静振の減衰振動と減衰係数・線型摩擦係数の評価について

金 成 誠 一・早 瀬 進 治

Damping Seiches and Estimate of Damping, Linear Frictional Coefficients

Sei-ichi KANARI and Shinji HAYASE

Abstract

The frictional effect on the period of surface seiches in Lake Biwa has been discussed by TAKAHASHI and NAMEKAWA (1931). They concluded that the seiches of the longest period of 4 hours in Lake Biwa may be considered as a bay oscillation in the southern basin, and the difference of the period between the observed and theoretical one is due to an elongation effect of internal friction of the seiches. The same authors evaluated the linear frictional coefficient, K_0 as 0.69 cm/sec. However, the above estimation is not consistent with the observed damping coefficient. Such an inconsistency must be due to incorrect positioning of the bay mouth when calculating the theoretical period.

In the present paper, the authors give an estimation of the frictional effect on the period length in consideration of mouth correction, and also introduce a renewal frictional factor, estimated from field survey of diminishing seiches in the southern basin. The evaluation of the frictional factor in the present study gives $K_0=0.26\sim0.05$ (cm/sec), which is consistent with the magnitude of the damping coefficient, $\gamma=(2.7\sim5.9)\times10^{-5}$ (1/sec).

Finally, it is also shown that the square of damping coefficient is inversely proportional to the mean depth of the lake and the period of oscillation in various lakes of the world.

1. 緒 言

びわ湖の表面静振が初めて観測されたのは1901年(岡田, 1926)とされているが、当時すでに二百数十分の長周期振動が記録されていたにもかかわらず、この振動はあまり注目をひかなかった。須田はこの長周期振動に初めて注目し、その振動機構の説明を試みた(岡田, 1926)。須田は、滋賀県土木課の8月の量水標記録をもとに周期約250分の振動がびわ湖成層期における上層水塊のみの基本振動であろうという考えを提唱したが、著者らの記録にも見るとおり、このような振動は冬期の非成層期にも存在するし、上層水塊だけの基本振動という考え方は物理的に考えにくい。

高橋・滑川(1931)は、南湖湾振動説を主張し、湾口を現びわ湖大橋附近に仮定して、湾振動の理論周期を求め、これに摩擦による周期の伸びを考慮したものが実測周期であろうと考えた。この時の線型摩擦係数 K_0 は0.69cm/sec.と推定された。MURTY and RAO(1970)によれば、線型摩擦係数は0.01~0.0025と言

われているが、これにくらべて高橋らの値は大きすぎるように思われる。

今里ら(1971)のびわ湖静振の数値実験によれば、約4時間周期の振動の節線は和邇浜と野洲川北流の西岸を結ぶ線上に現われる。

南湖に比較して北湖が無限に広いわけではないので、大洋に対する沿岸の湾という意味での湾振動とはいえないが、数値計算結果から明らかなように、この振動の北湖に於ける振幅はきわめて小さく、近似的には、南湖固有の湾振動とみなすことができる。本論文では和邇・野洲川北流西岸を結ぶ線上に便宜的に湾口を仮定し、これによって、静振の線型摩擦係数、減衰係数および鉛直渦動粘性係数等の評価を試みる。

2. 南湖の地形条件と振動周期

南湖地形図(Fig. 1)に示すように、びわ湖南湖は堅田の狭水路を通じ広大な北湖と結ばれており、堅田以南の南湖の主要部分は平均水深約4mの平坦な湖盆から成っている。堅田狭水路の最大水深は約8mで、

Fig. 1. Geometrical plan as a bay of southern basin of Lake Biwa.

これから北側に行くにつれて水深は増大し、北湖の水深 70m の湖盆へつながっている。このような地形特性のために、堅田以南の平坦な浅水域は南湖，堅田以北の深水域は北湖と呼ばれている。前述のように、高橋らも、こうした地形特性から堅田を湾口として取り扱ったわけであるが、南湖を湾とみなす場合、堅田が湾口でなければならない理由はない。Fig. 2 は今里ら

Fig. 2. Horizontal distribution of the amplitude of the uninodal seiche. (After IMASATO *et al.*)

(1971) が格子間隔 1km のびわ湖数値モデルによって得た周期約 250 分のびわ湖主振動の振幅分布であるが、明らかに振幅零の節線は堅田より北、すなわち Fig. 1 の N-N の附近に現われている。この数値モデルの主振動周期は、実際観測される周期よりも若干長いが、これは南湖の地形を精密に再現し得るに充分な格子間隔ではなかったことによると思われる。

