講演

バイオメカと研究 — 数学モデルによる解析手法 —

廣瀬 秀行¹⁾

LECTURE: Application of Biomechanics to the Studies

— Analyzing Methods using Mathematical Models —

Hideyuki HIROSE, RPT¹⁾.

Research Institute, National Rehabilitation Center for the Disabled : 4-1 Namiki
Tokorozawa city Saitama (359) Japan. TEL 0429-95-3100.

J. Exerc. Physiol. 3(3):161-168, 1988. ISSN 0912-7100. Received June 16, 1988.

ABSTRACT

This paper describes methods for calculating the moment of the human joint in movements, including following contents; standardization of the technical terms, forces acting as the fundamental mechanics and the equilibrium expression of which, a difference between rectilinear and rotary motions, the meaning of the moment of inertia, introduction of the movement equation, conditions for modelling human body necessary for calculating the movement equation, and the basic knowledge concerning kinematics and calculating methods for body dimensions.

This method enables us to presume physical strength around the human joint that can not obtained by any other methods. However, it should be always noted that values presumed using the model of human need to be compared with those obtained from the actual motions of human.

Key Words: mathematical modelling, moment of the joint, mechanics

要旨

人間の運動時の関節モーメントを算出する方法について述べたものである。用語の統一から始まって、基礎の力学として作用する力とその釣合式、直線運動と回転運動の違い、慣性モーメントの意味、そしてそれらの運動方程式の導出。これらの運動方程式を算出するために必要な人体のモデル化のための条件。そのために必要な運動学、運動力学、人体計測データの算出方法に関しての概略を述べた。

この方法により、他の方法では得られない人間の関節回りの筋力が推定できる。しかし、算出された値は人体のモデル化によって推定したものであるから、常に実際の人間の運動と比較して行かなければならない。

キーワード: 数学モデル 関節モーメント 力学

1) 国立身体障害者リハビリテーションセンター研究所: 埼玉県所沢市並木4-1 (〒359). TEL 0429-95-3100
運動生理 3(3):161-168, 1988. 受付日 1988年6月16日 (第2回運動生理研究会夏期研修会)

I はじめに

人間は複雑で、個人差があるため、人間の運動を解析する場合困難が多い。今回以下に記述する数学モデル(=剛体リンクモデル)は人間の運動を解析するために人間を簡単化する一手法である。この手法により、現在の測定機器—床反力計や位置計測として映画、半導体位置検出素子—を使用して、歩行などの運動中の力学的解析が可能となる。しかし、この手法によって出て来たものは人間とは基本的に異なっているものであるから、常に実際の人間の運動と比較、検討していかなければならない。

我々は臨床的にこの簡単化を日常よく用いている。例えば、ROMテストやMMT、サイベックスによる筋力測定などがその代表となるが、関節中心の位置の決定を取り決めによって行っているが、実際は異なっているはずである。しかし、この差を認める臨床的許容範囲や概念としての定着によって運動機能評価にはなくてはならないものとなっている。

よって、今回歩行動作に対してこのモデル化を使い、力学的解析によって得られる関節モーメントの算出を中心に述べる。

図1 手に重錘を持ったときにかかる力は？

II モデルと現実、そして定義

例として、

「上腕下垂位肘90度屈曲位で、手に5kgの重錘を保持している場合、肘関節の筋力は何の位必要か(図1)。」

この設問にはいくつか問題がある。

1. 肘関節の筋力は何をさしているのか。これに対して、肘関節屈筋にかかる張力かそれとも肘関節回りのモーメントなのかである。

モーメントを算出する場合、

2. 支点と荷重点が問題となるが、荷重点は重錘の重心であるから決定できるが、支点をどこに置くかで計算値が異なる。つまり、関節の回転中心をどこに決定するかである。

3. 次に、前腕と手の重量および質量中心位置を決めなければならない。これを決定する手法として人体計測法(Anthropometry)を使用するが、この値も近似値である。また、モーメントが計算し易い質量中心位置とする。

