用は十分な精度を与えるものと考えられる。

次に、Fig.3 に示すような球座標系（ r, θ, ϕ ）を考え、流れは軸対称を仮定する。内半球回転方向 ω に対する主流の流れ

Fig.3 Spherical coordinate system.

れ方向を正とすると流体に働く内半球の r 方向面におけるトルク T_r は、

$$T_r = 2\pi r_1^3 \int_{\pi/2}^{\pi} \tau_{r\phi} \sin^2 \theta d\theta \quad (4)$$

と表せる。ここで、 $\tau_{r\phi}$ は流体の微小要素 (r 方向面) に働く ϕ 方向のせん断応力であり、べき乗則流体に対し以下の式で表現できるものとする。

$$\tau_{r\phi} = m \left\{ r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\phi}{r} \right) \right\}^n \quad (5)$$

単純クエット領域に相当する赤道面 ($\theta=90^\circ$) において、内半球が回転角速度 ω で回転、外球殻静止の条件を考慮すると、周方向速度 v_ϕ は式(2), (5)より、

$$v_\phi = \left\{ \frac{\omega r}{(1+\beta)^{3/n} - 1} \right\} \left\{ \left(\frac{1+\beta}{\varepsilon} \right)^{3/n} - 1 \right\} \quad (6)$$

となる。ここで、間隙比 β を $\beta = (r_2 - r_1)/r_1$ 、また無次元半径比 ε を $\varepsilon = r/r_1$ とした。次に、流体密度 ρ を用いてトルクの無次元化を行い、内半球の r 方向面におけるトルク係数を以下のように定義する。

$$Cm_r = \frac{T_r}{\rho r_1^5 \omega^2} \quad (7)$$

従って、(4)(5)(6)(7)式より、

$$Cm_r = 2\pi \frac{1}{Re^*} (1+\beta)^3 \left\{ \frac{3/n \cdot \beta}{(1+\beta)^{3/n} - 1} \right\}^n \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^{2+n} \theta d\theta \quad (8)$$

となる。ここで Re^* は一般化レイノルズ数であり、 $(Re^* = \rho(r_1 \omega)^{2-n} (r_2 - r_1)^n / m)$ で定義される。

同様に、流れは軸対称を仮定し内半球回転方向に対する主流の流れ方向を正とすると、流体に働く内半球の赤道上 θ 方向面におけるトルク T_θ は、

$$T_\theta = 2\pi \int_0^{r_1} \tau_{\theta\phi} r^2 dr \quad (9)$$

と表せる。ここで、 $\tau_{\theta\phi}$ は流体の微小要素 (θ 方向面) に働く ϕ 方向のせん断応力であり、内半球が角速度 ω で回転、外球殻静止の条件で赤道面 ($\theta=90^\circ$) においてせん断速度 $\gamma_{\theta\phi}$ の ϕ 方向分布を線形近似する場合、べき乗則流体に対し以下の式で表現できるものとする。

$$\tau_{\theta\phi} = m \left\{ \frac{\omega r}{\sqrt{r_2^2 - r^2}} \right\}^n \quad (10)$$

次に、流体密度 ρ を用いてトルクの無次元化を行い、内半球の赤道上 θ 方向面におけるトルク係数を以下のように定義する。

$$Cm_\theta = \frac{T_\theta}{\rho r_1^5 \omega^2} \quad (11)$$

従って、(9)(10)(11)式より、

$$Cm_\theta = 2\pi \frac{1}{Re^*} \frac{(r_2 - r_1)^n}{r_1^{3+n}} \int_0^{r_1} r^{2+n} \left(\frac{1}{\sqrt{r_2^2 - r^2}} \right)^n dr \quad (12)$$

以上より、内半球全表面にかかるトルクは、

$$\begin{aligned} Cm &= Cm_r + Cm_\theta \\ &= \frac{2\pi}{Re^*} \left[\left(\frac{3/n \cdot \beta}{(1+\beta)^{3/n} - 1} \right)^n (1+\beta)^3 \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^{2+n} \theta d\theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{(r_2 - r_1)^n}{r_1^{3+n}} \int_0^{r_1} r^{2+n} \left(\frac{1}{\sqrt{r_2^2 - r^2}} \right)^n dr \right] \end{aligned} \quad (13)$$

となる。一方、鉛直下向きを正とすると外球殻の r 方向面におけるスラスト力 F_t は、

$$F_t = 2\pi \int_0^{\pi} (\tau_{r\theta} \sin \theta - \tau_{rr} \cos \theta) r_2^2 \sin \theta d\theta \quad (14)$$