観測される長周期振動を便宜的に南湖の湾振動とみなす場合、湾口をこの振動の節線、すなわち Fig. 1 の N-N 線に仮定するのが最も自然であろう。そこで、南湖地形図の N-N 線以南、瀬田 (A 点) までの湖表面積並びに 250m 格子点上の水深を 1 万分の 1 の測深図から求め、N-N 線以南 (今後、これを南湖とする) の平均水深を計算すると、

$$\text{湖表面積} = 59.50 \text{ km}^2$$

$$\text{平均水深, } h = 4.2 \text{ m}$$

を得る。

また、C-B-A 線を湾の主軸とすると

$$\text{湾長, } L = 20.20 \text{ km}$$

したがって、

$$\text{平均巾, } B = \frac{\text{湖表面積}}{\text{湾長}} = 2.95 \text{ km}$$

となる。

ここで、湾巾・湾長の比、 $B/L = 0.147$ に対し、多くの式

$$T_a = \frac{4L}{\sqrt{gh}} \sqrt{1 + \frac{2B}{\pi L} (0.9228 - \ln \frac{\pi B}{4L})}$$

によって、湾振動の周期を求めると

$$T_a = 3.96 \text{ (hr.)}$$

を得る。

上記の計算周期では摩擦が考慮されていないが、実際の周期は摩擦のために、これより若干長くなると考えられる。

Table 1 は後述の水位記録から求めた静振の実測周期の頻度分布であるが、大部分の振動が 3.80hr. から 4.30hr. の間に含まれている。このうち、比較的頻度の高い周期は 3.90hr. ~ 4.10hr. の範囲にみられ、全体の約 60% がここに集中している。この表から頻度を考慮して平均周期を求めると

$$\bar{T} = 4.01 \text{ (hr.)}$$

となる。

計算周期と実測平均周期の比、 α は

$$\alpha = \frac{\bar{T}}{T_a} = 1.01$$

で、その差は 1% にすぎず、誤差の範囲で一致してい

Table 1. Frequency distribution of seiches with the period from 3.6 to 4.3 hr.

Period (hr.)	Frequency, N	Frequency (%)
3.70-3.80	0	0.00
3.80-3.90	7	17.07
3.90-4.00	13	31.37
4.00-4.10	12	29.27
4.10-4.20	7	17.07
4.20-4.30	2	4.88
4.30	0	0.00

Weighted mean, $\bar{T}=4.01$ hr.

るとみることもできるが、ここでは、この1%の差が摩擦による周期の延びと仮定した場合に帰結される摩擦係数、減衰係数および鉛直渦動粘性係数がどのような値をとり得るか考察を試みる。

3. 減 衰 係 数

自由振動に摩擦が作用する場合、振動振幅は時間と共に減衰し、他に強制力等の外力が作用しなければ遂には振動が停止する。時間 t につれての振幅の減衰が $\exp(-\gamma t)$ で表現されるとき、 γ を減衰係数と呼ぶ。

びわ湖の南湖のように平坦な浅水域では、静振に対する摩擦の影響は顕著に現われ、水位振動は風その他の外力の影響が無くなった時点から明瞭な減衰振動を示す。

1972年8月から約3年間にわたり、南湖の下阪本 (Fig. 1 の⊕印) に容量式精密水位計を設置し、びわ湖水位の連続記録を行なったが、この長期記録から典型的な減衰振動を抜き出した結果を Fig. 3 および Fig. 4 に示す。Fig. 3 は、1972年9月の台風通過時の記録であり、上が水位、下側のは風浪の2乗平均値 (平均化時間30秒) を示す。左寄3分の1附近の風浪による擾乱の後、擾乱減衰後、約4時間周期の静振が次第に減衰して行く状況が明瞭に示されている。また、Fig. 4 は3年間にわたる Fig. 3 と同様な記録から風

の影響がほとんど無くなった状態 (風浪の2乗平均値によって判定) の典型的な減衰振動の例を抽出して描いたものであるが、この一連の記録から減衰係数 γ の値を推定することができる。

