土の構成式に関する現況総括

3. ミクロ・レオロジー

(Constitutive Equations of Soils) 3. Micro-Rheology

松 井

保* (Tamotsu Matsui)

キーワード：構成式※／歴史
IGC： D2/D5/D6

3.1 ま え が き

土の time-dependent な力学的挙動を微視的な立場から解明することはある一つの普遍的な概念を抽出しうる可能性を内蔵していると考えられる。なぜなら、ある領域内の土に外部から巨視的に応力の系が作用したとき、その応答を土の微視的な状態から理解し、またその微視的な粒子間相互作用を統計的に処理できるからである。ミクロ・レオロジーの立場からの研究は、土粒子間の相互作用を物性論的に検討してその微視的機構を解明し、さらにその物性論的な微視的概念に基づいて土の力学的な巨視的挙動を解明するうえに有効なアプローチになると思われる。

ミクロ・レオロジーには、たとえば液体の粘度に関する分子論、液体や粘弾性体の粘性に関するレート・プロセス理論、固体のクリープや塑性変形に関するディスロケーション理論などがあるが、土の time-dependent な力学的挙動に対するこれらの適用性については、レート・プロセス理論が最も有望と思われる。事実、Eyringら(1941)¹⁾により提唱されたレート・プロセス理論が村山・柴田(1956)²⁾によりはじめて粘土のレオロジー的特性の研究に適用されて以来、現在まで約 20 年間に多くの研究者により、種々の現象へのこの理論の適用が試みられ、注目すべき成果が数多く得られてきた。レート・プロセス理論に基づくもの以外では、液体の粘度に関する分子論に基づき、粘土構造の損傷と配向による影響を考慮することに重点をおいて、粘土のクリープ挙動を解明しようとする研究がみられる (Vialov ら (1973)³⁾)。

粘土は微小な薄片状の粘土鉱物のランダムな集合体で

あり、一般にその間ゲキには間ゲキ水と気体が満たされている。粘土鉱物の表面は通常負の電荷を帯びているので、この表面に水分子が強く吸着され、いわゆる吸着水層を形成している。このような粘土の変形・流動時の土粒子間相互作用にレート・プロセス理論を適用する際に、そのアプローチの方法はつぎの二つに大別できる。一つは、変形・流動時において土の粒子レベルの微視的な内部機構をあらかじめ仮定し、その機構のうち吸着水層の粘性の挙動にレート・プロセス理論を適用する方法である。他の一つは、変形・流動時において、土粒子の挙動に対しては何の仮定も設けず、土粒子接合点付近の粒子間の原子・分子レベルの微視的機構に対してレート・プロセス理論を適用する方法である。以上の意味において、前者を土粒子レベルの物性論的研究、後者を原子・分子レベルの物性論的研究と称することにする。

土粒子レベルの物性論的研究は、村山・柴田 (1956, 1958, 1961, 1964, 1969)²⁾⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾、藤本 (1964)⁸⁾、Christensen・Wu(1964)⁹⁾、Ter-Stepanian (1973, 1975)¹⁰⁾¹¹⁾らによる研究であり、現象的には粘土の力学的挙動がレオロジーモデルとして表現されうるという特徴をもっている。したがって、この立場からの研究成果を土の力学的な巨視的挙動と接続することは比較的容易である。

一方、原子・分子レベルの物性論的研究は、Mitchell・Singh・Campanella(1964, 1968, 1969, 1976)¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾¹⁵⁾、Andersland・Douglas(1970)¹⁶⁾、松井・伊藤(1975)¹⁷⁾¹⁸⁾らによる研究であり、原子・分子レベルのより本質的な立場から土の力学的挙動に対する物性論的な概念を得ることができ、さらにこの概念に基づき土の巨視的挙動をより統一的に解明できるという特徴をもっている。

以上のように、ミクロ・レオロジーの立場からの研究は微視的・物理化学的立場からの研究とマクロ・レオロジーの立場からの研究の中間的な位置にあり、本質的な微視的概念に基づいて土の巨視的な力学的挙動を統一的に解明するうえで非常に重要な役割を果たすものと考えられる。本文は、ミクロ・レオロジーに関する現況報告である

* 大阪大学工学部土木工学科 助教授 (吹田市字山田上)

