Article

Viscoelastic Fluid Flow in the Half-Spherical Gap in the Rotation of Outer Sphere in Dual Spheres

Hiroshi YAMAGUCHI, and Naoya OHARA

*Department of Mechanical Engineering,
Doshisha University, 1-3 Tataramiyakotani, Kyo-tanabeshi
Kyoto 610-0321, Japan*

Flow of viscoelastic fluid contained between a stationary inner half-sphere and a rotating outer sphere was studied experimentally. Measurements of the stationary torque and thrust of the inner half-sphere were made. The situation of uniquely appearing flow for viscoelastic fluids were obtained by flow visualization. The measurement results of torque and thrust showed that Reynolds number and a gap ratio influenced the torque characteristics substantially, while the thrust is much effected by the elastic effect. Resultant experiment data was arranged by empirical formula for given geometric configuration, using the Deborah number together with the generalized Reynolds number.

Key Words: Spherical Couette flow / Deborah number / Elastic effect / Torque characteristics / Thrust characteristic

二重球殻の外球殻回転時における粘弾性流体の半球間隙流れ

山口 博司*, 大原 直也

(原稿受理: 2002年3月27日)

1. 緒 言

流体工学における流体機械や回転機械が曲面状の間隙を持つ場合がある。この場合、重要となる流れの形態の一つに、球クエット流れ (Spherical Taylor Couette flow) がある。これは、径の異なる二球間隙内の流れであり、流体力学的基礎研究分野から流体工学的应用分野に至るまで様々な研究がなされている^{1)~5)}。

また、プラスチック原料に代表されるような高分子 (ポリマー) は、粘弾性流体 (Viscoelastic Fluid) であり、非ニュートン粘性や法線応力効果等のレオロジー特性を有する。非ニュートン粘性によりせん断粘度はひずみ速度に依存し、また、弾性効果としての法線応力効果により張力が流線方向に発生し、張力に垂直な方向に圧力が生じる。よって、粘弾性流体はニュートン流体には見られない様々な流動特性を示す。これまで粘弾性流体の球クエット流れについては、山口ら^{4),5)}が内球回転外球殻静止時において、ニュートン流体との比較を行い、レオロジー特性によるトルク特性の変化を実験的および解析的に報告している。これら、粘弾性流体の球クエット流れは、低レイノルズ数において内球回転、外球殻回転を問わず赤道面対称であり、上半球、下半球の流れは対称流れとなる。一方、内球を下半球のみにした場合、赤道面で流れの対称性が崩れる。この場合について、山口ら⁶⁾が内半球回転外球殻静止時に、内半球がトルクのみならずスラスト

力を受けることや、赤道付近にテイラー・ゲルトラ渦 (以下、T.G. 渦) と呼ばれる安定な渦列が発生し、レイノルズ数の増加に伴い流れの構造を幾段階にも変化させることを報告している。この半球間隙流れは、トルクコンバータに代表される回転を伴う流体機器への応用、さらに半球回転粘度計等への応用が期待される。しかし、これらの流体工学的应用分野における重要性にも関わらず、粘弾性流体の半球間隙流れは、未だ十分に研究がなされていないのが現状である。

そこで本研究では、流体工学的应用を視野に半球間隙流れをより詳しく調べるため、外球殻回転内半球静止時における粘弾性流体の半球間隙流れの研究を行った。供試流体として希薄溶液でも粘弾性特性を良く示すPAA(Polyacrylamide)高分子の水溶液を使用した。実験では、比較のため内半球回転外球殻静止時に層流から乱流まで変化するレイノルズ数領域において、内半球表面のトルクおよびスラスト力の測定を行った。また、流れの可視化を行い、主流および二次流れの様子を観察した。

2. 実 験

2.1 実験装置及び実験方法

実験装置の概略を Fig.1 に示す。内半球①は塩化ビニル製で、外球殻②は可視化および写真撮影のためアクリル樹脂製とした。球クエット流れでは、内球半径 r_1 、また外球殻内面半径 r_2 とすると間隙比 $\beta = (r_2 - r_1)/r_1$ が流れ場に対して非常に大きい影響を及ぼすことが知られている。そこで、 r_1 、 r_2 の選

