管内気流による比重分級の基礎研究 (I)

—— 気流中の代表粒子の運動とその数学的表現 ——

坂 本 定 男*

Fundamental Study on the Gravity Classification of Particles in Air Duct (I)

—— The Motion of a Representative Particle in Air Current and
its Mathematical Expression ——

Sadao SAKAMOTO

The method using air flow is investigated to dress particles in similar density from some sorts of same size particles. Each gravity centers of distribution of similar weight particle have to keep some distance on the gravitational section to get the effective result by this method. To acquire the distance between gravity centers, in the first place, the gravity centers must be defined. Then the purpose of this article is to state on the calculation method of gravity center.

A co-ordinate of gravity center can get from the equation of motion concerning a representative particle, because it can be considered that a curve put the points of gravity centers in a row is a path line of the representative particle.

Results gained by this way are examined by experiments used glass beads.

1. は じ め に

粒子の比重分級を気流で行なうには、粒子の運動が比重の影響をうける性質を利用しなければならない。ニュートンの運動の法則によれば、粒子の比重は確かに粒子の運動を規定する一因子ではある。しかしながら、粒子の運動に影響を与えるものは比重のみではない。径の大きさや形状もまた大きな影響を与える。自然界に存在したり、容易な製法により得られる粒子群では、そのなかの個々の粒子の大きさは平均径のまわりにある広がりをもって分布し、形状は不規則なものが多い。それらを輸送する気流の性質は勿論平均速度により規定される。そのようなことを考え合せれば、いかに平均径を選たくし、それに加えて比重の一樣な粒子を揃えても、気流中の一個一個の粒子の運動をニュートンの法則で説明することは容易ではなくなる。個々の粒子の運動は、壁面や粒子相互の束縛がなければ、多分平均的な運動のまわりにある広がりをもった形態として表わすのが好都合のように考えられよう。もしそうだとすれば異なった比重の粒子

の集りを、気流を用いて同比重の粒子の集り毎に分けるには、それぞれの比重ごとの粒子群が重複して位置を占めないことが必要になる。すなわち、それら粒子群の分布重心間の距離が比重の差異に応じて離れ、その重心間の距離に対して、それぞれの粒子群の分布の広がり的小さいことが望ましくなる。重心間の距離を求めるには、まず分布重心を求める必要がある。ここでは比重分級に関する以上の2因子のうち、まず分布重心について考察するものとする。

管内気流中での比重分離を考えているので、実用的な利用度および実験上の都合から“粒子の流量分布重心”を計算により求める方法についてのべる。そして、これまで最も研究し尽されたとされている球粒子を用いて実験を行ない、その結果と理論計算の結果とについて報告する。

2. 粒子の流量分布重心の計算

輸送流体により流動する粒子群の分布については、これまでに多数の研究結果^{1~11)}が報告されているが、分布の重心に関する研究例は少ない。それは、これまでの

* 熊本大学教育学部
昭和50年9月30日受理

研究が粒子分布の定常域のものであり、管底または河川底や海底を基準に分布を表わすことが可能であったからである。しかるに、ここでは比重分級に役立てるために分布が変化している粒子供給孔近くの領域を取り扱うので、管底を基準に分布を表わすよりむしろ重心まわりに表わすほうが好都合のように判断される。それでまず流量分布の重心を理論的に求めようとするものである。

基礎的研究として、粒子は球または等価な球として取り扱いが可能なものと仮定し、その粒子を輸送管上壁の点源から管内気流中に供給し、それらが相互干渉なしに輸送される際の流量分布重心について考えることにする。ただし、一般の粒子では形状が不規則なため、抵抗係数は平均値^{12,13)}で表わさざるを得ない。それに加えて抵抗係数に及ぼす流れの乱れの影響¹⁴⁾もいまだ明らかでない。また粒子径分布の広がり球より大きい。そのようなことから粒子運動を表わす理論式は、複雑で精巧なものよりむしろ簡単なもののほうが使用に便利と考える。そこで、粒子流量分布の重心を連ねる曲線を、数多くの粒子の径路線の平均的なものと考え、その平均径路線は代表粒子（粒子群の平均的な物理的性質をもった粒子）の径路線で示されるとして、それを求めることにする。

