Award Lecture Article

Experimental Study of Non-Newtonian Fluids

Tomiiichi HASEGAWA

Faculty of Engineering, Department of Mechanical and Production Engineering, Niigata University

This report is described mainly about the measuring methods developed and results obtained by the author on the elasticity in water flow and dilute polymeric liquid flow at high strain rates: Jet thrust/reaction was measured for the flow through capillaries or orifices of small size and the elastic stress was calculated and the thrust/reaction was found to decrease significantly both for polymeric liquid flow accompanied with vortices upstream of the orifice and for water flow through micro-orifices. Elongational stress estimated using the measured thrust/reaction was revealed to be correlated with the flow velocity through orifices. This suggests that these fluids possess a property of elastic solid, not of viscoelastic liquid, under the present experimental condition. It was also shown that the pressure drop of the water flow through micro-orifices is much reduced and this was again explained by the elasticity. The model of elastic fluid possessing only elastic property without viscosity was proposed, Bernoulli's theorem was extended to the one including the elastic property, and several experimental phenomena characteristic of viscoelastic fluids were explained by this extended theorem. Additionally, the property of vortices for polymeric liquids was discussed.

Key Words: Water / Dilute polymer solutions / Elasticity / Elongational flow / Micro-channel

非ニュートン流体の実験的研究

長谷川 富市

(原稿受理: 2007年9月28日)

1. はじめに

私がレオロジーと関わりを持つようになったのは、1966年、東京工大の富田幸雄先生の下で大学院学生として希薄高分子溶液の乱流異常現象（いわゆるトムズ効果）というテーマで研究を始めてからである。当時は、この現象が本当に存在するのかという疑念が世上にあった程、乱流における抵抗低減効果は未知なるものであった。ある大学からは文献に記載された濃度の高分子溶液を流しても抵抗低減効果はみられなかった、という情報も伝えられた。今にして思えば、ポンプ輸送をしたために高分子鎖が切れてしまい効果がでなかったのであるが、当時は日本で二三の大学が外国の文献を頼りにこの研究を始めたばかりであり、私は自分のテーマが研究として成立つかという不安と、一方で未知の現象への期待とが交錯する日々を送った。結果的にこのテーマで博士論文を書き学位を戴いたものの¹⁻³⁾、この現象は乱流と希薄高分子溶液の力学的特性という二つの難問から形成されていたため、いずれかにテーマを絞るべきであると考え、自分の置かれた環境を踏まえて、当面は希薄高分子溶液の粘弾性（特に弾性）の測定を研究テーマとすることとした。これがレオロジーに向かって進む私の第一歩となった。本稿は、このテーマに関する研究を中心に記す。本受賞の対象は「非

ニュートン流体の実験的研究」であって、筆者の非ニュートン流体に関する実験的研究全般であるが、紙面の関係で、ロールコーティングやダイコーティング、動的表面張力、コロイド分散液の流動、洗たく洗浄、液晶の流動、等に関する研究などは割愛する。

2. 弾性力測定装置

希薄高分子溶液の弾性は一般に小さいが、工学的工業的に重要な高ひずみ速度領域においては粘性力に比べて大きな値となり種々の効果や問題を引き起こす。しかし、これを測定することは市販の機器では不可能であって、自前の装置に依るしかない。そこで、高ひずみ速度を実現できる細孔通過流を利用した、ジェット推力・反力法による実験装置を作ることとした。ジェット推力法は、Harris⁴⁾によって提案され、その後数人の研究者^{5,6)}がこの方法で種々の溶液の弾性力を測定したが、重力や表面張力のために精確な測定は行われてこなかった。

Fig. 1は細孔から流出するジェットの概念図である。流出するジェットの推力または反力 T_M と弾性応力 τ_{zz} との間には運動量の法則から次の関係が成り立つ。

$$T_M = \rho \int_S v^2 dA + \int_S p dA - \int_S \tau_{zz} dA \quad (1)$$

ここに、 ρ は密度、 v は流速、 dA は微小面積、 p は圧力、 S は細

孔出口断面、 S' はジェット出口側の検査面 (Fig. 1のジェット出口側点線領域)を示す. この式から、 T_M を測定すれば τ_{zz} が算定できる.