4. また、生理学的に共同収縮によって肘関節伸展筋の筋力が働いていないか。

筋の張力を計算するには力点としての筋の付着部位と筋張力の作用方向が関係する。

これらを考慮して再度問題を書き直すと

図2 手に重錘を持ったときにかかる力
●重心位置 ○関節中心位置

「上腕下垂位で肘90度屈曲位で、手に5kgの重錘を保持しているとき、肘関節にかかる筋力によるモーメントはどのくらいか。ただし、肘関節、手関節中心はROMテストの軸心とし、前腕の質量は M_f 、重心位置は関節間軸上にあり、肘関節より L_f とする。手関節は質量 M_h 、重心位置は前腕の延長上において手関節から L_h とする。肘関節と手関節の長さを L 、肘関節と重錘の長さを H とする(図2)」と、

てこの原理一回転の釣合式より

求めるモーメントを M とすると

$$0 = -M + L_f * M_f * g + (L + L_h) * M_h * g + 5 * H * g$$

となり、

$$M = L_f * M_f * g + (L + L_h) * M_h * g + 5 * H * g$$

となる。

Ⅲ 歩行への応用

モデル化による力学的解析を歩行に応用した場合のⅡとの違いは

- 1) 足部、下腿部、大腿部とつながっている
 - 2) 運動が起きている
- である。

1) 作用反作用の力

一般に外力がない静止状態で釣り合っているとき時に作用する力として、重力、摩擦力、筋力があげられる。また、他の物体と接しているときは、作用反作用の力が働く。よって、足部と下腿部が接しているところで、下腿と大腿が接しているところで、それぞれに対して大きさが同じで、方向が逆な作用反作用の力が発生する。床と足部に関しては床に垂直な反力と移動には欠くことが出来ない摩擦力が働いている。

図3 足部に作用する力

図3は足部に働く力を示している。床からの力として垂直方向の反力： F_y 、摩擦力： F_x （かかと接地の時は後方へ、途中で入れ替わってつまさきが離れる時は前方へ働く）

ただし、床と接しているときであるから、遊脚期の時は反力、摩擦力ともに0となる。

つぎに重心に作用する重力は、質量に重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ をかけたものである。

そして、下腿からの作用、反作用による力、 F_{ax} と F_{ay} が作用する(図4)。

よって、水平方向の力の釣合式は

$$0 = F_x + F_{ax}$$

図4 下腿、大腿部に作用する作用、反作用の力と重力

垂直方向の力の釣合式は

$$0 = F_y - M f \cdot g + F a_y$$

となる。

実際に計算する場合は、床からの力は床反力計によって測定できる。足部の質量はVI(3)で述べる人体計測法で推定する。よって、未知な値は下腿部からの作用力である。

同様な方法で下腿、大腿に関して釣合式を立てることが出来る。なお、ここで注意することは、作用、反作用の力の大きさと向きである。足部に対して、下腿から作用する力と下腿に対して足部から作用する力は方向が反対で大きさが等しいことである。下腿部と大腿部、大腿部と体幹も同様である。

以上がつながりをもとにした作用反作用の力を人体に応用した。

2) 加速度

次は運動している場合にどのようなになるかを考える。

運動の考え方として、動きがない静止状態、動きはあるが速度が変化しない状態、そして、動いている状態で加速または減速している状態がある。力学的にみた場合、前二者は力が作用していない状態、加速と減速は力が作用している状態である。これを式で表すと、

