講演

実験計画

—— 必要な情報を少ない実験回数で得るには ——

梅村 守¹⁾

Lecture: Design of Experiment: - How to obtain necessary information by means of the less size of experiments-.

Mamoru Umemura¹⁾.

1) Department of management science, Science University of Tokyo, 1-3 Kagurazaka Shinjuku-ku Tokyo 162 Japan. TEL 03-260-4271

J. Exerc. Physiol. 6(3):133-137,1991.

Received July 15,1991.

ABSTRACT

This report describes the essential points for designing an experiment; what kind of experiment should be designed in order to acquire necessary information; how to plan the experiment that requires less size; how to presume the results accurately.

Key words: statistical method, analysis of variance, design of experiment,

要旨

本稿では必要な情報を得るにはどのような実験を計画したら良いか、その際できるだけ少ない実験回数で実験を行なうにはどう計画したら良いか、さらに精度良く推定するにはどうしたら良いかについて簡単にふれる。

キーワード：統計的方法、分散分析、実験計画

1) 東京理科大学 工学部 経営工学科：東京都新宿区神楽坂1-3 (〒162)

TEL 03-260-4271

運動生理 6(3):133-137,1991.

受付日1991年 7月15日

1. はじめに

これまで検定、推定をはじめとするいろいろな手法について述べてきたが、ここでは必要な情報を得るためにはどのような実験を計画したら良いか、その際できるだけ少ない実験回数で実験を行なうにはどう計画したら良いか、さらに精度良く推定するにはどうしたら良いかについて簡単にふれる。これから述べることは、実験計画についてのごく一部であることをお断わりしておく。紙数の関係上と、この稿が当研究会の夏期研修会テキストの一部として使われることによる。また、連載をしてきた統計講座との関係もあり、できるだけ式を用いることをさけ、わかりやすく、見方・使い方を中心に書くようにとのもよる。したがって、たとえば分散分析などにおける手順などについては説明していないので、統計講座を参照していただきたい。

2. 実験計画とは

実験計画とは、合理的に（必要な情報を得るのにできるだけ実験回数を少なく）実験を割りつけて、精度よく結果が解析できるように実験の計画を立てることである。

その方法にはいろいろなものがある。ここでは、その中でごく基本的な一元配置、二元配置（繰返しなし、あり）を中心にして述べる。

3. 一元配置

本誌 Vol.5, No.1で取り上げた例題を用いて、一元配置の分散分析を説明する。

例題1 自転車エルゴメータの回転数 (rpm) を3段階に変えて、ある被験者について各回転数ごとの酸素摂取量 (ml/min/kg) を測定した。ただし、各回転数について4回繰り返して実験している。なお、この合計12回の実験はすべてランダム化して行なっている。実験結果を表1に示す。回転数は酸素摂取量に影響を与えられると言えるか。

表1 実験結果

繰返し\水準	A ₁ (30rpm)	A ₂ (60rpm)	A ₃ (90rpm)
1	7.0	11.2	12.1
2	7.0	7.6	9.9
3	6.0	9.3	9.5
4	7.5	8.3	11.7

ここで、回転数は酸素摂取量（特性）に影響を与えると考えられる原因となるものである。これを因子と言う。また、回転数 (rpm) を3段階に変えているが、この段階に相当するものを水準という。水準の数を水準数という。この場合水準数は3となる。各因子の水準は、因子を表す記号 A, B などに添字を付けて A₁ A₂ A₃, B₁ B₂ B₃ と表す。これにしたがって、この例題の回転数を A で表すことにする。A₁, A₂, A₃ それぞれについて4回繰り返して実験を行なっているが、同じ条件で実験を繰り返すことを繰返しといい、その数を繰返し数という。ここでは、繰返し数 (n) は4である。母数因子と変量因子についてふれておく。母数因子とはその水準を技術的に指定でき、指定して意味のある因子を言う。たとえば、運動方向、回転数、温度などがこれにあたる。また、変量因子とはその水準を技術的に指定できないか、指定しても意味のない因子を言う。たとえば、多数の中から選んだ作業者はこれにあたる。母数因子の場合は各水準での母平均を推定することに意味があり、変量因子の場合は各水準での母平均間のばらつきを推定することに意味がある。

もし、この実験で水準数が2であり、これから述べる分散分析を知らなかったらどのように解析するであろうか。おそらく多くのかたがたは平均値の差の検定 (t検定) を行なうであろう。正解である。さらに、3水準であったら、最初に1水準目と2水準目との間で平均値の差の検定を行ない、つぎに2水準目と3水準目、引き続き3水準目と1水準目の間で同様の検定を行なうであろう。検定の結果、有意