東京工大時代にジェット反力を利用した装置の原型は作ったが⁷⁾, その後新潟大学工学部 (長岡市) に転勤になり, そこで腰を据えて本格的な大型の装置を製作した.⁸⁾ところが, 4, 5年後に工学部が長岡市から新潟市に移転したので, せっかく作った大型装置はまた作り直しとなった. なにしる, 建物を利用した高さ5 mの檣を基礎としたから, 建物が無くなるとゼロから作りなおしである. 新潟では研究室内に四本柱を自力で立て, 建物の高い天井を利用して延べ高さが8 mを超えるジェット反力装置を組み立てた. 装置をFig. 2に示す.^{9,10)} AD間に鋼線を張りその途中に人工衛星 (通称名) に似た回転中心体Gを取り付け, そこから二本の腕H (真鍮製細管) を出しその各々の先端に細管またはオリフィス (容器Nの水の中にあるため図には表示されていない) を付ける. 供試溶液は下方からビニールチューブKを経由してGに入りHを経て細管またはオリフィスから大気解放の容器Nに蓄えられた水の中にジェットとして噴出される. このときの反力をGに取り付けた鏡と望遠鏡により観測する. ただし, このままでは, 下のビニールチューブのねじれも入るので, これを除去するために望遠鏡(2)を覗きながら鋼線上部BをウォームとウォームギアでハンドルFE・EBにより回転させCD間のねじれを零に戻す (零位法). この結果, ジェットの反力に相当

Fig. 1. Jet issuing from a reservoir.

Fig. 2. Jet reaction measuring device.

するBC間の鋼線のねじれはスケール(1)の目盛として望遠鏡(1)によって読み取られる. 流量はヘッドタンクをウインチで上下させることで調節し, 重量法で測定する. このように大型の装置にしたのは出来るだけ正確に反力を測ろうという意図からである.

3. せん断流における第一法線応力差

上記装置による実験によると細管を通る水においても流出ジェットの反力がポアズイユ流れによるジェット反力よりも小さくなった. このデータを第一法線応力差を求める式に代入してみると, 細管径の影響もほぼ無くなり水にも法線応力らしいものが見られる (Fig. 3).⁸⁾ この結果が実験誤差か否か議論のあるところであるが, この後, 水の弾性力 (それがあつたならば) の測定はずっと私の脳裏を離れないことになる. Fig. 4は非常に希薄なPEO(18) (以後PEOと記す) 2 ppm水溶液の第一法線応力差の測定結果であり, 水よりも若干高い値を示している.⁸⁾ おそらく, 現在でもこの程度希薄な溶液の弾性力は測られていないのではないかと思う. 分子論を基礎にした構成方程式との比較が望まれる.

Fig. 3. First normal stress difference of water.

Fig. 4. First normal stress difference of PEO(18).

4. 渦と反力・圧力

Fig. 5はPEO100 ppm水溶液の小オリフィス上流側の流れで、(a)はうずの無い場合、(b)は渦が有る場合である（オリフィス流では伸張流が支配的）。¹¹⁾ Fig. 6はこれに対応する反力測定値（無次元化してある）を示す。^{9,10)} 反力は、渦の無い場合にABのように流速と共に単調増加するが、渦ができるとBCのように減少しほとんど零となる。さらに流速を上げていくと反力はしばらく零の値をとるがある速度（この場合1 m/s）から再び上昇する。また、流量を下げていくと渦は徐々に小さくなり遂には消滅するけれども、このときの反力曲線はCAのようになり、流量上昇時の曲線と合わせると一つの履歴曲線を描く。この現象は圧力・流量曲線にも見られ、渦ができると（ヘッド一定の場合）流量が減少し、反力と同様な履歴曲線が見られる。^{9,10)}

5. 縮流領域の速度分布

Fig. 7は、オリフィス上流側における渦の写真である。¹²⁾ PEO溶液では縮流後細い紐状の液柱になってオリフィス孔に流入するが、Separan水溶液は緩やかな縮流となって孔に流入する。両者とも、流入時に液柱の一部が孔に入りきれず外側に弾き出されて渦形成の元となる。この中心速度をレーザー

Fig. 5. PEO18, 100 ppm water solution. (a)no vortex. (b)inlet vortex.

Fig. 6. Reactions corresponding to Fig. 5.