すなわち、水平な輸送管の上壁より、回転運動をとまなわずに一樣な気流中に供給された代表粒子の運動は、もしその径があまり小さくなければ次の式により表わすことができるとする。

$$m_p \ddot{x} = \frac{\gamma_a S}{2g} \{ (u - \dot{x})^2 + \dot{y}^2 \}^{1/2} (u - \dot{x}) C_d \quad (1)^{15)}$$

$$m_p \dot{y} = m_p g - \frac{\gamma_a S}{2g} \{ (u - \dot{x})^2 + \dot{y}^2 \}^{1/2} \dot{y} C_d \quad (2)^{15)}$$

ただし、 $m_p = \pi d_p^3 \gamma_p / (6g)$ 、 d_p ：粒子径、 x ：水平方向座標、 $\dot{x}$ ： dx/dt 、 $\ddot{x}$ ： d^2x/dt^2 、 u ：輸送気流の速度、 y ：鉛直方向座標、 $\dot{y}$ ： dy/dt 、 $\ddot{y}$ ： d^2y/dt^2 、 t ：時間、 C_d ：抵抗係数、 g ：重力の加速度、 γ_p 、 γ_a ：粒子の比重量および空気の比重量である。

この式には粒子の比重が比重量の形ではいつているので、比重分級には役立つものと考えられる。

式中の C_d は、球に対しては粒子レイノルズ数 Re_p の相当大きな範囲 $Re_p = 2 \sim 500$ まで

$$C_d = \frac{k}{\sqrt{Re_p}}, \quad Re_p = \{ (u - \dot{x})^2 + \dot{y}^2 \}^{1/2} \frac{d_p}{\nu_a} \quad (3)$$

$k = \text{定数}$

なる形で表わされている。ここに ν_a は空気の動粘性係数である。 C_d の値は $Re_p > 1000$ では一定となる。 $Re_p = 500 \sim 1000$ の間は簡単な式で近似することは困難とされているが、ここでは Re_p 数の変化が大きくないので、 k の値を適当に選んで $Re_p = 500 \sim 1000$ の間も式 (3) が適用できるものと仮定する。

式 (1), (2) は $(u - \dot{x}) \gg \dot{y}$ が成立すれば簡単に解が求まる。ここでは気流中に供給された粒子が管底に達するまでの極く短い時間中の変化を取り扱うので、輸送気流と粒子の速度差は、粒子の落下速度より遙かに大きく、上の条件は充分満足される。いま初期条件として粒子供給孔出口の粒子の速度（初速度）の水平成分が $x=0$ で鉛直成分が $\dot{y} = \dot{y}_0$ である場合に、式 (1), (2) の解を求めることにする。

また

$$\dot{x}/u = \phi, \quad \dot{y}/u_0 = \theta, \quad g t / u_0 = T \quad (4)$$

で式 (1), (2) を無次元化し、無次元水平速度 ϕ 、無次元水平変位 Φ 、無次元鉛直速度 θ 、無次元鉛直変位 Θ も同時に求めることにする。

まず水平および鉛直方向の速度を求めれば

$$\dot{x} = u - \left\{ \frac{2}{\beta t + 2\sqrt{u}} \right\}^2 \quad (5)$$

$$\phi = 1 - \left\{ \frac{2}{K T + 2} \right\}^2 \quad (5)'$$

$$\dot{y} = \frac{1}{3(2 + \beta t \sqrt{u})^2} \times \{ 12\dot{y}_0 + 12g t + 6g\beta \sqrt{u} t^2 + g\beta^2 u t^3 \} \quad (6)$$

$$\theta = \frac{12\theta_0 + 12T + 6KT^2 + K^2 T^3}{3(KT + 2)^2} \quad (6)'$$

となる。また水平および鉛直変位は

$$x = ut \left(1 - \frac{2}{2 + \beta t \sqrt{u}} \right) \quad (7)$$

$$\Phi = T \left(1 - \frac{2}{KT + 2} \right) \quad (7)'$$

$$y = \frac{1}{6(2 + \beta t \sqrt{u})} (12\dot{y}_0 t + 6g t^2 + g\beta \sqrt{u} t^3) \quad (8)$$

$$\Theta = \frac{1}{KT + 2} \left(2\theta_0 T + T^2 + \frac{1}{6} K T^3 \right) \quad (8)'$$