Fig. 5 は記録から読みとった減衰振動の振幅について、横軸にサイクルタイム、縦軸に対数振幅比をとってプロット (黒丸) したものであるが、このような点群のほぼ中央を通る線 (実線) の勾配が減衰係数 γ を与える。図の実線は $\gamma=3.12 \times 10^{-5}$ (1/sec) の場合であるが、ちなみに今里らの数値実験から得られた計算水位について同様な減衰係数を見積ってみると $\gamma=2.69 \times 10^{-5}$ (1/sec) となり、ほとんど一致する。数値実験では水底摩擦が平均流速の2乗に比例するという型で与えているが、ここでは水底摩擦が流速の1乗に比例するとした場合を考える。

4. 湾振動の線型モデル

湾奥を原点とし、一様水深、一様巾の湾を考える。湾の主軸に平行に x 軸をとり、 $x=L$ を湾口とする。平衡水面から下向きに z 軸をとり、平衡水面からの水位偏差を ζ とすると線型近似の仮定のもとで x 方向の運動並びに連続の方程式は次のように書ける。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \mu_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^h u dz = 0 \quad (2)$$

ここに、 u は x 方向の流速であり、 μ_z は鉛直渦動粘性係数 (一定値) を表わす。水面に於ける風の応力は考えないので

$$\mu_z \frac{\partial u}{\partial z} \bigg|_{z=0} = 0 \quad (3)$$

と仮定する。

また、湾奥では岸に直角な流れが無いという条件から

$$u \big|_{x=0} = 0 \quad (4)$$

Fig. 3. An example of record of water-level gauge and wind-wave meter at Shimo-sakamoto.

Fig. 4. Typical examples of damping seiches in the southern basin of Lake Biwa.

更に、湾口では水位上昇が無いことから

$$\zeta|_{x=L} = 0 \quad (5)$$

でなければならない。

最後に水底摩擦の条件が必要であるが、これには3とおりの方法が考えられる。ひとつは水底摩擦が平均流速の n 乗に比例する型で与える場合で、通常は $n=2$ の場合が良く用いられるが、中野(1971)に依れば静振のような長波で比較的低流速の現象では、水底摩擦を流速の1乗に比例すると考えても大過ないようである。もうひとつは、水底の摩擦応力が水底における流速に比例すると考えるもので、この場合は水底において流れのスリップを考えていることになる。これらに対し、水底では常に流れがないと仮定する方法(DEFANT, 1961)があるが、ここでは前記ふたつの方法について考える。

(a) 水底摩擦応力が平均流速の1乗に比例する場合
この場合の水底条件は

$$\mu_z \frac{\partial u}{\partial z} \bigg|_{z=h} = -K_0 \bar{u} \quad (6)$$

$$\text{ただし, } \bar{u} = -\frac{1}{h} \int_0^h u dz$$

この場合の解は

$$\zeta(x, t) = \zeta_0 e^{-\gamma t + i\sigma t} \cdot \cos kx \quad (7)$$

$$u(x, z, t) = \zeta_0 \left[\left\{ \frac{k^2 g h}{\mu_z p} + (\gamma - i\sigma) p \right\} \frac{\cos pz}{k \sin ph} - \frac{kg}{\mu_z p^2} \right] e^{-\gamma t + i\sigma t} \cdot \sin kx \quad (8)$$

$$p^2 = \frac{\gamma - i\sigma}{\mu_z}, \quad k = \frac{\pi}{2L}$$

で与えられる。ここに、 ζ_0 は $x=0$ における初期水位振巾、 σ は振動角周波数、 k は角波数を表わす。

この場合の周波数方程式は

$$k^2 g h + (\gamma - i\sigma)^2 = \frac{K_0}{h} (\gamma - i\sigma)$$

によって与えられるが、摩擦がない場合の角周波数、

Fig. 5. Damping coefficients of the longest seiches of 4hr period in Lake Biwa.

$\sigma_0 = k^2 gh$ の関係により

$$\sigma_0^2 + (\gamma - i\sigma)^2 = \frac{K_0}{h} (\gamma - i\sigma) \quad (9)$$

と書ける。実数部と虚数部に分離すると

$$(\sigma_0^2 - \sigma^2) + \gamma^2 = \frac{K_0}{h} \gamma \quad (10)$$

$$2i\sigma = \frac{K_0}{h} \sigma \quad (11)$$

を得る。したがって

$$\sigma = \sqrt{\sigma_0^2 - \left(\frac{K_0}{2h}\right)^2} \quad (12)$$

すなわち、(12) は摩擦による角周波数の減少を表わし、周期について書き直すと

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{K_0 T_0}{4\pi h}\right)^2}} \quad (13)$$