流速計で測定した結果がFig. 8(a)(b)(PEO), Fig. 8(c)(Separan)である。¹³⁾ 無次元中心速度 V/V_m (V_m は平均流速)を小孔上流側距離 x (Fig. 8(a)では直径 D で無次元化してある)に対して示す。Fig. 8(a)は渦なしの場合で水とPEO溶液でほとんど同じ速度分布を示す。また、Fig. 8(b), Fig. 8(c)は渦が生じた場合の速度分布であるが、PEO溶液についてはオリフィス上流0~20 mmの範囲で、Separan溶液ではオリフィス上流0~10 mmの範囲で、共に伸張速度 dV/dx が x に対して対数的であることがわかる (Fig. 8(a,b)中の直線部分)。^{12,13)} 著者等はこの対数的速度分布を伸張流動場における高分子鎖の会合という考えで導き、高分子鎖の伸張割合にも言及している。¹²⁾ また、渦の出来始めについてマクスウェルモデルを用いた解析を行い、実験値との比較を行っている (Fig. 8(b)中のEq. (7)).¹³⁾

6. 伸張応力

渦が無い場合、Fig. 8(a)で示したように水と希薄高分子溶液の速度場はほとんど同じである^{13,14)}ので、この速度場を基に伸張応力と伸張速度の関係を実験的に求めた。¹⁵⁾ しかし、特に10 ppm程度以下の希薄溶液の伸張応力は伸張速度で整理されずに管径の影響が残った (Fig. 9)。そこで、伸張応力をオリフィス流出速度で整理すると伸張応力から管径の影響が消え、両者に良い相関が見られた (Fig. 10(a)).¹⁵⁾ このことは、Jamesらによる狭まり流路を利用した実験値についても言えて (Fig. 10(b))、後述するように伸張流動場における流体の固体の性質を意味する。¹⁵⁾

7. 弾性流体向けに拡張されたベルヌーイの定理¹⁶⁾

実際の粘弾性流体では弾性力が粘性力に比較し桁違いに大きいことが多い。例えば、ジェット推力法によりオリフィスを用いて測定されたPEO100 ppm水溶液について、ひずみ速度 $10^4 s^{-1}$ における伸張応力はせん断応力の100倍以上となっている。¹⁶⁾ このような流体では、粘性によるせん断応力を無視し弾性力のみを残した、いわば弾性流体とでもいうべき流体を考えることができ、この考えに基づいて導かれた方程式により粘弾性流体に特徴的な種々の流れが少なくとも定性的に説明される可能性がある。これは、ちょうど、粘性を無視し

Fig. 7. (a) PEO(18) 200 ppm water solution, (b) Separan 200 ppm water solution.

た完全流体の一次元流れについて導かれたベルヌーイの定理が多くの実験の流れをある程度説明することに類似している。ここでは、弾性流体に適合する拡張されたベルヌーイの定理を導き、これを用いて二三の流動現象の説明を行う。

流れ方向 (x 方向) の一次元運動方程式は次のように書き表せる。

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \rho g \quad (2)$$

ただし、 ρ は流体密度、 v は x 方向速度、 p は圧力、 τ_{xx} は x 方向の偏差応力、 g は重力加速度であり、簡単のために鉛直上方を x の正の方向に採っている。定常流れを考えると $\frac{\partial}{\partial t}=0$ であるので、上式は積分されて

$$\frac{\rho}{2} v^2 + p - \tau_{xx} + \rho g x = P_0 \quad (3)$$

となる。ただし、 P_0 は積分定数で全ヘッドと呼ばれる。いま、測定圧力を $-T_w$ (T_w は壁面における垂直応力) とすると、

$$p = -T_w + (\tau_{yy})_w \quad (4)$$

である。ただし、 $(\tau_{yy})_w$ は流れに垂直方向の偏差応力 τ_{yy} の壁面における値を示す。いま、壁面における値と流れ内における値が等しいとすると、式(3),(4)から次式を得る。

$$\frac{\rho}{2} v^2 + (-T_w) - (\tau_{xx} - \tau_{yy}) + \rho g x = P_0 \quad (5)$$

Fig. 8. Velocity distribution at the center line of upstream flow. The abscissa x is the distance from the orifice inlet. (a) PEO(18) without vortex, (b) PEO(18) with vortex, (c) Separan with vortex.

Fig. 9. Elongational stress vs. elongational rate for Separan 10 ppm aqueous solution.

Fig. 10. (a) Elongational stress vs. velocity calculated with the data of Fig. 9. (b) Elongational stress vs. velocity for converging channel flow.