となる。

また式 (7), (7)' より

$$t = \frac{x}{2u} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\sqrt{u}}{\beta x}} \right) \quad (9)$$

$$T = \frac{\Phi}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{K\Phi}} \right) \quad (9)'$$

なる関係があるので、これを式 (8), (8)' に代入すれば

$$y = \frac{1}{6 \left\{ 2 + \frac{\beta x}{2\sqrt{u}} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\sqrt{u}}{\beta x}} \right) \right\}} \times \left\{ \frac{6\dot{y}_0 x}{u} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\sqrt{u}}{\beta x}} \right) + \frac{3gx^2}{2u^2} \right. \\ \times \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\sqrt{u}}{\beta x}} \right)^2 + \frac{g\beta x^3}{8u^{5/2}} \\ \left. \times \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\sqrt{u}}{\beta x}} \right)^3 \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{6 \left(2 + \frac{\beta}{\sqrt{u}} x \right)} \\
&\quad \times \left(\frac{12j_0}{u} x + \frac{6g}{u^2} x^2 + \frac{g\beta}{u^{5/2}} x^3 \right) \quad (10) \\
\Theta &= \frac{1}{2 + \frac{K\Phi}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{K\Phi}} \right)} \\
&\quad \times \left\{ \theta_0 \Phi \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{K\Phi}} \right) \right. \\
&\quad + \frac{\Phi^2}{4} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{K\Phi}} \right)^2 \\
&\quad \left. + \frac{K\Phi^3}{48} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{K\Phi}} \right)^3 \right\} \\
&= \frac{1}{K\Psi + 4} \left(2\theta_0\Psi + \frac{1}{2}\Psi^2 + \frac{K}{24}\Psi^3 \right) \quad (10')
\end{aligned}$$

をうる。

ただし

$$x = \frac{x}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8\sqrt{u}}{\beta x}} \right) \quad (11)$$

$$\Psi = \frac{\Phi}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8}{K\Phi}} \right) \quad (11')$$

$$K = \frac{3}{4} k \frac{\gamma_a}{\gamma_p} \frac{\nu_a^{1/2}}{g} \frac{u^{1/2} u_g}{d_p^{3/2}} = \beta \frac{u^{1/2} u_g}{g} \quad (12)$$

$$\beta = \frac{3}{4} k \frac{\gamma_a}{\gamma_p} \frac{\nu_a^{1/2}}{d_p^{3/2}} \quad (13)$$

θ_0 : 無次元初速度の水平方向成分

である。

また C_d = 定数で式 (1), (2) を解けば

$$\dot{x} = \frac{A^2 u^2 t}{1 + A^2 u t} \quad (14)$$

$$\phi = \frac{MT}{MT+1} \quad (14')$$

$$\dot{y} = \frac{2j_0 + 2gt + A^2 g u t^2}{2(1 + A^2 u t)} \quad (15)$$

$$\theta = \frac{2\theta_0 + 2T + MT^2}{2(MT+1)} \quad (15')$$

$$x = ut - \frac{1}{A^2} \ln |1 + A^2 u t| \quad (16)$$

$$\Phi = T - \frac{1}{M} \ln |MT+1| \quad (16')$$

$$\begin{aligned}
y &= \frac{1}{4A^4 u^2} [2\{2j_0 a^2 u - g\} \ln |1 + A^2 u t| \\
&\quad + g\{(1 + A^2 u t)^2 - 1\}] \quad (17)
\end{aligned}$$

$$\Theta = \frac{T}{2M} + \frac{T^2}{4} + \frac{\theta_0 M - 0.5}{M^2} \ln |MT+1| \quad (17')$$

をうる。

ただし、

$$A^2 = \frac{3}{4} \frac{\gamma_a}{\gamma_p} \frac{C_d}{d_p} \quad (18)$$

$$M = A^2 \frac{u u_g}{g} \quad (19)$$

である。

これまでの終速度はつぎの算式を用いている。

$$u_g = \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{\gamma_p}{\gamma_a} \frac{g d_p}{C_d} \right), \quad C_d = \text{定数} \quad (20)$$

$$u_g = \left\{ \frac{16}{9} \left(\frac{\gamma_p}{\gamma_a} \right)^2 \frac{g^2}{k^2 \nu_a} \right\}^{1/3} d_p,$$

$$C_d = \frac{k}{\sqrt{R_{ep}}} \quad (21)$$

以上により、計算で粒子の流量分布の重心を求めるには、式 (10), (10)' か (16), (16)' (17), (17)' かのいずれかおよび式 (20) か (21) を用いればよい。