となり、摩擦による周期の伸びを評価する式を得る。

(11) 式からは

$$K_0 = 2\gamma h \quad (14)$$

により、減衰係数と摩擦係数の関係が得られる。

(b) 水底における摩擦応力が水底流速の1乗に比例する場合 この場合の水底摩擦の条件は

$$\mu_z \frac{\partial u}{\partial z} \bigg|_{z=h} = -K_0 u \bigg|_{z=h} \quad (15)$$

で与えられる。この場合の解については、すでに高橋ら (1938) が求めており、その解は

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= v(z) e^{-i\gamma t + i\sigma t} \sin kx \\ v(z) &= \frac{ikg}{\mu_z a^2} \zeta_0 \left\{ \frac{K_0 \cosh az}{\mu_z a \sinh ah + K_0 \cosh ah} - 1 \right\} \\ k &= \frac{\pi}{2L}, \quad \mu_z a^2 = \sigma i - \gamma \end{aligned} \quad (16)$$

で与えられ、また周波数方程式は

$$\frac{(\sigma i - \gamma)^2 + \sigma_0^2}{\sigma_0^2} - \frac{K_0 \sinh ah}{ah (\mu_z a \sinh ah + K_0 \cosh ah)} = 0 \quad (17)$$

となる。

σ , σ_0 , γ を既知とすると、(17) は K_0 , μ_z を未知数とする複素方程式となり、

$$\phi(K_0, \mu_z) + i\psi(K_0, \mu_z) = 0 \quad (18)$$

の形に書ける。したがって、

$$\begin{cases} \phi(K_0, \mu) = 0 \\ \psi(K_0, \mu) = 0 \end{cases} \quad (19)$$

によって、 K_0 、 μ を決定することができる。しかしながら、(19) で K_0 を消去しても μ を解析的に求めることはできないので、 K_0 を消去した方程式

$$\chi(\mu) = 0 \quad (20)$$

を満足する μ の値を試行錯誤的に求めなければならない。

5. 係数の評価

ここで、前節までに導いた各式にもとづいて摩擦に関与する各種係数の値を評価してみよう。

前節 (a) に示したように、平均流速を用いる場合は係数評価の式には渦粘性係数 μ は陽に含まれない。この場合は

(i) (13) 式の T を観測周期、 T_{obs} とみなして

K_0 を求める。さらに、この K_0 を用いて (14) から γ を推定する。

(ii) 実測水位から求めた γ により (14) から K_0 を推定する。

などの方法が考えられるが、結果は次に示すとおりである。

(i) $K_0 = 0.050$ (cm/sec)

$$\gamma = 5.90 \times 10^{-5} \text{ (1/sec)}$$

(ii) $K_0 = 0.026$ (cm/sec)、但し減衰係数は実測水位から求めた値を用いた。

次に (b) の場合の係数評価を行なうが、前述のとおり、(20) から μ を解析的に求めることはできないので試行錯誤的に最適値を求めた。この μ は

$$\gamma = 3.12 \times 10^{-5} \text{ (1/sec)}$$

$$\sigma_0 = 4.40 \times 10^{-4} \text{ (1/sec)}$$

$$\sigma = 4.36 \times 10^{-4} \text{ (1/sec)}$$

のとき、 μ を変数とする

$$y_1 = \gamma \sinh 2\gamma + \frac{\gamma}{\mu} \sin 2\frac{\gamma}{\mu}$$

$$y_2 = -5.4024 (\sinh^2 \gamma \cos^2 \frac{\gamma}{\mu} + \cosh^2 \gamma \sin^2 \frac{\gamma}{\mu})$$

$$y_3 = \frac{\gamma}{\mu} \sinh 2\gamma - \gamma \sin 2\frac{\gamma}{\mu}$$

$$y_4 = -0.5778 (\sinh^2 \gamma \cos^2 \frac{\gamma}{\mu} + \cosh^2 \gamma \sin^2 \frac{\gamma}{\mu})$$

$$\gamma = \frac{5.9693}{\sqrt{\mu}}, \quad \frac{\gamma}{\mu} = \frac{5.7848}{\sqrt{\mu}}$$

の4つの関数が同時に交わる横軸の値として求められ、上の場合 $\mu = 3.65$ (cm²/sec) が得られた。この μ に対し、 K_0 は

$$K_0 = \frac{2h(\gamma + \sigma) [\sinh^2 \gamma \cos^2 \frac{\gamma}{\mu} + \cosh^2 \gamma \sin^2 \frac{\gamma}{\mu}]}{(\gamma + \frac{\gamma}{\mu}) \sinh 2\frac{\gamma}{\mu} + (\gamma - \frac{\gamma}{\mu}) \sinh 2\gamma} \quad (21)$$