上式は弾性流体用に拡張されたベルヌーイの定理である．この式において， $\tau_{xx}-\tau_{yy}$ は x 方向と y 方向における垂直応力の差で伸張応力となる．完全流体では， $-T_w=p$ ， $\tau_{xx}-\tau_{yy}=0$ であるので，通常ベルヌーイの定理となる．以下にこの式をいくつかの流れに適応してみる．

・絞り部を通過する流れ

山口，野田は絞り部を通過する水およびPAA水溶液流れ (Fig. 11) の壁面における圧力分布を測定し，濃度の比較的高いPAA水溶液では絞りの上流部より絞り喉部で圧力が高く，さらに絞り喉部より絞り下流部で圧力が下がっており，水と逆の傾向が見られることを示した.¹⁷⁾ 今，絞り上流部添え字1，絞り喉部に添え字2を付けると，式(5)により喉部と上流部との測定圧力の差は，

$$(-T_w)_2 - (-T_w)_1 = \frac{\rho(v_1^2 - v_2^2)}{2} + (\tau_{xx} - \tau_{yy})_2 - (\tau_{xx} - \tau_{yy})_1 \quad (6)$$

となる． $v_2 > v_1$ であるから完全流体では常に $(-T_w)_2 - (-T_w)_1 < 0$ であるが，弾性流体では喉部における伸張応力のため $(\tau_{xx} - \tau_{yy})_2 > (\tau_{xx} - \tau_{yy})_1$ であり， $(-T_w)_2 - (-T_w)_1 > 0$ となり得て，上述の実験結果を説明することができる．喉部と下流部についても同様のことが言える．

・細管入口流れ

白樫らは細管入口近傍の下流部でセパラン水溶液の測定圧力 $-T_w$ がリザーバ内の元圧力 P_0 より高いという実験結果を示した.¹⁸⁾ これについては，式(5)において位置の差 x を無視すると

$$-T_w = P_0 - \frac{\rho v^2}{2} + \tau_{xx} - \tau_{yy} \quad (7)$$

となる．管入口では伸張流的性質により $\tau_{xx} - \tau_{yy} > 0$ であり，こ

Fig. 11. Pressure differential in a converging and diverging channel flow.

の値如何によって $-T_w > P_0$ となり得て上述の実験結果が説明可能である．この他に，弾性流体の，容器内の縮流，オリフィスから流出するジェットの径，流下液柱について考察が行われている.¹⁶⁾

8. 水のマイクロオリフィス流で測定される推力・反力 (水は固体か?)

いままで述べた反力測定装置は余りに大型で実用的ではないため，測定が容易な小型推力測定装置を開発した.^{19,20)} Fig. 12にそのうちの一つを概念的に示す．水を満たした容器 (Vessel) 内にカップ (Immersed Cup) を浸し，そのカップ内に導管を経由した水を導管先端部のオリフィス (Orifice) や細管から流出させる．このときカップは流出ジェットの推力を受けるが，運動量の法則によって，流出ジェットの断面積がカップ断面積よりも極端に小さいときはカップの受ける力がジェット推力になる．実験ではこの力を上部の電子天秤により測定する．実験結果によれば，オリフィス径が1 mm程度の場合はNavier-Stokes方程式による数値解析結果とほぼ一致するが (Fig. 13(a))，数十～数ミクロンオーダーになると無次元化推力は小さく場合によってはほとんど零となる (Fig. 13(b)).²⁰⁾ これを基に伸張応力を計算し伸張速度を横軸に採って示すと Fig. 14 のようになるけれども，オリフィス径の影響が残る．そこで，横軸を伸張速度の代わりにオリフィスにおける平均速度に採ると伸張応力は Fig. 15 のように傾きがほぼ2でオリフィス径の影響も無くなり平均速度と良い相関性を示す.²⁰⁾ これは前述の希薄高分子溶液の性質とよく似ていて，次節の考察によっても分かるように，水もマイクロオリフィス通過の際に固体的性質を発現する可能性が高い．

9. 水の弾性力に関する考察

一般に，流体粒子 P が，時刻 t_0 で X^k ，時刻 t で x^k にあったとする (便宜的に $t_0 \leq t$ とする)．このとき，次式が成り立つ．

$$x^k = x^k(X^k, t) \quad (8)$$

P の速度を v^k とすると，両者の間には次の関係式がある．

$$\frac{\partial X^i}{\partial t} + v^k \frac{\partial X^i}{\partial x^k} = 0 \quad (9)$$

Fig. 12. Jet thrust measuring device.