と表せる。同様にして流体密度 ρ を用いてスラスト力の無次元化を行い、内半球が角速度 ω で回転、外球殻静止の条件で外球殻の r 方向面におけるスラスト係数を以下のように定義する。

$$Tm = \frac{F_t}{\rho r_1^4 \omega^2} \quad (15)$$

さらに粘弾性流体の単純せん断流れにおいては、弾性による法線応力が流線に張力を及ぼし、その結果、流線と弾性による法線応力の相互作用から弾性不安定性が発生することが実験的・解析的に広く報告されている⁴⁾。そこで、実験より得られた弾性不安定性に起因する流れのモード変化と間隙比に対する臨界値を統一的に整理する上で、弾性不安定性の発生するパラメータとして、Giesekusモデルを考慮したマッキンリー数¹³⁾ M (M_{crit} は臨界マッキンリー数を示す) を導入する。

$$\left\{ \frac{\lambda_1 \bar{\Psi}}{\Re} (\lambda_1 \dot{\gamma}) \left[\frac{\Psi_1(\dot{\gamma})}{2\chi_p \lambda_1} \left[\frac{\lambda(\dot{\gamma})}{\lambda_1} \right] \right] \right\}^{1/2} \geq \frac{M_{crit}}{\sqrt{2(1-\Lambda)}} \quad (16)$$

ここで式(16)において、 $\Psi_1(\dot{\gamma})$ および $\lambda(\dot{\gamma})$ はそれぞれ第一法線応力係数および緩和時間を示す物性関数¹⁴⁾で、 λ_1 、 χ_0 、 χ_p および χ_s はそれぞれ代表緩和時間、ゼロせん断粘度、高分子によるせん断粘度への寄与また溶媒によるせん断粘度への寄与¹⁴⁾を示す物質定数で、 Λ は χ_s/χ_0 を示す。これらのパラメータはFig.2に示されるように、Giesekusモデルにより供試流体のレオロジー特性の変化傾向を示すモデルパラメータとし

Table III Giesekus model fitting parameters
(range of shear rate : 2 ~ 240 [1/s]).

		χ_p [Pa · s]	χ_s [mPa · s]	χ_0 [Pa · s]	λ_1 [s]
PAA	500	0.0881	7.225	0.0953	6.25
	1000	0.5145	16.15	0.5307	7.55
	1500	1.201	23.04	1.224	8.53
	2000	3.196	29.20	3.225	9.55

て求められる．ここで、これら供試流体のGiesekusモデルによるモデルパラメータをTable IIIに示す．さらに、式(16)において $\bar{v}$ および $\Re$ はそれぞれ球クエット流れにおいては代表速度および代表曲率で、本研究では次式の関係式で定義した．

$$\bar{v} = v_\phi = r_1 \omega \sin \theta, \quad \Re = r_1 \sin \theta \quad (17)$$

3.2 結果及び考察

Fig.4にグリセリン水溶液、各PAA水溶液に対する C_m と Re^* の関係を示す．式(13)はShear-thinningを考慮した理論式であり、図からわかるように二次流れの影響が無視される単純クエット領域においては、式(13)と C_m はすべての実験データに

Fig.4 Generalized Reynolds number versus torque coefficient for glycerine and PAA-water solutions ($\beta=0.1538$).

対して良い一致を示すことがわかる．PAA水溶液の C_m とグリセリン水溶液のものと同レイノルズ数にて比較した場合、前者のほうが相対的に大きくなる．これはshear-thinningにより壁近傍でのせん断速度の非線形性が強くなるためであり、この傾向は濃度が高いほど強くなることが確かめられた．このことはポアズイユ流れにも見られる現象である¹³⁾．同様に、Fig. 5にグリセリン水溶液、各PAA水溶液に対する T_m と Re^* の関係を示す．ここで、PAA水溶液固有のスラスト特性として、正值の T_m をとるレイノルズ数の領域が存在することである．即ち、グリセリン水溶液では、すべてのレイノルズ数で T_m は負の値 ($-0.0924 \sim -0.0312$) となるのに対し、PAA水溶液では低レイノルズ数領域において、(例えば、Fig. 5よりPAA2000ではほぼ $Re^*=230$ までにおいて) 正值である．これは、粘弾性流体がもつ法線応力効果によるものと考えられる．特に、南半球の間隙流れでは流線方向にせん断応力の他に張力が発生し、それと垂直な方向に圧力が生じるため、外球殻の南半球部分を鉛直下向きに押し下げるものと考えられる．また、同じレイノルズ数において、PAA水溶液の T_m は、弾性の影響

Fig.5 Generalized Reynolds number versus thrust coefficient for glycerine and PAA-water solutions ($\beta=0.1538$).