* 同志社大学工学部機械系学科
〒610-0321 京都府京田辺市多々羅都谷 1-3

Table I Variation of gap ratio.

radius of inner hemisphere r_1 [mm]	radius of outer sphere r_2 [mm]	gap ratio $\beta=(r_2-r_1)/r_1$
65	70	0.0769
65	75	0.1538
65	78	0.2000

Process accuracy of the radii are smaller than $\pm 0.1\%$

定に際し、内球回転外球殻静止時において遠心力不安定性が発生し、T.G渦の存在が確認され、間隙比が比較的狭い場合とされる $\beta \leq 0.33$ となるよう r_1 , r_2 の組み合わせによって3種類の間隙比 β を用いることとした。ここで内球および外球殻の表面は水力的平滑仕上げとした。内球軸は直径8 mmのジュラルミン製である。Fig.1に示すように、これらの球をカップリングを介し同心同軸に配置し、2球間に供試流体を封入した。本研究では内半球を静止、外球殻はターンテーブル③を介しモータ⑤により回転させた。回転数をインバータ④で制御し、内半球表面にかかるスラスト力を上部に設置されたロードセル⑥により測定した。また内半球表面の摩擦トルクを内球軸に直結されたトルク検出器⑦により測定した。ロードセル、トルク検出器から出力された信号はアンプ⑧、トルクメータ⑨により増幅し、A/D変換を行ってコンピュータに入力した。なお、本実験により求められるトルク、スラスト力の計測値は、最大値において計測誤差はそれぞれ約 $\pm 2.0\%$ 、 $\pm 1.6\%$ である。

実験に際しては、流れのモードが回転加速度に影響されることを考慮し⁸⁾、外球の回転数は準静的に変化させ、外球の回転数を変える毎に充分な待ち時間（5分間）をおき、流れのモードに変化がないことを確認した後に摩擦トルク、スラ

Fig.1 Schematic diagram of the apparatus.

Table II-I Power-law model fitting parameters (range of shear rate : 1~240 [1/s]).

		m [mPa·s ⁿ]	n
PAA	500	70.05	0.6075
	1000	250.1	0.4550
	1500	517.9	0.3950
	2000	814.1	0.3625

(for the shear viscosity $\eta = m \dot{\gamma}^{n-1}$)

Table II-II Giesekus model fitting parameters (range of shear rate : 1~240 [1/s]).

		η_p [Pa·s]	η_s [mPa·s]	relaxation time λ_1 [s]	mobility factor α
PAA	500	0.105	8.50	3.0	0.002
	1000	0.405	14.0	3.5	0.002
	1500	0.825	19.0	4.0	0.002
	2000	1.40	22.0	4.5	0.002

スト力の測定を行った。摩擦トルク、スラスト力の計測値は、60 μ secおきに16000個のデータをコンピュータに取り込み、その平均値を代表データとした。一方、流れの可視化は供試流体の中にアルミニウム粉末を分散させることにより流れのモードを観測できるようにした。流れの可視化観測は装置正面および子午線断面上より行い、赤道面をはさんでそれぞれ北半球、南半球に現れる流れの様相について目視観測を行なうとともに写真撮影を行なった。ここで、供試流体に対するアルミニウム粉末の濃度は0.02%wt未満であり、供試流体の粘度および流れへの影響は見られなかった。

また、外球殻回転の摩擦による流体の温度変化は全ての実験条件下において約0.5°C以下と非常に小さく、物性に対する温度補正の必要性は認められなかった。なお、実験環境温度は実験装置全体を恒温室内に配置することで一定とし、この時の設定温度は22.0°Cとした。

2.2 供試流体

本実験で用いた供試流体は、ニュートン流体としてグリセリン水溶液、また、粘弾性流体（非ニュートン流体）として、希薄溶液においても顕著な粘弾性のレオロジー特性を示し⁹⁾、物性も比較的制御しやすいPolyacrylamide（三洋化成製 サンプロック AH-210P、推定分子量約 1.6×10^7 ）水溶液（500, 1000, 1500, 2000ppm溶液）を用いた。なお本実験では、これらの高分子水溶液をPAA水溶液と称し、溶液濃度別に区別した。