なお測定結果を無次元化するには

$$\Phi = \int_0^T \phi dT = \frac{g}{u_g u} \int_0^t \dot{x} dt, \quad \int_0^t \dot{x} dt = x$$

であるので

$$\Phi = \frac{g}{u u_g} x \quad (22)$$

また

$$\Theta = \int_0^T \theta dT = \frac{g}{u_g^2} \int_0^t \dot{y} dt, \quad \int_0^t \dot{y} dt = y$$

であるので

$$\Theta = \frac{g}{u_g^2} y \quad (23)$$

となる。それで、式 (22), (23) を使えばよい。

式 (3) 中の k の値は球に対するものを取り

$$k=10, \quad R_{ep}=2 \sim 500 \quad (24)$$

$$k=13, \quad R_{ep}=500 \sim 700 \quad (25)$$

を用い、 $R_{ep} > 1000$ に対する C_d の値としては、実験範囲が $R_{ep} = 1000 \sim 2000$ では

$$C_d = 0.43 \quad (26)$$

を用いればよいことにする。

3. 実験装置および実験方法

3.1 実験装置

第1図に実験装置の概要を示す。Aは風洞、Bは整流格子である。Bで整流された輸送気流はAの末端で絞られ、輸送管Cを通りD上にとりつけられた粒子供給筒Rより供給された粒子を輸送する。粒子を含んだD中の気流は分岐管Hを通りサイクロンJで粒子のみを分離する。気流はその後排出管Kを経て上部タンクNに集められ、送風機Qにより外部へ排出される。この際の流量は丸ノズルPで計量される。粒子の供給は筒R内の輸送管上板に明けられた約 $2 \times 5 \text{ mm}^2$ の溝からテコ式送り操作と重力沈降法により行なう。測定断面を通過する粒子の流量分布は、第1図の下に示すように、管路Dを重力

第1図 実験装置

方向に5等分した仕切板で混合気を5層に分け、各層内に含まれる粒子をサイクロンで分離し、捕集瓶Mに集められたものを秤量して求められる。したがって、4枚の仕切板前縁で形成する断面が測定断面となる。仕切板は溝Eにはめ込まれているので、前後に移動可能である。これを調節して供給孔より測定断面までの距離 x を自由に変える。距離 x を大きく変えるには、輸送管Cの上板に100 mmおきに明けられた粒子供給孔上に筒Rを移し書いて粒子供給を行なう。使用しない供給孔には盲蓋をしている。粒子供給孔より管内へ出入する気流は望ましくないので、筒Rは気密にして使用している。溝Eも外部より気流が侵入しないように気密にされている。なお第1図はおもに装置の機能を示していて、各部の寸法比は正しくない。

3.2 使用粒子

使用粒子はガラスビーズ 570 μ である。細かくふる

第1表 粒子径および比重量

粒子の種類	粒子径 μ		比重量 $\times 10^3 \text{ kg/m}^3$
	目	開 体積径	
ガラス	500	572	2.51
	590	572	
ガラス	1000	1158	2.51
	1190	1158	
フライアッシュ	105	115	2.12
	125	115	
砂 鉄	105	133	4.97
	125	133	
砂 鉄	210	250	4.55
	250	250	
標準砂	210	245	2.65
	250	245	
砥 粒	105	120	3.97
	125	120	

い分けられたもの多数を秤量してその重量を求め、さらにその個数を求めて一個当りの平均重量を出し、それより球相当体積径を出して平均径(代表径)としている。その値は第1表に示している。第1表には統報に使用する粒子のものも示している。使用粒子の粒度分布をグリーン径と個数により第2図に示す。ガラスビーズ 570 μ は粒子径が 200 ~ 1000 μ の間のものでは、もっとも球形度がよく、また粒子分布も狭い範囲に集中している。