である場合はその水準間の差の推定を行なうであろう。それらの結果をふまえ、回転数が酸素摂取量に影響を与ええるかどうかの結論を出すであろう。このようにして解析することは別に誤りではない。しかし、非常に多くの手間がかかる。効率が悪い。4水準であったらさらに多くの手間がかかることはすぐにわかる。このようなときにこれから述べる分散分析を用いるとその解析を行なうのにより効率よくできる。

この例題のように、因子を一つ取り上げて行なう実験を単一因子実験という。また、12回の実験をすべて無作為化（ランダムイズ）して行なう実験を一元配置の実験という。このランダムイズの仕方が異なると解析方法も変わる。ランダムイズするということは、誤差とみなしたばらつきの影響が実験結果に偏って入ってくることをないように、その現われ方を確率的に均一化するためのものである。一元配置の実験では、一般的に水準数は3～5、繰返し数は3～10がとられる。誤差の自由度との関係も考慮する必要がある。誤差の自由度は8～20位にすると良いとも言われている。これは検出力とも関係してくる。

表1を見てみよう。こういう実験を行なうとき、回転数以外は出来るだけ条件を一定にして実験を行なうであろう。一定にしたつもりであっても一定にしきれものではない。もし一定にしきれたら、ある回転数のところの4回の繰り返しの実験データはすべて同じ値になるはずである。値が違ふということは、その条件が多少違ふということ意味する。その時の室温も多少違ふであろうし、被験者の調子も若干異なるであろう。その他にもあげたら限りはない。それらを必要以上に管理したらお金がかかってしょうがない。そこで、このデータのばらつきを容認し、このばらつき以上に回転数間のばらつきが大きいかどうかを調べようと（検定）する方法が分散分析である。ここで、ある回転数（水準）内のば

らつきを級内変動、すなわち誤差と呼んでいる。また、回転数間のばらつきを級間変動と呼んでいる。以上述べたように、分散分析はデータ全体のばらつきを、原因ごとによるばらつきと誤差とに分解し、誤差に対してそれぞれのばらつきを検定するものである。このときの検定はF検定である。この例題では、データ全体のばらつきを回転数間（A間）のばらつきと誤差とに分解し、A間のばらつきを誤差に対してF検定することになる。その結果、有意であれば「回転数を変えることにより酸素摂取量が変わるといえる（危険率5%あるいは1%）」ということになる。つぎに、その目的に応じて母平均に関する推定を行なうか、あるいは平均値の差の推定を行なうことになる。その信頼率は一般に95%あるいは99%が用いられる。ちなみに、それぞれの信頼区間を求める式はつぎの式(1)、式(2)である。

母平均に関する推定

$$\bar{x}_i \pm t(\phi_e, \alpha) \cdot \sqrt{(V_e/n)} \quad (1)$$

平均値の差に関する推定

$$\bar{x}_i - \bar{x}_j \pm t(\phi_e, \alpha) \cdot \sqrt{(2V_e/n)} \quad (2)$$

もし、有意でなければこれだけの実験結果（データ）では「回転数を変えることにより酸素摂取量が変わるとはいえない」ということになり、有意のときと比べて消極的な結論になる。これは、これだけのデータからでは有意であるとは言えなく、より多くのデータを取らないと分からないということになる。分散分析の結果、有意とならないことは誤差が大きく検出力が上がらないときもある。誤差が大きいということは、実験の場がうまく管理されていないこともある。

4. 二元配置 (繰返しなし)

因子を二つ取り上げて行なう実験を二因子実験という。たとえば、例題1の実験において、運動方向も酸素摂取量に影響を与えるのではないかと考え、因子として取り上げ実験を行なったとする。すなわち、回転数 (rpm) A を3水準 A_1, A_2, A_3 、運動方向 B を4水準 B_1, B_2, B_3, B_4 、繰返しなしの12回の実験をすべてランダム化して行なった。この実験を二元配置の要因実験という。このランダム化の仕方が異なると解析方法も変わることは言うまでもない。

二元配置の実験においては、全体のばらつき (S_T) を A 間のばらつき (S_A)、B 間のばらつき (S_B) と誤差 (S_e) とに分解し、 V_A, V_B を V_e に対して F 検定する。ここに、 S は平方和を、 V は不偏分散を表す。

分散分析の結果、1因子のみ有意の場合は一元配置で述べたと同様の推定を行なえば良い。2因子 (A, B) ととも有意の場合は組合せの推定をすることになる。点推定の方法、有効反復数を用いることに注意を要する。2因子とも有意でない場合は誤差が大きいことも考えられる。この中の一つに、誤差と A と B の交互作用が交絡 (まじりあう) していてその結果見かけの誤差を大きくしていることも考えられる。交互作用を誤差と分離するには二元配置の繰返しあり以上の実験を行なう必要がある (交互作用については後述)。