が強いPAA2000の T_m が最大を示し、PAA500の T_m が最小となり、 T_m はPAAの濃度に強く依存することが明らかとなった．ここで、本研究では T_m に対しては、式(13)に示すような実験式を与えることができなかった．即ち、式(14)に現れる $\tau_{r\theta}$ および $\tau_{\theta r}$ に対応する速度場の見積もりが非常に困難なためである(最も単純なPower-lawモデルにおいても速度場の近似が困難となる)．従って、本報告では粘弾性効果によるスラスト力の存在を確認するにとどめ、 T_m の予測に関しては数値解析的手法による研究に期し、将来的な研究としたい．

Fig.6-(1), (2), (3)はそれぞれ3種類の間隙比 β において観測された超臨界領域におけるPAA水溶液の流れのモード図であり、可視化実験より得られた結果をTable IVに示す6種類の流れモードに分類し、弾性不安定性の発生パラメータである臨界マッキンリー数(式(16)参照)をレイノルズ数に対して表したものである．

なお、本研究で使用するマッキンリー数の定義式(16)中のせん断速度は、赤道上的内半球壁を代表点として以下の式、

$$\dot{\gamma} = \frac{3\omega}{1 - (1 + \beta)^{-3}} \quad (18)$$

で定義した¹⁴⁾．ここで、Table IVにおける基本的な6種類の流れは、表中に示されるように、外球殻表面を通しての観測および南半球の間隙における観測結果より総合的に判断したものである．以下に流れの様相について述べる．まず、本研究で観測された最も基本的な流れの形態であるLIは、北半球においては“upper vortex”(後述)をともなう二次流れを、また南半球の間隙では非常に弱い二次元流れをもつクエット流となる流れのモードを示す．次に、Ltは北半球ではLIと同じ流れの様相を示すものの、南半球の間隙にT.G.渦¹⁾が発生する流れのモードを示す．さらに、Ltsでは南半球の間隙に生じたT.G.渦がスパイラル構造^{2),3)}を持つものである．LSIでは逆に北半球においてスパイラル構造をもつT.G.渦が発生するも

Fig.6 Dependence of flow modes on the Reynolds number and Mckinley number.

▲ : PAA500 ; ■ : PAA1000 ; ● : PAA1500 ; ◆ : PAA2000

Table IV Flow mode classification of PAA-water solutions.

Mode	Characteristics	
	Upper hemisphere	Hemisphere gap
Ll	Laminar or Laminar+secondary flow + upper vortex	Laminar+secondary flow
Lt	Laminar or Laminar+secondary flow + upper vortex	TG vortex
Lts	Laminar or Laminar+secondary flow + upper vortex	TG vortex +spiral TG vortex
LSt	Laminar+secondary flow + upper vortex + spiral TG vortex	TG vortex
LSts	Laminar+secondary flow + upper vortex + spiral TG vortex	TG vortex +spiral TG vortex
OSts	Oscillating+spiral TG vortex	TG vortex + spiral TG vortex

の、南半球の間隙では通常のT.G.渦のみが存在する流れのモードを示す。一方LStsでは、北半球及び南半球の間隙に生じたT.G.渦がともにスパイラル構造をもつ流れのモードを示す。最後に、OStsではLStsにおいて存在した、最も基本的な流れの形態すなわち、“upper vortex”をともなう二次流れが、

振動を開始し北半球全体がスパイラルT.G.渦をともなう複雑な流れとなるモードを示す。次に、Fig.6-(1), (2), (3)を比較した場合、それぞれ流れのモードは類似した傾向を示すものの、間隙比が小さくなるにつれてLStの領域が低いマッキンリー数において発生する特徴が分かる。さらに、これに伴いLtsの領域が大きく変化する影響を受けることが示された。このように、本実験で確認されたPAA水溶液特有の流れのモードはFig.6に示すように、マッキンリー数を考慮することによって非常に良く整理できることが分かった。以下、(Table IVによるモード分類に従った)モード図で、代表例として、 $\beta=0.1538$, PAA2000の場合 (Fig.6-(2)参照) について説明する。始めに、マッキンリー数が $M=1.89(Re^*=6.524)$ までは北、南半球とも単純二次流れであるモードLlを維持する。ここで特に、北半球の θ 面上には、本研究により存在が示された非常に微弱な輪状の循環渦の発生が認められる。本研究では以下、この輪状構造を持つ渦を“upper vortex”と呼称する。Fig.7に“upper vortex”の可視化例及びスキームを示す。図に示されるように、upper vortexは、子午面上における北半球 θ 面上の外球殻より位置し、北半球 θ 面上における二次流れの r 方向成分が逆流することにより形成される。この渦は、北半球 θ

Fig.7 The existence of “upper vortex”(flow visualization and schematic drawing of the flow field structure for the cross section (PAA2000)).