※ 土質工学会制定以外のキーワード

• この現況総括に対するディスカッションは昭和54年4月1日までに
ご投稿下さい。

が、おもにレート・プロセス理論を用いた研究のうち微視的研究に重点をおき、レート・プロセス理論に基づいて得られる力学モデルを用いたマクロ・レオロジー的研究（たとえば2次圧密に関する研究など）には触れないことにする。

3.2 土粒子レベルの物性論的研究

3.2.1 村山・柴田および藤本の研究

村山・柴田(1964)は、図-3.1に示すように、粘土の骨格構造が薄い吸着水層を介して端面結合した土粒子の集合から成っており、土粒子の結合部は弾性ジョイントと粘弾性ジョイントの2種類のものと仮定した。図-3.1(a)に示されるように、弾性ジョイントではせん断力作用時に土粒子間の相対的な滑動はなく土粒子間の接触角に変化が生じるのみである。一方、図-3.1(b)に示されるように、粘弾性ジョイントでは土粒子が接触部のまわりに吸着水を保ちながら隣接土粒子の表面を滑

図-3.1 (a)弾性ジョイントと(b)粘弾性ジョイントの模式図

図-3.2 (a)粘土粒子に作用するせん断力およびそのせん断抵抗力の確率分布曲線, (b)滑動粒子の確率分布曲線, (c)滑動粒子の加積分布曲線

動する。したがって、土粒子に作用する力は上述の弾性抵抗力、土粒子間の摩擦抵抗力および吸着水の粘性抵抗力である。

以上のような粘土粒子接合点の概念に基づき、また、粘土粒子に作用するせん断力 x_1 および粘土粒子間のせん断抵抗力 x_2 の確率分布曲線を図-3.2(a)に示すように考えて、統計力学的手法により粘土粒子の挙動を解くことを考えた。すなわち、粘土粒子に滑動が生起する条件は $x_2 - x_1 \equiv y < 0$ であるから、全粘土粒子のうち滑動粒子の生起確率 P は図-3.2(b), (c) のように得られる。図-3.2(c)における f_0 は、近似的に、粘土粒子に滑動を生じない限界値であるので、下限降伏値であると考えられる。滑動粒子に作用する摩擦抵抗力以上の作用力の合計は弾性抵抗力と粘性抵抗力の和に等しいとし、この粘性抵抗力の算定にレート・プロセス理論が適用された。このようにして得られた粘土骨格の挙動を表わす方程式は図-3.3に示すような力学モデルで表現することができ、種々の実験結果と一致することが確かめられている。

さらに、村山(1969)は上記の考え方を発展させ、砂の力学的挙動との類似性から、粘土の応力-ヒズミ-時間関係を得ている。その結果、粘土の流動挙動は粘土の構造のみならず作用する応力と2つの限界値の相対的な関係によって影響され、下位限界値以下の応力での流動は遅延弾性のみにより生じ、両限界値間の応力では構造の分解による流動が最後まで続き、上位限界値以上の応力での流動は破壊に至ることを結論している。

藤本(1964)は、熱力学と統計力学の概念を粘土の変形・流動問題に導入することを試み、瞬間的な弾性変形を表示する式を得た。さらに、非回復変形を考慮するため、村山・柴田と同様に土粒子周辺の2重水層にレート・プロセス理論を適用した結果、図-3.3の力学モデルと等価な粘土の力学的挙動に対する方程式を得ている。

図-3.3 力学モデル(村山・柴田)

3.2.2 Christensen・Wu の研究

Christensen・Wu (1964) は、粘土構造のモデルを仮定し、せん断応力下のクリープが粘土粒子接合点の滑動の結果であると考え、この滑動の過程がレート・プロセス理論に従うと考えた。すなわち、粘土の潜在的破壊面に作用するせん断応力は接合点での流動単位間の結合によって抵抗される。個々の接合点でのこの結合の強さは広範囲に変化すると考えられた。そして、あるせん断応力下では最初に結合力の弱い接合点に滑動が生じ、その接合点に伝えられていたせん断応力の一部あるいは全部が結合の強い接合点に移動する。全接合点が負荷に抵抗できるように全せん断応力が再配分されるともはや変位は生じない。このような過程がクリープであると考え、結合の降伏強度の分布関数という概念を導入し、図-3.4に示すような力学モデルを用い、粘土のクリープ挙動を解析した。図中の τ_g および τ_f はそれぞれ流動に寄与しない降伏値以下の応力、および流動に寄与する降伏値以上の応力を表わしている。また、レート・プロセス理論はダッシュポットの粘性に対して適用されているが、その際に流動単位が何であるかが明確にされておらず、また活性化エネルギーおよび流動単位平衡位置間の距離も一定の値でなく広範囲の分布を示すと考えられている点問題がある。