から求められ、結果は $K_0 = 0.019$ (cm/sec) となる。

鉛直渦動粘性係数 μ の湖における評価の例は豊富とはいえないが、バイカル湖における例を参考のために付記しておこう。それは SPERANSKAYA (1966) がバイカル湖浅水域 (アンガラ河口) で流速の微小変動の相関から見積ったもので、平均流速 2.5 cm/sec の場合、 μ (深さ方向の平均をとった値) ≈ 3 (cm²/sec) という値を出している。

6. 世界主要湖沼の減衰係数

一般に振動流に対する水底摩擦の効果は水深が浅いほど大きく、また、内部摩擦の影響は流れの振動数が高いほど大きくなると考えられる。したがって、こうした摩擦の総合効果を代表する減衰係数 γ は、考えている静振に関する水域の平均水深、および周期と一定の関係にあることが予想される。実際、(10)、(11) 式はこれらの量の関係を規定するものであるが、今、

$$\sigma_0 = \frac{2\pi}{T_a}, \quad \sigma = \frac{2\pi}{T_{\text{obs}}}$$

$$1 - \left(\frac{T_a}{T_{\text{obs}}} \right)^2 = \hat{\sigma}$$

とにおいて、(10)、(13) の関係によって γ を表現すると

$$\gamma = \frac{2\pi}{T_a} \sqrt{\hat{\sigma}} \quad (22)$$

を得る。一方、(11) からは

$$\gamma = \frac{K_0}{2h} \quad (23)$$

が得られ、(22) および (23) 式から

$$\gamma^2 = \frac{\pi K_0 \sqrt{\hat{\sigma}}}{h T_a} \quad (24)$$

を得る。 $\hat{\sigma}$ は実測周期と計算周期の比に関係する量であるが、この比が大半に変わらない範囲で、かつ摩擦係数も一定であれば減衰係数は平均水深と周期の積の2分の1乗に逆比例することを示している。

Table 2 は ENDRÖS (DEFANT, 1961) によってまとめられた世界主要湖沼における減衰係数ならびに、今回、著者らが、びわ湖の240分周期の静振について求めた値を追加して示したものであるが、これらの値を周期だけの関数としてプロットしたものを Fig. 6 に示す。明らかに減衰係数が周期と逆比例関係にあることを暗示する傾向が伺われる。しかしながら値のばらつきが大きく、(22) 式中の $\hat{\sigma}$ が決して一定ではないことを示している。

Table 2 に示す湖沼の静振に関与する平均水深はす

Table 2. Damping coefficients in various lakes in the world. (After Endrös)

Nos	Lake	Period of seiches (minutes)	Damping Coef. (1/sec)	Depth (m)
1	Geneva	73.5	6.83×10^{-6}	154.4
2	Garda	42.0	1.82×10^{-5}	—
3	Yamanaka	15.6	1.10×10^{-4}	8.2
4	Vättern	179	1.17×10^{-5}	39.0
5	Chiemsee	41	5.3×10^{-5}	24.5
6	Fish-pond	1.02	2.91×10^{-3}	—
7	Königsee	11.6	3.27×10^{-4}	—
8	Frisches Haff	465	1.22×10^{-5}	—
9	Erie	858	7.17×10^{-6}	21
10	Balaton	576	1.13×10^{-5}	7.2
11	Kurisches Haff	550	1.17×10^{-5}	—
12	Waginger-Tachinger see	6.2	1.67×10^{-4}	14.1
13	Biwa* (southern basin)	240	3.12×10^{-5}	4.2

* Estimated by KANARI.

Fig. 6. Plot of the damping coefficient, γ versus seiche period T in various lakes in the world. Numerals adjoining the black circles show the lake number presented in the first column of Table 1.