$$M \cdot A = F \quad M: \text{質量} \quad A: \text{加速度}$$

F: 力の総和

となり、運動方程式と呼ばれる。

3) 人体への適応

前述の足部の釣合式の時

$$0 = F_x + F a_x \quad \text{と}$$

$$0 = F_y - M f \cdot g + F a_y$$

は静止しているか等速度で動いているときの力の釣合式となる。

つまり、この釣合がくずれると加速度が生じて加速や減速が生じる。

よって、運動方程式を表す(図5)と、加速度は重心に働くので

$$M f \cdot A f_x = F_x + F a_x$$

図5 運動時の式

より、

$$\text{反力は} \quad F a_x = F a - M f \cdot A f_x$$

$$M f \cdot A f_y = F_y - M f \cdot g + F a_y$$

$$F a_y = -F_y + M f \cdot g + M f \cdot A f_y$$

となる。同様に

下腿部

$$M s \cdot A s_x = -F a_x - F k_x$$

$$F k_x = -F a_x - M s \cdot A s_x$$

$$M s \cdot A s_y = -F a_y - M s \cdot g + F k_y$$

$$F k_y = F a_y + M s \cdot g + M s \cdot A s_y$$

大腿部

$$M h \cdot A h_x = F k_x - F h_x$$

$$F h_x = F k_x - M h \cdot A h_x$$

$$M h \cdot A h_y = -F k_y - M h \cdot g + F h_y$$

$$F h_y = F k_y + M h \cdot g + M h \cdot A h_y$$

ここで、

$M s, M h$: 下腿、大腿の質量

$A s_x, A s_y, A h_x, A h_y$: 下腿、大腿の x, y 方向の加速度

$F a_x, F a_y$: 足部と下腿の作用反作用力

$F s_x, F s_y$: 下腿と大腿の作用反作用力

$F h_x, F h_y$: 大腿と体幹の作用反作用力

IV 回転の釣合と加速度、そして、 慣性モーメント

今回求めようとするのは各関節の筋肉によるモーメントである。よって、回転の場合、直線方向の釣合と少し異なる。日常の例を中心として説明する。

1) 回転の釣合

回転の釣合式の例としてヘリコプターを考えてみる。

図6の上段のヘリコプターの釣合は

$$0 = -M_1 + M_2$$

M_1 , M_2 : それぞれのモーメント

下段の場合は、IIの前腕のモデルと同じように

$$0 = -M_3 + L * F$$

つまり、それぞれ逆に回転して、モーメントが釣り合っていることになる。

2) 加速度と慣性モーメント

この釣合が崩れたときに物体は加速度—この場合は角加速度を生じる。

図6 回転の釣合でのヘリコプターの2種のタイプ

この様な場合、III 2)のときは

$$\text{質量} * \text{加速度} = \text{力の総和}$$

となったが、

回転の場合

慣性モーメント * 角加速度 = モーメントの総和
となる。

この例として、フィギュアスケートの回転があげられる。蹴ることで回転しはじめた選手が、手を広げている間はゆっくりとした回転であるが、手を身体に近づけるにつれて回転速度が早くなる光景をテレビ等で見たことがあると思います。最初の蹴るときの力だけで（モーメントの総和が一定）、身体（回転中心）から手を離したり近づけたりすることで（半径 * 半径 * 重さに比例して）、回転速度が変化する。

つまり、慣性モーメントは回転半径と質量に比例する。

慣性モーメントはその物体固有のもので、回転の中心によって変化するものである。

3) 人体への適応

足部について回転に関する釣合式、そして、加速度が生じている運動方程式を考えると、足部の質量中心に関して（図7）

$$I_a * A_f = -F_{x} * L_y - F_y * L_x + F_{a y} * L_{a x} + F_{a x} * L_{a y} - M_a$$

よって、求める足関節モーメントは

図7 足部の回転運動

$$M a = -F x * L y - F y * L x + F a y$$

$$* L a x + F a x * L a y - I a * A f$$

$I a$: 足部足関節回りの慣性モーメント

$A f$: 足部の角加速度

$L x$, $L y$, $L a x$, $L a y$: 質量中心から床反力圧力中心位置までの x , y 成分の距離、質量中心から反力が働いている足関節までの x , y 成分の距離