供試流体の作成にあたりPAA水溶液の溶解は攪拌器を用いて行い、攪拌速度、攪拌時間、および溶解温度（22.0°C）に留意し、各々の溶液の物性を全ての実験において同一かつ均一となるように配慮した。これらの供試流体のレオロジー特性をFig.2に示す。ここでFig.2-(1)はせん断粘度 η [Pa·s]、Fig.2-(2)は第一法線応力差 N_1 [Pa]である。また、これらのデータを後に示す式(1)のPower-lawモデル、およびGiesekusモデル¹⁰⁾（付録参照）によりフィットさせることで各々の物質定数を算出した。図中に示す実線、破線はそれぞれのフィット曲線である。さらに、Table II-IにPower-lawモデルの物質定数 m , n を示す。また、Table II-IIにGiesekusモデルの物質定数 η_p , η_s , λ_1 , α を示す。ここで、 λ_1 は弾性を表す無次元数 De の代表緩和時

間、 α は流動係数である。実験において、供試流体の使用は高せん断速度下における高分子鎖状構造の破壊による物性の変化を避けるため各実験に対し1回のみの使用とした。また、経時変化による影響を避けるためPAA水溶液は溶解後24時間以内で使用した。

(1) Shear viscosity

(2) 1st normal stress difference

▲ PAA500 ; △ PAA1000 ; ● PAA1500 ; ○ PAA2000
 — Power-law model ; - - - Giesekus model¹⁰⁾

Fig.2 Rheological characteristics for PAA-water solutions.

Fig.3 Spherical coordinate system.

3. 結果および考察

3.1 理論的背景

山口らによる前報⁹⁾の研究、内半球回転外球殻静止時と同様に、Power-lawモデル¹⁰⁾を適用し、内半球静止外球殻回転時における内半球へ加わる摩擦トルクの算出を行うこととする。

外球殻回転方向に対する主流の流れ方向を正とし、流体に働く内半球 r の方向面におけるトルク係数 Cm_r は、

$$Cm_r = 2\pi \frac{1}{Re^*} (1 + \beta)^{2-n} \left\{ \frac{3/n \cdot \beta}{1 - (1 + \beta)^{-3/n}} \right\}^n \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^{2+n} \theta d\theta \quad (1)$$

となる。また、内半球の赤道上 θ 方向面におけるトルク係数 Cm_θ は、

$$Cm_\theta = 2\pi \frac{1}{Re^*} \beta^n (1 + \beta)^{2-n} \int_0^1 \epsilon^2 \left\{ \frac{\epsilon}{\sqrt{(1 + \beta)^2 - \epsilon^2}} \right\}^n d\epsilon \quad (2)$$

となる。以上より、内半球全面にかかるトルク係数 Cm は、

$$\begin{aligned} Cm &= Cm_r + Cm_\theta \\ &= \frac{2\pi}{Re^*} (1 + \beta)^{2-n} \left[\left(\frac{3/n \cdot \beta}{1 - (1 + \beta)^{-3/n}} \right)^n \int_{\pi/2}^{\pi} \sin^{2+n} \theta d\theta \right. \\ &\quad \left. + \beta^n \int_0^1 \epsilon^2 \left\{ \frac{\epsilon}{\sqrt{(1 + \beta)^2 - \epsilon^2}} \right\}^n d\epsilon \right] \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ここで Re^* は一般化レイノルズ数であり、 $Re^* = \rho (r_2 \omega)^{2-n} (r_2 - r_1)^n / m$ で定義される。また、無次元半径比 ϵ を $\epsilon = r/r_1$ とした。

続いて、スラスト力について考える。鉛直上向きを正とすると内半球の r 方向面を押し上げる力 F_r は、

$$F_r = 2\pi r_1^2 \int_{\pi/2}^{\pi} \{ (\tau_{rr} - p) \cos \theta - \tau_{r\theta} \sin \theta \} \sin \theta d\theta \quad (4)$$