3.2.3 Ter-Stepanian の研究

Ter-Stepanian (1975) は、粘土粒子接合点の状態をつぎのように考えている。すなわち、図-3.5 (a) に示

図-3.4 力学モデル (Christensen・Wu)

図-3.5 接合点の状態 (a)供試体, (b)接合点に作用する力

す粘土中のせん断断面を $a-a$ とし、図-3.5 (b) のように $a-a$ 面で接合点をもつ2つの粘土粒子を考え、接合点に作用する力を p とする。この p は垂直力 r と接線力 f に分けられる。粒子接合点の垂直力が吸着水膜をやぶるほど十分大きいときには鉱物-鉱物型の接触があり、これらの粒子接合点における結合を剛性単位 (rigid unit) と呼ぶ。一方、接線力 f が粘土粒子に相対的な変位を生じさせるが、これらがレート・プロセス理論で考えられている流動単位 (flow unit) を形成する。剛性単位および流動単位はイオン、イオン群、分子あるいは分子群からなり、拡散層 (粘性単位: viscous unit) により形成された粘性物質に取り囲まれている。そして、接合点に沿う粘性変形中の粘土粒子のヒズミ速度はこの物質の力場のコウ配に比例する。

以上のような粘土粒子接合点に3種の単位があるとする概念に基づき、また粒子接合点の結合の寿命 (life time) の概念¹⁹⁾をクリープ過程に生じる粘土構造の変化や粘土粒子の再配列と関連づけることによって、クリープ過程をせん断抵抗力の動員過程と破壊過程の2つに分けてクリープ挙動の理論式を示し、実験で裏づけている。すなわち、前者の過程では粘土の構造がより規則的になり粘土粒子が配向し、粒子接合点の平均寿命が増加するので、これが時間に比例して増大すると仮定すれば、ヒズミ速度は時間とともに減少し、クリープ曲線は対数曲線になる。一方、後者の過程では粘土の構造がより不規則になり粘土粒子が分散し、粒子接合点の平均寿命が減少するので、これが時間に比例して減少すると仮定すれば、ヒズミ速度は時間とともに増加し、クリープ曲線は放物線になる。これらの挙動は図-3.6に示す力学モ

図-3.6 力学モデル (Ter-Stepanian)

デルで表わしうることが示されている。

3.3 原子・分子レベルの物性論的研究

3.3.1 Mitchell・Singh・Campanella の研究

Mitchell・Singh・Campanella (1969) は、強度、圧縮性、変形速度のような測定可能な量と有効応力、粒子間結合の構造と強度、吸着水の構造と特性、真の粘着力、真の摩擦力のような簡単に決定できないより基礎的なファクターとの関係がまだ十分に解明されていないという見地に立って、飽和粘土、乾燥粘土および乾燥砂など種類の土に対してクリープ試験を行ない、その結果にレート・プロセス理論を適用した。この理論における微視的機構として流動単位の結合力を表わす活性化エネルギーと流動単位の数、すなわち結合数が考えられる。実験結果によれば、土の活性化エネルギーは 30~45 kcal/mol でほぼ一定である。また、せん断強度と結合数の比例関係は、粘土において wet か dry か、undisturbed か remolded か、正規圧密か過圧密かにかかわらず、また乾燥砂に対しても近似的に成立する。

以上の結果を検討し、結合、有効応力および強度に対する一つの仮説を提案した。すなわち、1個の流動単位が変位することによって1個の原子あるいは分子間の結合が破壊することを前提とすれば、結合は土粒子接合点の固体原子間の結合である。クリープ挙動は本質的には粒子接合点付近の酸素イオンの緩速拡散過程であるとし、流動単位として酸素イオンを考える。したがって、通常の水はクリープ挙動には関係せず、土粒子接合点は多数の強さの等しい固体原子間の結合からなり、結合数は各接合点に伝達される圧縮力に依存する。Terzaghi-Bowden・Tabor による摩擦の凝着理論を土粒子接合点の状態に適用し、各接合点における結合数が接触面積に比例すると仮定すると、各土粒子接合点の強さは結合数により広範囲に変化し、ある面に沿う全せん断強さはその面の結合数に比例することになる。