二元配置 (繰返しなし) の実験というのは、因子 A のある水準と因子 B のある水準との組み合わせ、すなわち $A_i B_j$ の実験が1回しか行なわれていない。それにもかかわらず、誤差が求まっている。統計学ではばらつきを考慮に入れて平均値の違いなどを論じていくが、 $n=1$ ではばらつきを求めることが出来ないはずである。これは二元配置に実験を組むことによって情報をもらい、その結果誤差を求めることが出来ることになる。たとえば、2因子とも有意の場合、組合せの推定をするが、そ

の時の有効反復数は2となる (計算の過程は省略)。このことは、実験は1回しか行なっていないが2回行なったと同様の精度で推定できることを示している。これも二元配置に実験を組むことの利点である。少ない実験回数でより多くの情報を得ることの一例である。つぎに述べる二元配置 (繰返しあり) で求めることの出来る交互作用は、t 検定の繰返しでは求めることが出来ない。

5. 二元配置 (繰返しあり)

二元配置 (繰返しなし) では、各因子についての水準の組合せ、すなわち各セル (ます) で1回の実験を行なったが、繰返しありでは2回以上の実験を行なう場合を言う。繰返しがあるとつぎのような利点がある。

- 1) 交互作用を求めることができる。
- 2) 実験の再現性を見ることができる。
- 3) 実験の管理状態を見ることができる。
- 4) 推定精度が上がる。

交互作用 とは、一つの因子の水準の効果が他の因子の水準によって変わる程度を表す量を言う。

つぎに推定についてふれる。分散分析の結果、交互作用が有意であるか否かによって、区間推定の仕方が少し違ってくるので注意を要する。

交互作用が有意でないとき (2因子とも有意)

→ 組合せの推定を行なう

$$\hat{\mu}_{ij} = \bar{x}_{i.} + \bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..}$$

$$\hat{\mu}_{ij} \pm t(\phi_e, \alpha) \cdot \sqrt{(V_e / n_e)}$$

(実験総数)

$$n_e = \frac{\quad}{\quad}$$

(無視しない要因の自由度の和 + 1)

n_e : 有効反復数

(1因子のみ有意)

→ 母平均に関する推定

あるいは平均値の差の推定

交互作用が有意のとき →

$$\hat{\mu}_{ij} = \bar{x}_{ij}$$

$$\hat{\mu}_{ij} \pm t(\phi_{\alpha}, \alpha) \cdot \sqrt{(V_{\alpha}/r)}$$

r : 繰返し数

交互作用が有意でないときの方が有意のとき
に比べて、点推定値、区間推定値とも推定の
精度が良い。

これまで、母数因子を取り上げた場合にっ
いてのみ述べてきたが、変量因子について推
定する場合には前にも述べたように母平均間
のばらつきを推定することになる。その方法
は不偏分散の期待値を用いて分散成分を推定
することになる。実験における被験者はこの
方法により推定することになる。

6. 直交配列表による実験計画

直交配列表とは、任意の2因子についてその
水準のすべての組合せが同数ずつ現われる よ
うな実験の割り付けのための表(表2参照)を
言う。直交配列表による実験の割り付けは線
点図(表2参照)を用いてもできる。この表を
用いて実験の計画を立てることにより、必要
な情報のみを得るのになるべく少ない実験回
数の実験を組むことができる。

たとえば、四つの因子A, B, C, Dを取
り上げ四元配置(繰返しなし)の実験を計画
したとする。実験回数は 2^4 、すなわち16回必
要になる。ただし、必要とする情報は、主効
果A, B, C, Dと交互作用 $A \times B$, $B \times C$
のみとする。これを直交配列表を用いて計画
すると、8回で実験を組むことができる。なお、
四元配置(繰返しなし)の要因実験をすると、
四つの主効果とすべての2, 3因子交互作用を
求めることが出来るが、一般には3因子以上の
交互作用は技術的に意味のないことが多いと
言われている。図1に、四元配置(繰返しなし)
の場合と直交配列表による場合との実験回数
を比べてみる。図1を見てわかるように、後者

表2 直交配列表と線点図の一例

		$L_8(2^7)$						
列番 No.		1	2	3	4	5	6	7
1		1	1	1	1	1	1	1
2		1	1	1	2	2	2	2
3		1	2	2	1	1	2	2
4		1	2	2	2	2	1	1
5		2	1	2	1	2	1	2
6		2	1	2	2	1	2	1
7		2	2	1	1	2	2	1
8		2	2	1	2	1	1	2
成分		a	b	a	c	a	b	a
		1群	2群			c	c	c

(1)

(2)

		B_1		B_2	
		D_1	D_2	D_1	D_2
A_1	C_1	*			*
	C_2		*	*	
A_2	C_1		*	*	
	C_2	*			*

* : 直交配列表より割りつけられた実験条件

図1 二元配置(繰返しなし)と直交配列表による実験計画との
実験回数の比較

はいわば前者の一部の実験を行なったことにな
る。直交配列表による実験は一部実施法の
一つである。