と表せる。同様に鉛直下向きを正とすると、内半球の赤道上 θ 方向面を押し下げる力 F_θ は、

$$F_\theta = 2\pi \int_0^{r_1} (\tau_{\theta\theta} + p) r dr \quad (5)$$

と表せる。鉛直上向きを正とし、トルク係数と同様にスラスト力も無次元化を行い、スラスト係数を以下のように定義する。

$$Tm = \frac{F_r - F_\theta}{\rho r_1^4 \omega^2} \quad (6)$$

ここで、本研究では Tm に対しては、式(3)に示すような理論的近似式を与えることができなかった。すなわち、式(4)(5)に現れる応力および圧力に対応する速度場の見積もりが非常に困難なためである。つまり式(3)のような応力および圧力と速度に対する単純な関数関係が成立しないためである。

従って、本研究では後に示す実験式により Tm に対する見積もりを与えるものとした。

3.2 結果及び考察

Fig.4に3種類の間隙比を代表し $\beta = 0.1538$ の場合について、グリセリン水溶液とPAA水溶液のトルク係数のレイノルズ数に対する比較および式(3)による近似線を示す。図中の(i) ($Re^* = 10$)および(ii) ($Re^* = 300$)は後に示す可視化結果のレイノルズ数に対応する。Fig.4に示されるように、式(3)は Shear-thinning を考慮した近似式であり、低レイノルズ数領域において、式(3)と計測値は比較的良好一致を示すことがわかる。一方、高レイノルズ数領域では、計測値と近似式に差異を生じる。これは、二次流れの発達により二球間隙での速度分布の線形性が崩れるためであると考えられる。また、全レイノルズ数領域においてPAA水溶液の濃度による差が小さいことから、弾性効果がトルク係数に及ぼす影響は微小であると考えられる。

同様にして、Fig.5に3種類の間隙比を代表し $\beta = 0.1538$ の場合についてグリセリン水溶液とPAA水溶液のレイノルズ数に

Fig.4 Generalized Reynolds number versus torque coefficient for glycerine and PAA-water solutions. ($\beta = 0.1538$)

Fig.5 Generalized Reynolds number versus thrust coefficient for glycerine and PAA-water solutions. ($\beta = 0.1538$)

対するスラスト係数の比較を示す。Fig.5に示されるように、全ての条件において Tm は正值となる。すなわち、内半球は常に上向きスラスト力を受けることが分かる。また、レイノルズ数が同じ条件ではグリセリン水溶液に対しPAA水溶液の Tm は非常に大きい値を示し、PAA濃度が濃いほどこの傾向は強くなることが示された。これは、PAA水溶液がもつ法線応力効果によるものと考えられる。すなわち、南半球の間隙流れでは流線方向にせん断応力の他に張力が発生し、それと垂直な方向に圧力が生じるため、内半球の南半球壁が鉛直上向きに押し上げられるものと考えられる。また、レイノルズ数の増加に伴いスラスト係数は減少する。これは、遠心力（慣性力）の増大に対し、スラスト係数に対する弾性効果の影響の割合が小さくなることを示す。

次に、トルク、スラスト特性に対応する流れ場の様子を表すため、代表例としてPAA2000, $\beta = 0.1538$ の場合についての可視化結果および模式図をそれぞれ各代表レイノルズ数 $Re^* = 10, Re^* = 300$ に関してFig.6-(a) (b) (c)に示す。Fig.6-(a)は装置正面からの可視化結果であり、主流方向の流れを示す。図に示されるように、主流方向の流れは常に層流であることが確認された。一方、PAA水溶液特有の現象として、Fig.6-(a)-(ii)に示されるように、 Re^* の増加に伴い南極付近より発生し、その後赤道方向に進行し、二次流れの境界において消滅する帯状構造を持つ渦の存在が確認された。また、この渦は消滅した後、再び南極付近より発生し、一連の変化を周期的に繰り返すことが分かった。本研究では以下、この帯状構造をもつ渦を“traveling cell”と呼称する。北半球での球空間、南半球での球間隙における二次流れおよびtraveling cellの様子を調べるため、子午線断面上における可視化結果をFig.6-(b) (c)に示す。Fig.6-(b)は南半球間隙断面の可視化結果であり、Fig.6-(b)-