同様にして、下腿部、大腿部の回転の運動方程式が求められる。

V 数学モデル

上記の運動方程式を満足させるために、歩行運動中の人体に対して次のような仮定を立てる。

(1) 正面内の運動および各部の旋回は無視できる。

——三次元的な関節運動を矢状面からとらえる。

(2) 身体各部は適当な剛体の節に分割できる。
——足部、下腿部、大腿部に分割して計算し易いようにし、剛体の意味は回転の項で述べた、慣性モーメントと関係して運動中に形の変化が起こらないと仮定したものである。

(3) 関節は一軸回転関節である。

——回転中心を一定にして、計算し易いようにする。

(4) 各節重心は関節間軸上に位置する。

VI 測定手法

今回求めようとしているのは、筋力による関節モーメントである。しかし、途中で関節反力を求めなければならない。これらの値を求めるには、次のようなデータが必要となる。

1) 運動学データ

この計算において必要なデータは、各節の

絶対的な位置データである。加速度等を計算するには絶対位置による加速度を使用するので、相対位置でのデータは絶対位置に変換後計算をしなければならない。

次に、歩行周期は1-2秒というきわめて短い時間であるから、その間に必要なデータをとらなければならないので、1秒間にどの程度データ数(サンプリング周波数)が必要かが問題となり、測定機器の性能や加速度等の算出も考えなければならない。

加速度を算出するには、加速度計という機器を使用する方法もあるが種々の問題があり、位置から加速度を算出する差分法を使用する。差分法とは、速度(V)を求める場合、ある時刻での位置($X1$)から一定時間(T)たった時の位置($X2$)の差をとり、それを一定時間で割る。

$$V = (X1 - X2) / T$$

同様に、加速度(A)はある時刻での速度($V1$)、一定時刻(T)後の速度($V2$)とすると、

$$A = (V1 - V2) / T$$

となる。しかし、実際はもっと複雑になる。

2) 運動力学データ

ここでは床反力計によるデータを指すが、床反力とそれが作用する圧力中心位置のデータが必要となる。

3) 人体計測学データ

人体計測は主として、人間工学の分野で使

表1 各種手法による比較

	体積	質量	密度	質量中心	慣性モーメント
近似法	○	△		○	△
浸水法	○	△			
統計法	○	○	○	○	○
REACTION BOARD法		○		○	
QUICK RELEASE法					○
振子法					○
CONTOUR MAPS法	○	△		○	△

△: 密度が決定すれば可能

用されているが、今回必要なデータは足部、下腿、大腿の質量、質量中心位置、慣性モーメントであるため、各節毎に分割して求めなければならないので計測方法が限られ、また、推定値となる。

これら人体計測値を推定する手法には表1に示した様にいくつかの方法がある。近似法は身体各節を円錐や楕円と仮定して算出する方法であり、浸水法は身体を水につけることによるアルキメデスの原理を用いる。統計法は死体を使用して算出するものであり、REACTION BOARD法は体重計を利用したモーメントの変化を計測するものである。QUICK RELEASE 法と振子法は回転系の力学的釣合により求めるものである。CONTOUR MAPS法は身体を楕円の集合として近似しグラフ化し、作図により算出する方法である。

図9 膝関節回りのモーメント、角速度、角度

図8 足関節回りのモーメント、角速度、角度

図10 股関節回りのモーメント、角速度、角度

VII 例

東京都補装具研究所の歩行解析システムを使用して、上記手法による健常者の歩行解析を行ったので、その結果を示す（図8，9，10）。

対象は健常男性31歳，体重70kg，身長175cmである。歩行速度は1.00m/s，歩行周期1.2secである。

VIII おわりに

今回は数学モデルを人体に応用するための

力学を主体にしたものである。基礎の力学を簡単に説明するものとして、

BLUE BACKS 「力」の発見 講談社
が読み易いようである。ほかに、
現代保健体育学講座 6. 運動力学 大修館
などいろいろある。

人体の数学モデル解析に興味があれば
DAVID A. WINTER: BIOMECHANICS OF HUMAN
MOVEMENT JOHN WILEY & SONS
が比較的わかりやすく、基礎の力学から実際の
測定方法まで書かれているので、役立つ文
献となると思う。