粒子の比重量は、高周波発生装置を用いて粒子表面に付着している気泡を除き、ピクノメータにより測定した。測定値を第1表に示す。

第2図 粒子の粒度分布

3.3 粒子の初速度 y_0

粒子が輸送気流中にはいり込む際の初速度 y_0 は、実測が容易でないので、計算により求めた。計算誤差を小さくするために、供給筒Rを気密にしているの、Rよ

第2表 初速度および終速度

粒 子 の 種 類	初速度 m/s	終速度 m/s
ガ ラ ス 572 μ	0.25	4.51
ガ ラ ス 1158 μ	0.26	8.63
フライアッシュ 115 μ	0.22	0.80
砂 鉄 133 μ	0.24	1.66
砂 鉄 250 μ	0.25	3.03
標 準 砂 245 μ	0.24	2.15
砥 粒 120 μ	0.24	1.47

りDへの落下を静止気流中の自由落下として取り扱った。すなわち

$$\dot{y}_0 = u_g(1 - e^{-\frac{g}{u_g}t}) \quad (27)$$

t を求めるには

$$y = u_g t - \frac{u_g^2}{g}(1 - e^{-\frac{g}{u_g}t}) \quad (28)$$

なる式を用いた。 y は上壁板の厚さ3mmと粒子半径 $d_p/2$ との和である。 t は y なる距離を粒子が落下するに要する時間である。 u_g は粒子の終速度で、この際は粒子速度が小さいので、粒子抵抗をストークス則に従うとして

$$u_g = \gamma_p d_p^2 / (18\mu) \quad (29)$$

μ : 気流の粘性係数

により求めた。各計算値は第2表に示す。

3.4 粒子の流量分布重心

簡単で合理的な仮定として、粒子の径と、あるいは粒子の運動と分布の両方に役立つように規定されるかもしれない形状の分布とともに正規分布とする。流体の流れは整流されているが、変動やゆらぎ成分は全くランダムなものである。そのようなランダムな成分をもった流れのなかに、正規分布をなす物理的性質をもった粒子を供給すれば、流れのなかの粒子は正規分布に近い流量分布をなして流動するものと考えうる。そのため粒子流量分布の重心は、正規確率紙を用い、測定断面での粒子の重量分布より求めた重量集積割合を縦軸に、上壁板よりの距り y を横軸にとり、重量集積割合50%前後の測定点を直線で結び、その50%相当の y 座標を重心の y 座標とした。重心の x 座標は測定断面の x 座標である。

4. 実験結果および考察

整流された流れのなかに供給筒R内のガラスビーズ

(12)

第3図 気流中の粒子の流量分布重心

570 μ を供給し、供給孔より測定断面までの距離を変えて得られた粒子流量分布重心の実験結果と、式(10)により求められた理論曲線とを第3図に示す。輸送気流の平均速度は4, 6, 9, 13, 18 m/sの5種類である。図では理論曲線と実験点とはかなりよく一致しているが、球形度のよい粒子の実験結果としては充分とはいえない。したがって、その理由について考察する。粒子の供給は前述のように気密室からの自然落下であるので、初速度の算出結果は充分正確なものと考えられる。粒子が遭遇する気流の速度分布¹⁶⁾は、粒子供給孔が本実験では流れの絞り部下流135mmの所であったので、充分フラットであり平均速度を用いた取り扱いに無理があるとは考えられない。このように考えると、理論曲線の算出誤差に最も影響を与えるものは粒子の抵抗係数の選び方にあるように思われる。球の抵抗係数は定数で示される領域もあるが、粒子レイノルズ数の関係として示される領域が広い。粒子レイノルズ数の関数として粒子の抵抗係数を示した式¹⁷⁻¹⁹⁾はすでに多数発表されていて、なかでも田中の式¹⁹⁾は正確である。ここでも田中の式を用いることが考えられるが、同式は複雑であり電算器の使用を必要とする。一方ここに示す方法の適用が望まれるのは球よりむしろ不規則形状粒子である。しかしながら不規則形状粒子の抵抗係数は球ほど明確にされておらず、粒子レイノルズ数の関係で表わされる見通しも明らかでない。そのため、ここでは精密度より理論的取り扱いの可能性を確かめることをおもな目的として、理論式の解が得られる形式の抵抗則を用い、その抵抗則の性質と計算誤差との関係をしらべ、理論式の合理性を検討した。