Fig.6 Visualization result for the PAA-water solutions. ($\beta = 0.1538$, PAA2000)

(ii)に示されるように, **traveling cell**は外球殻壁面に沿って南極から赤道へ移動することが確認され, 断面に形成される二次流れに沿う運動を伴うことが分かる. また, **traveling cell**の発生に伴うトルクおよびスラスト特性への影響は少ないことから, **traveling cell**は非常に微弱な循環であることが推測される. また, Fig.6(c)は北半球の二次流れの様子を示したものである. 北半球の二次流れはグリセリン水溶液と同様に外球殻

に沿い北極から赤道へ向かう方向に循環する. Fig.6-(c)-(i), (ii)の比較より, Re^* の増加に伴い北半球の二次流れが発達することが確認された. なお, 本研究の実験範囲においてPAA水溶液では内半球回転時(外球殻静止時)に見られるT.G渦, 流れの遷移モード, あるいは乱流モード⁶⁾は確認されなかった.

3.3 実験式

本研究における内半球壁面へのトルク, スラスト力の測定結果より, トルク係数 C_m およびスラスト係数 T_m はレイノルズ数, PAA水溶液の弾性効果, 間隙比が複雑に反映することが明らかとなった. そこで本研究では工学的応用を考慮し, トルク係数およびスラスト係数の結果を以下に示す実験式で整理することを試みた. C_m および T_m の濃度による変化を考慮するためPAA水溶液の弾性効果を表す無次元数としてデボラ数を採用し, 以下のように定義した.

$$De = \lambda_1 \frac{r_2 \omega}{r_2 - r_1} \quad (7)$$

トルク係数およびスラスト係数の式の形を慣性項, 粘性項, 弾性項および間隙比の項に分割し以下のように仮定した.

$$C_m^* = C_1 \left(1 + C_2 \frac{1}{Re^*} + C_3 \frac{De}{Re^*} \left(1 + \frac{\zeta}{Re^*} \right) \right)^{k_1} (1 + C_4 \beta)^{k_2} \quad (8)$$

$$T_m^* = C_5 \left(1 + C_6 \frac{1}{Re^*} + C_7 \frac{De}{Re^*} \left(1 + \frac{\zeta}{Re^*} \right) \right)^{k_3} (1 + C_8 \beta)^{k_4} \quad (9)$$

ここで, C_m^* は実験式によるトルク係数, T_m^* は実験式によるスラスト係数であり, $C_1 \sim C_8$, $k_1 \sim k_4$, ζ は実験定数である. 本研究では, これら実験定数については, 可能な組み合わせについて演算を行い, 実験定数を最もよく整理できるものを求めた. 以上, C_m^* , T_m^* と C_m , T_m の相関を行い, 式を整理した結果次の実験式を得た.

$$C_m^* = 0.0057 \left(1 + 2000 \frac{1}{Re^*} \right)^{0.90} (1 + \beta)^{3.3} \quad (10)$$

$$T_m^* = 0.11 \left(1 + 1.5 \frac{De}{Re^*} \left(1 + \frac{6.5}{Re^*} \right) \right)^{0.84} (1 + 2.7\beta)^{0.42} \quad (11)$$

ここで, 式(10)については相関の結果, 式(8)の実験定数 $C_3 \approx 0$ となるため弾性項を消去した. また, 同様に式(11)については相関の結果, 式(9)の実験定数 $C_6 \approx 0$ となるため粘性項を消去した. 式(10)より得られるトルク係数 C_m^* と実験で得られたトルク係数 C_m の相関図をFig.7に示す. 図に示されるように実験式(10)は実験値と良い一致を示す. このことから, PAA水溶液の弾性効果がトルクに与える影響は微小であることが分かる. 一方, 式(11)より得られるスラスト係数 T_m^* と実験で得られたスラスト係数 T_m の相関図をFig.8に示す. 図に示されるように実験式(11)は実験値と良い一致を示す. このことから, スラスト力にPAA水溶液の弾性効果が大きく影響を及ぼすことが分かる.