べて判明している訳ではないが、文献 (HUTCHINSON, 1957) から知り得た湖の平均水深 (Table 1 の最右欄) を用いて γ と $1/\sqrt{h \cdot T}$ の関係をプロットしたものを Fig. 7 に示す。

Fig. 7 の実線は $K_0/\sqrt{\delta} = \text{const.}$ の場合の (24) の

Fig. 7. Relationship between γ and $h \cdot T$, which suggests more general relationship as described by $\gamma^2 h T \approx \text{const.}$

関係を示したものであるが、実測値はこの線に対しきわめて僅かではあるがずれが見られる。しかしながら、図中の各点は、Fig. 6 にくらべてばらつきが小さくなっている。実線との僅かなずれは、 $K_0/\sqrt{\delta}$ がなお、 h , T に依存していることを暗示しているが、様ざまな大きさ、形状を持つ湖沼の減衰係数が $\gamma \sqrt{1/hT} \approx \text{const.}$ に近い形にまとめられるという可能性が期待できる。このような関係がすべての湖沼に適用し得るかどうかは今後の資料の集積に俟たねばならない。

7. 結 語

びわ湖南湖に卓越する周期約 4 時間の静振に対し、便宜的にこれを南湖湾振動とみなして湾口補正を考慮

した振動周期を求め、これと実測周期との差が摩擦による周期の延びと考えると各種係数の評価を試みた。線型摩擦として (a) 水底摩擦応力が鉛直平均流速の 1 乗に比例する場合、(b) 水底摩擦応力が水底流速 (水底でのスリップを許容) の 1 乗に比例する場合の 2 つの場合について係数の推定を試みたが、約 1 % の周期の延びを説明するためには

$$(a) \begin{cases} K_0 = 0.050 \text{ (cm/sec)} \\ \gamma = 5.90 \times 10^{-5} \text{ (1/sec)} \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \mu_x = 3.65 \text{ (cm/sec)} \\ K_0 = 0.019 \text{ (cm/sec)} \\ \gamma = 3.12 \times 10^{-5} \text{ (1/sec)} \end{cases}$$

(実測水位から)

でなければならない。一方、(11) 式で γ に実測水位から求めた値を用いて K_0 を見積ると $K_0 = 0.026 \text{ (cm/sec)}$ が得られる。

(b) の場合の K_0 の値は (a) の場合の 50 % 弱であるが、これは (b) においてスリップを許していることと対応しているように思われる。

今里らの数値実験結果から推定される γ は $\gamma = 2.69 \times 10^{-5} \text{ (1/sec)}$ で、この値は実測水位から求めた γ に近い。これに対し、(a) の場合の γ は数値実験並びに実測水位の場合のほぼ 2 倍に近い値を示している。

水底条件の実状を表現するのに (a)、(b) いずれが妥当かを問うよりも、むしろ (a)、(b) の中間が最も良く現実を表わしているように思われる。

静振の減衰係数 γ とその静振に関与する水域の平均水深並びに周期の間には (24) 式で表わされるような簡単な関係がみられる。この関係は一次元の単純なモデルから帰結されたものであるにもかかわらず、大きさ、形状を異にするいくつかの湖沼がほぼ、この関係を満たしていることは興味深い。しかしながら、

Fig. 7 に示された湖沼以外でも同様な傾向が見られるかどうか、より多くの湖沼例を追加し確認する必要がある。

文 献

- DEFANT, A. (1961) : *Physical Oceanography*, Vol. II, Pergamon Press.
- HUTCHINSON, G. E. (1957) : *A treatise on Limnology*, Vol. 1, John Wiley & Sons, Inc.
- 今里哲久・金成誠一・国司秀明 (1971) : びわ湖の水の流動に関する数値実験的研究, 京都大学防災研究所年報, 14-B, 451-464.
- 中野猿人 (1971) : 湖水の減衰について, 日本陸水学会第 36 回大会講演要旨集, 145-146.
- MURTY, T. S. and D. B. RAO (1970) : Wind-Generated Circulations in Lakes Erie, Huron, Michigan and Superior, *Proc. 13th Conf. Great Lakes Res.*, 927-941.
- 岡田武松 (ed.) (1926) : 琵琶湖調査報告, 1, 神戸海洋気象台.
- SPERANSKAYA, A. A. (1966) : Influence of stability on the characteristics of vertical turbulent exchange in fresh-water reservoir, *Meteorol and Hydrology*, 8: 37-41.
- 高橋達敏・滑川忠夫 (1931) : 琵琶湖南部の静振に就て, 海と空, 18, 7, 256-261.
- (著者: 金成誠一・早瀬進治, 東京水産大学水産学部, 港区, 東京; Sei-ichi KANARI and Shinji HAYASE, Tokyo University of Fisheries, Minato-ku, Tokyo 108)

1979年5月25日 受理