まず輸送気流の平均速度4 m/sの場合を考える。この際の粒子レイノルズ数は ≤ 160 である。すなわち粒子が気流にはいり込んだ瞬間の粒子と輸送気流の相対速度は気流速度に著しく、それにより求めたレイノルズ数が160で、時間とともに相対速度が小さくなるので、粒子レイノルズ数も小さくなる。このレイノルズ数範囲に相当する抵抗係数をLapple²⁰⁾の測定値より求め、式(3)の k の値を逆算すれば、約11となる。計算では $k=10$ を用いているので、抵抗係数を小さく見積ったことになる。そのため計算により求めた曲線が実験点より下にあ

第4図 気流中の粒子の無次元分布重心

るのは合理的である。平均風速 6, 9, 13 m/s の場合も同様なことがいえる。平均風速 18 m/s の場合は少し異なる。粒子レイノルズ数は ≤ 660 である。ここで用いた k の値は 13 である。この値は粒子が気流中にはいり込んだ瞬間にのみ正しく、そのあとは大きすぎる値である。したがって計算により求めた曲線が実験点より上にあるのは合理的である。以上により全理論曲線と実験点の関係はすべて合理的で、抵抗係数が正しければ、理論曲線と実験点とは十分な精度で一致することが考えられる。このことは実験結果より C_a を求めれば、それは使用粒子の平均係数を表わすことを意味する。

つぎに第3図を無次元化したものを第4図に示す。図のなかの曲線は式 (10)' で求められ、実験点は式 (22), (23) で求められている。第4図の $k=1.0, 1.2, 1.4, 1.7$ が第3図の $u=4, 6, 9, 13, 18$ m/s に対応している。理論曲線と実験点のズレは、傾向は第3図に一致し、量は拡大されている。それは座標軸のスケールのとり方による。また、第3図ではパラメータが見掛け上は一つであったのが、第4図ではパラメータが2つになっている。このうち θ_0 は無次元初速度を表わしているが、空気輸送ではこの値が定数 (0 か 1) にならない。水力輸送では $\theta_0=1$ は容易に実現できるので、無次元表示は気流分級より水力分級に対してより効果的と考えられる。しかしながら、無次元の取り扱いが可能であることは、粒子や転送流体の種類にかかわらずに利用できて便利である。

5. 結 語

単粒子の運動方程式の解として得られた粒子流量分布重心は、もし抵抗係数が適当であれば十分な精度をもつ。したがって、この方法を用いれば気流による比重分級の研究が容易になることが考えられる。

また、実験結果より抵抗係数 C_a を求めれば、それは粒子群の平均抵抗係数を示すことになる。それでこの方法は不規則形状粒子の平均抵抗係数測定に役立つものと考えられる。

参 考 文 献

- 1) 野満他：地球物理学, 6, 16 (1942)
- 2) 速水：地球科学, 2, 5 (1950)
- 3) 篠原他：九大応力研究所報告, 10, 63 (1957)
- 4) L. Prandtl: Fluid Dynamic, 336, Blackie (1952)
- 5) 新津他：機械学会論文集, 26-162, 170 (1960)
- 6) R. Briller and M. Robinson: Aiche. J., 15-5, 734 (1959)
- 7) 池森：エハラ時報, 4-2, 2 (1955)
- 8) S. L. Soo, et al: J. B. E. Sep., 609 (1960)
- 9) 植松, 森川：機械学会論文集, 26-171, 1522 (1960)
- 10) 井伊谷, 後藤：化学工学, 26-1, 75 (1964)
- 11) G. Welschhof: VDI-Forsch., 492, 17 (1962)
- 12) 鶴見：土木学会誌, 18-10, 1 (1932)
- 13) 菅原他：機械学会論文集, 23-125, 63 (1957)
- 14) L. B. Torobin, et al: Canad. J. Chem. Eng. Dec., 193 (1960)
- 15) Auerbach-Hort Handbuch Der Physikalischen und Technischen Mechanik, 6, 783
- 16) 坂本：熊本大学教育学部紀要, 23-1, 5 (1974)
- 17) S. Goldstein: Proc. Roy. Soc., London (A), 123 225 (1929)
- 18) L. Schiller and A. Nauman: Z. V. D. I., 77, 315 (1933)
- 19) Z. Tanaka: J. Chem. Eng. Japan, 3-2, 261 (1970)
- 20) C. E. Lapple and C. B. Schepherd: Ing. Eng. Chem., 23-5, 605 (1960)