面上における半径方向流れ（二次流れ）の剥離が原因と考えられる。また、この渦領域はグリセリン、PAA水溶液共に見受けられるものの非常に微弱であるため可視化実験においても肉眼での観察は困難を極めた（ただし、高濃度PAA水溶液では比較的その存在が明らかとなる）。 $M=1.89(Re^*=6.524)$ からは、南半球の赤道付近よりFig.8-(1)に示すような輪状構造をもつ渦が発生する (Lt)。渦の発生は、遠心力不安定性による影響が大きく、さらに弾性の影響も加わり幾度とその形を変化させるPAA水溶液特有のT.G.渦と推察される。また、Fig.8-(2)に示すように、半球回転速度の増加により $M=1.94(Re^*=34.984)$ では南半球の赤道付近に発生したT.G.渦は、南極方向に進行しスパイラルT.G.渦となる (Lts)。さらに、Fig.8-(3)に示すように高い半球回転速度に対して $M=1.96(Re^*=60.823)$ では、南半球だけでなく北半球にもスパイラルT.G.渦が発生した (LSts)。このスパイラルT.G.渦は、北半球の赤道付近から北極方向に進行するものの、南半球のスパイラルT.G.渦と比べて、発生の時間間隔や渦列の空間的間隔も全く異なり赤道面に非対称な流れのモードである。以上、粘弾性流体の半球間隙流れに対する (Fig.6に示されるようなPAA水

(1) mode Lt ($Re^* = 6$).

(2) mode Lts ($Re^* = 35$).

(3) mode LSts ($Re^* = 61$).

Fig.8 Typical flow modes for the PAA-water solution (PAA2000, $\beta=0.1538$).

溶液特有の) 流れのモードの発生原因として、赤道付近の遠心力不安定性と粘弾性流体の持つ弾性不安定性の影響が考えられる。一方、内半球回転－外球殻静止時の球クエット流れでは極付近より帯状構造を示す渦が発生することが、Yamaguchiら⁷⁾によって報告されているものの、本研究の実験範囲では、それらのような弾性不安定性のみに起因するような流れのモードは認知されなかった。以上の可視化実験の結果より、粘弾性流体特有のスパイラルT.G.渦は弾性の効果が強ければ低レイノルズ数領域においても発生する傾向がみられ、溶液の濃度が高くなるほど不安定性現象が生じやすい傾向を示すことが確認された。

4. 結 言

本研究の内半球回転－外球殻静止時における粘弾性流体の同心同軸半球間隙流れに関して次のような結論を得た。

1. 流体力学的安定な低レイノルズ数において、理論式 (13) でトルク係数 C_m を良く表現できることがわかった。
2. 粘弾性流体の外球表面に作用するスラストの測定結果から、同レイノルズ数の場合、 T_m は溶液濃度が高いほど大きくなり、内球を半球にすることにより、粘弾性流体の法線応力効果が確かめられた。
3. マッキンリー数を用いることによって弾性不安定性に起因する流れのモードは良くまとめられる。特に、北半球の θ 面上には、非常に微弱な循環渦の存在が確認され、高濃度PAA水溶液においてその存在はより顕著になることが示された。

謝 辞

本研究の一部は、文部省の補助による同志社大学大学院 RCAST の支援を受けた。記して謝意を表す。また、本研究の遂行にあたり、多大な御助言、御助力を賜った同志社大学工学部押目教授に感謝の意を表す。

参考文献

- 1) Wimmer M, *J Fluid Mech*, **78**, 317 (1976).
- 2) Nakabayashi K, *J Fluids Eng*, **100**, 97 (1978).
- 3) 中村功一, 機論, **63**, 3499 (1997).
- 4) Larson R G, *Rheolo Acta*, **31**, 213 (1992).
- 5) McKinley G H, Byars J A, Brown R A, Armstorong R C, *J Non-Newtonian Fluid Mech*, **40**, 201 (1991).
- 6) Shaqfeh E S G, Muller S J, Larson R G, *J Fluid Mech*, **235**, 285 (1992).
- 7) Yamaguchi H, Fujiyoshi J, Matsui H, *J Non-Newtonian Fluid Mech*, **69**, 29 (1997).
- 8) 山口博司, 西口文吾, 日本レオロジー学会誌, **26**, 169 (1998).
- 9) Yamaguchi H, Fujiyoshi J, Matsui H, *J Non-Newtonian Fluid Mech*, **69**, 47 (1997).

- 10) Egbers C, Rath H J, *Acta Mechanica*, **111**, 125 (1995).
- 11) Rofe C J, Lambert R K, Callaghan P T, *J Rheol*, **38**, 875 (1994).
- 12) Giesekus H, *J Non-Newtonian Fluid Mech*, **11**, 69 (1982).
- 13) McKinley G H, Pakdel P, Ozetekin A, *J Non-Newtonian Fluid Mech*, **11**, 69, (1982)
- 14) 中村喜代次, “非ニュートン流体力学”, (1997), コロナ社 東京.
- 15) Joo Y J, Shaqfeh E S, *J Fluid Mech*, **262**, 27 (1994).
- 16) 小川 明, “レオロジー概論”, (1991), 山海堂 東京.