3.3.2 Andersland・Douglas の研究

Andersland・Douglas (1970) は、粘土サスペンションの粘性流動と正規圧密粘土のクリープ挙動にレート・プロセス理論を適用し、活性化エネルギーと流動体積(流動単位の平衡位置間の距離を結合数で除したもの)を決定した。その際、粘土試料としては、吸着イオンをリチウム、ナトリウムおよびカリウムの3種類に変化させた試料と四塩化炭素により無極性化した試料を用いた。粘土サスペンションの粘性流動については粘度計を用いて実験を行なったが、その結果、粘土サスペンションの粘度は濃度と吸着イオンの関数であり、リチウムイオンがその有効径が大きいために濃度増加とともに急速な粘度増加を示す。また、粘土サスペンションの活性化エ

ネルギーはニュートン流動の範囲では濃度や吸着イオンに関係なく純水の活性化エネルギーと等しい。したがって、粘土サスペンションの流動機構は純水のそれであり、個々の粘土粒子は活性化エネルギーに寄与しないことを示した。一方、正規圧密粘土の定常クリープについては、吸着イオンを変化させた粘土試料を3種の圧力で圧密し、一定温度でクリープ試験を行なった。その結果、活性化エネルギーは約 28 kcal/mol で吸着イオンの性質や圧密圧力に関して変化がなかった。また、流動体積の計算値が $1.7 \text{ cu } \text{\AA}$ で、結合が原子の次元であることを示唆している。したがって、結合の機構は吸着水層に関係せず、粒子接合点でイオン結合を形成する鉱物-鉱物型の直接結合であると考えられた。

3.3.3 松井・伊藤の研究

松井・伊藤 (1975) は、粘土・水系の流動現象の本質的な微視的機構を明らかにすることを目的として、3種の代表的な粘土・水系に対する実験、すなわち粘土サスペンションの粘度試験、粘土ペーストのペーンプラストメーター試験および圧密粘土の三軸クリープ試験を行ない、レート・プロセス理論を適用することによって、種類の粘土・水系の活性化エネルギーと結合数の含水比に対する変化および結合数とせん断強度の関係を求めた。その結果、粘土・水系の流動機構は本質的に以下に述べるような heterogeneous process として統一的に表現できることを明らかにした。すなわち、圧密粘土や低含水比の粘土ペーストの流動機構は酸素の一次結合の流動単位系に支配される homogeneous process であり、粒子固体間の直接接触による結合のみが存在し、一方、ニュートン流動領域の粘土サスペンションの流動機構は水素結合の流動単位系に支配されるもう一つの homogeneous process である。そして、これらの homogeneous process の間に、上述の2つの流動単位系に支配される heterogeneous process が存在する (図-3.7 参照)。

また、全結合数 S とせん断強度 τ_f の関係は図-3.8に示すようになり、各流動単位に作用する破壊時のせん断力 $f_f (= \tau_f / S)$ は酸素の一次結合による homogeneous process においてほぼ一定である。さらに、図-3.9に示すように、各流動単位に作用するせん断力 f および粘土要素に作用するせん断応力 τ はともにせん断ヒズミ γ に対して双曲線関係にあるが、しかし $f \sim \gamma$ 関係だけが粘土の状態量によらないユニークな双曲線関係を示す。

以上の実験事実から、土の巨視的な力学的挙動は一定のせん断力をもつ流動単位の集合によって表わされるといふせん断抵抗力発生機構の一般的な微視的概念が明らかにされた。

さらに、この概念に基づき、また粒子接合点に摩擦の

図-3.7 粘土・水系における(a)活性化エネルギーと含水比および(b)結合数と含水比に関する統一的表示

凝着理論を適用することによって、土のせん断パラメーターの微視的意味を次式により明らかにしている。

$$\left. \begin{aligned} \phi_e &= \tan^{-1}(\chi_e f_f / \sigma_y) \\ c_e &= \chi_e f_f S_s A_{cint} \end{aligned} \right\}$$

ここに、 ϕ_e ：有効摩擦角、 c_e ：有効粘着力、 χ_e ：結合数と接触面積の比例係数、 σ_y ：土粒子の降伏応力、 S_s ：土粒子接合点数、 A_{cint} ：土粒子間相互作用力による土粒子間接触面積である。上式は、より本質的な物性論的立場から土の巨視的な力学的挙動をより統一的に解明するという観点から重要な意味をもっている。なぜなら、土粒子接合点の原子・分子レベルの物性論的な微視的機構に基づいて巨視的なせん断パラメーターが表現されているからである。