Sink flow ではFig. 16 に示すように

$$X^1=R, X^2=X^3=0; x^1=r, x^2=x^3=0; v^1=v, v^2=v^3=0$$

において,

$$\frac{\partial R}{\partial t} + v \frac{\partial R}{\partial r} = 0 \quad (10)$$

となる. さらに, 連続の式から次式をえる. ただし, q は流量の意味を持つ定数である.

$$v = -\frac{q}{r^2} \quad (11)$$

式 (10) と (11) から,

$$\frac{R^3}{3q} = t - t_0 + \frac{r^3}{3q} \quad (12)$$

が成立する. したがって,

$$\frac{\partial r}{\partial R} = \left(\frac{R}{r} \right)^2 = \frac{v}{v_0} \quad (13)$$

を得る. ただし, v_0 は $t=t_0; r=R$ における速度である.

一方, Lagrange のひずみテンソルの垂直成分 γ_{rr} は次式で与えられる.

$$\gamma_{rr} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)^2 - 1 \right\} \quad (14)$$

上式に式(13)を代入すると次式を得る.

$$\gamma_{rr} = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 - 1 \right\} \quad (15)$$

さらに, $v_0 \ll v$ の場合には

$$\gamma_{rr} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{v}{v_0} \right)^2 \quad (16)$$

となる.

Fig. 13. Dimensionless thrust vs. Reynolds number for micro-orifice flow of water. (a) Orifices of ordinary small size. (b) Micro-orifices.

Fig. 14. Elongational stress vs. elongational rate for micro-orifice flow of water.

Fig. 15. Elongational stress vs. velocity for micro-orifice flow of water.

Fig. 16. Converging flow.

弾性体については、フックの法則から

$$\tau_{rr} = 2G\gamma_{rr} \approx G\left(\frac{v}{v_0}\right)^2 \quad (17)$$

である。ここに G は弾性係数で

$$G = \frac{\mu}{\lambda} \quad (18)$$

とおける。また、

$$v_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda\rho}} \quad (19)$$

とおくと

$$\tau_{rr} = \rho v^2 \quad (20)$$

を得る。この結果はFig. 15の実験結果とほぼ一致する。ここで、Fig. 3で示した水の第一法線応力差を基に λ および v_0 を求めると、

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= 2.9 \times 10^4 \text{ s}^{-1}; \quad \lambda = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}, \quad v_0 = 0.041 \text{ m/s} \\ \dot{\gamma} &= 6 \times 10^4 \text{ s}^{-1}; \quad \lambda = 1.4 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}, \quad v_0 = 0.085 \text{ m/s} \end{aligned}$$

となる。分子論によれば、 λ の値は 10^{-10} sのオーダーであるので上記の値と大きな隔りがある。

10. マイクロオリフィスを通過する水の圧力損失

Figure 17 に示す管路中に設置したオリフィスを通過する流れについて、図中のように検査面を取り、運動量の法則を適用すると次の関係式が成り立つ。

$$\rho Q(V_2 - V_1) = (p_1 - p_2)A_2 + P - F + E \quad (21)$$

Fig. 17. Orifice flow in a channel.

ここに、 Q は流量、 V_i , p_i , A_i はそれぞれ、速度、圧力、断面積を表し、 $i=1$ は管路上流、 $i=2$ はオリフィス出口側における値であることを示す。また、 P はオリフィス縁周辺（オリフィス上流側、Fig. 17に示す領域）の圧力降下により生じる力、 F は摩擦による力、 E は弾性力による引張力である。この式で $V_2 \gg V_1$ と仮定し、 $\Delta p = p_1 - p_2$ とおくと次式を得る。

$$\Delta p = \rho V_2^2 + \frac{-P + F - E}{A_2} \quad (22)$$

すなわち、圧力損失は弾性力が零の場合と比較し弾性力分 $\frac{E}{A_2}$ だけ減少する。（この考えに基づきオリフィスを通過する高分子溶液流れの圧力損失を利用して伸張応力の算定がなされた。²¹⁾）このように、マイクロオリフィスを通過する水の流れに弾性力が生じるならば、式(22)によって圧力損失は弾性力分だけ減少するはずである。最近の筆者等の実験によれば、水のマイクロオリフィスを通る流れの圧力損失はマクロオリフィスの圧力損失よりもかなり小さくなり(Fig. 18)^{22,23)}、このことを裏付けているように思われる。これに関連して、筆者等はレイノルズ数4-30のマイクロオリフィス通過流で余剰圧力損失がNavier-Stokes方程式の予測値よりも高い実験結果を得ている。²⁴⁾ 今後レイノルズ数の広範囲にわたる実験が必要である。