最後に, 本研究の結果より外球殻回転内半球静止の条件では, 内半球回転外球殻静止時に見られる流れのモード変化によるT.G渦の発生およびこれに伴うトルク, スラスト特性の

Fig.6 (continued) Visualization result for the PAA-water solutions. ($\beta = 0.1538$, PAA2000)

変化は認められない。この点において、複雑なモード変化の少ない外球殻回転内半球静止の条件は弾性効果によるスラスト特性を良く表し、粘性効果によるトルク特性を良く表すため、レオロジー計測機能が期待される。さらに、弾性効果を評価するレオメータとしての半球回転粘度計への応用が考えられる。

4. 結 言

本研究の外球殻回転-内半球静止時における粘弾性流体の半球間隙流れに関して次のような結論を得た。

1. 前報³⁾の内半球回転時と同様にして、本研究における外球殻回転時においても、二次流れの影響を無視できる

Fig.7 Correlation diagram for torque coefficient.

Fig.8 Correlation diagram for thrust coefficient.

低レイノルズ数の範囲において、トルク係数はPower-lawモデルを用いた近似式によりよく表現できる。また、スラスト係数は粘弾性流体の弾性効果の影響を強く受けることがわかった。

2. 外球殻回転時では内半球回転時と比べて、発現する流れモードは非常に単純であり、唯一確認されたモード変化は、レイノルズ数の増加に伴い、南極付近から帯状構造をもつ渦(traveling cell)が発生するものである。
3. 前報³⁾で確認されたupper vortex, T.G渦, スパイラルT.G渦, 本研究で確認されたtraveling cellはトルクおよびスラスト特性への影響が少ないことがわかった。
4. トルク係数のデータは一般化レイノルズ数と間隙比を用いた実験式(10)により良く整理できる。また、スラスト係数のデータはデボラ数を加えた実験式(11)により良く整理できる。

謝 辞

本研究の一部は、株式会社ソフトウェアクレイドルの支援を受けた。記して敬意を表す。また、文部科学省高度推進化経費「新技術開発研究プロジェクト」の支援を受けた。記して敬意を表す。

参考文献

- 1) 中林功一, 日本機械学会論文集 B, 49-443, 1329 (1983).
- 2) 中林功一, 日本機械学会論文集 B, 50-449, 11 (1984).
- 3) 中林功一, 日本機械学会論文集, 42-363, 3451 (1976).
- 4) Yamaguchi H, Fujiyoshi J, Matsui H, *J Non-Newtonian Fluid Mech*, **69**, 29 (1997).
- 5) Yamaguchi H, Matsui H, *J Non-Newtonian Fluid Mech*, **69**, 47 (1997).
- 6) 山口博司, 森下昌俊, 日本レオロジー学会誌, **28**, 105 (2000).
- 7) Egbers C, Rath HJ, *Acta Mechanica*, **111**, 125 (1995).
- 8) Wimmer M, *J Fluid Mech*, **78**, 317 (1976).
- 9) Rofe CJ, Lambert RK, Callaghan PT, *J Rheol*, **38**, 875 (1994).
- 10) 中村喜代治, “非ニュートン流体力学”, (1997), コロナ社, 東京, p45, 69, 141-145.

付 録

Material Function for the Giesekus model.

Steady shear flow :

$$\eta(\dot{\gamma}) = \eta_s + \eta_p \frac{(1-f)^2}{1+(1-2\alpha)f}$$

$$\frac{\Psi_1(\dot{\gamma})}{2\lambda_1(\eta_0 - \eta_s)} = \frac{f(1-\alpha f)}{(\lambda_1 \dot{\gamma})^2 \alpha (1-f)}$$

where,

$$f = \frac{1-\chi}{1+(1-2\alpha)\chi}$$

$$\chi^2 = \frac{(1+16\alpha(1-\alpha)(\lambda_1 \dot{\gamma})^2)^{1/2} - 1}{8\alpha(1-\alpha)(\lambda_1 \dot{\gamma})^2}$$