3.4 む す び

以上概観してきたように、ミクロ・レオロジーの立場からの研究は、原子・分子レベルの物性論的概念に基づき土の巨視的な力学的挙動を統一的に解明する上で有効なアプローチである。今後は、原子・分子レベルの物性論

的研究で明らかにされた微視的概念と土粒子レベルの物性論的研究で仮定されている微視的な機構の接続を明確にするとともに、土の構造や物理化学的立場からの研究成果および粒状体力学、弾塑性論、マクロ・レオロジーなどの巨視的立場からの研究成果などとも相まって、土質力学をより統一的な体系に進展させていくものと考えらる。

参 考 文 献

- 1) Glasstone, S., Laidler, K. and Eyring, H. (1941): The Theory of Rate Process, McGraw-Hill, New York.
- 2) 村山朔郎・柴田 徹 (1956): 粘土のレオロジー的特性について, 「土木学会論文集」, 第 40 号, pp.1~31.
- 3) Vialov, S.S., Zaretsky, YU.K., Maximyak, R.V. and Pekarskaya, N.K. (1973): "Kinetics of structural deformations and failure of clays," Proc., 8th ICSMFE, Vol. 1.2, pp.459-464.
- 4) Murayama, S. and Shibata, T. (1958): "On the rheological characters of clay," Part I, Disaster Prevention Research Inst. Kyoto Univ. Bulletin No. 26.
- 5) Murayama, S. and Shibata, T. (1961): "Rheological properties of clays," Proc., 5th ICSMFE, Vol. 1, pp.

図-3.8 種々の土のせん断強さと全結合数の関係

図-3.9 (a)各流動単位に作用するせん断力とせん断ヒズミおよび(b)粘土要素に作用するせん断応力とせん断ヒズミの双曲線関係

- 269-273.
- 6) Murayama, S. and Shibata, T. (1964): "Flow and stress relaxation of clays," IUTAM Symp. Rheology and Soil Mech., pp.146-159.
 - 7) Murayama, S. (1969): "Stress-strain-time behavior of soils subjected to deviatoric stress," Proc., 7th ICSMFE, Vol 1, pp.297-306.
 - 8) Fujimoto, H. (1964): "The theoretical research on the stress relaxation of clay by thermo-dynamics and statistical mechanics," IUTAM Symp. Rheology and Soil Mechanics, pp.130-141.
 - 9) Christensen, R.W. and Wu, P.L. (1964): "Analysis of clay deformation as a rate process," Proc., ASCE, Vol 90, No. SM 6, pp.125-157.
 - 10) Ter-Stepanian, G., Meschian, S.R. and Galstian, R.R. (1973): "Investigation of creep of clay soils at shear," Proc., 8th ICSMFE, Vol 1.2, pp.433-438.
 - 11) Ter-Stepanian, G. (1975): "Creep of a clay during shear and its rheological model," Géotechnique, Vol. 25, No. 2, pp.299-320.
 - 12) Mitchell, J.K. (1964): "Shearing resistance of soils as a rate process," Proc., ASCE, Vol 90, No. SM 1, pp.29-61.
 - 13) Mitchell, J.K., Campanella, R.G. and Singh, A. (1968): "Soil creep as a rate process," Proc., ASCE, Vol 94, No. SM 1, pp.231-253.
 - 14) Mitchell, J.K., Singh, A. and Campanella, R.G. (1969): "Bonding, effective stresses and strength of soils," Proc., ASCE, Vol 95, No. SM 5, pp.1219-1246.
 - 15) Mitchell, J.K. (1976): Fundamentals of Soil Behavior, John Wiley & Sons, New York.
 - 16) Andersland, O.B. and Douglas, A.G. (1970): "Soil deformation rates and activation energies," Géotechnique, Vol 20, No. 1, pp.1-16.
 - 17) 伊藤富雄・松井 保 (1975): 粘土の流動機構に関する研究, 「土木学会論文報告集」, 第 236 号, pp.71~85.
 - 18) 松井 保・伊藤富雄 (1975): 粘土・水系の統一的な流動機構に関する基礎的研究, 「土木学会論文報告集」, 第 242 号, pp.41~51.
 - 19) Bjerrum, L. (1973): "Problems of soil mechanics and construction on soft clays (General Report)," Proc., 8th ICSMFE, Moscow, Vol 3, pp. 111-159.
- (原稿受付, 1977.2.10)