11. おわりに

本稿では、筆者が行った研究のうち水や高分子溶液の弾性力測定に関する事項を中心に述べた。著者等の実験によって希薄高分子溶液は勿論のこと水についても従来測定できなかった微小な弾性力が測定できた。しかし、水の弾性力測定値を基に緩和時間を求めてみると8. 節で述べたように 10^{-4} secのオーダーとなり、これは分子論を元に算出されている 10^{-10} secのオーダーと大きく異なっている。今後の更なる研究が必要である。

Fig. 18. Dimensionless pressure drop vs. Reynolds number for micro-orifice flow of water.

謝 辞

筆者を非ニュートン流体の分野に導いてくださった東京工業大学の富田幸雄先生に深く感謝する次第です。また、筆者のほとんどの研究は三十数年にわたって新潟大学工学部流体工学研究室で行われました。故若月正俊教授、鳴海敬倫准教授、高野一男技官、近野正昭技官、萱場龍一技官、ならびに、多くの大学院博士課程・修士課程学生、学部学生に対し心から感謝の意を表するものです。

REFERENCES

- 1) Hasegawa T, Tomita Y, *Nihon Kikaigakkai Ronbunshu*, **35**, 1277 (1969).
- 2) Hasegawa T, Tomita Y, Mochimaru Y, *Bulletin of the JSME*, **15**, 1093 (1972).
- 3) Hasegawa T, Tomita Y, *Bulletin of the JSME*, **17**, 73 (1974).
- 4) Harris J, *Nature*, **June 10, NO 4780**, 993 (1961).
- 5) Shertzer CR, Metzner AB, "Proc. 4th Int. Congress on Rheology", Interscience, Newyork-London-Sydney, 603 (1965).
- 6) Oliver DR, MacSporran WC, *Rheologica Acta*, **8**, 176 (1969).
- 7) Hasegawa T, Kim S, Shimizu H, *Nihon Kikaigakkai Koen-Ronbunshu*, **No. 730-6**, 171 (1973).
- 8) Hasegawa T, *Bull. of the JSME*, **22**, 54 (1979).
- 9) Hasegawa T, Takano K, *Nihon Kikaigakkai Ronbunshu*, **45**, 1659 (1979).
- 10) Hasegawa T, Iwaida T, *J. of Non-Newtonian Fluid mechanics*, **15**, 257 (1984).
- 11) Hasegawa T, Fukutomi K, Narumi T, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, **27**, 131(1988).
- 12) Hasegawa T, Narumi T, *Nihon Kikaigakkai Ronbunshu*, **57**, 464 (1991-2).
- 13) Hasegawa T, Iwaida T, *J. of Non-Newtonian Fluid mechanics*, **15**, 279 (1984).
- 14) Watanabe H, Hasegawa T, Narumi T, Hirai Y, Tanabe K, *Nihon Reorogi Gakkaishi*, **26**, 21 (1998).
- 15) Hasegawa T, Nakamura H, *J. of Non-Newtonian Fluid mechanics*, **38**, 159 (1991).
- 16) Hasegawa T, *Nihon Kikaigakkai Ronbunshu*, **25**, 211 (1997).
- 17) Yamaguchi H, Noda E, *Nihon Kikaigakkai Ronbunshu*, **22**, 215 (1994).
- 18) Shirakashi M, Nishiyama H, Wakiya S, *Nihon Kikaigakkai Ronbunshu*, **52**, 2865 (1986).
- 19) Asama H, Hasegawa T, Narumi T, *Nihon Reorogi Gakkaishi*, **29**, 131 (2001).
- 20) Hasegawa T, Watanabe H, Sato T, Watanabe T, Takahashi M, Narumi T, Tiu C, *Physics of Fluids*, **19**, 053102 (2007).
- 21) Fukutomi K, Hasegawa T, *Nihon Kikaigakkai Ronbunshu*, **54**, 1611 (1988).
- 22) Takahashi M, Hasegawa T, Narumi T, "Proc. of FEDSM2007, 5th Joint ASME/JSME Fluids Engineering Conference (July 30-August 2, 2007 San Diego, California USA)", FEDSM2007-37199 (2007).
- 23) Unpublished data.
- 24) Hasegawa T, Suganuma M, Watanabe H, *Physics of Fluids*, **9**, 1 (1997).