不均質な粘土地盤上の正方形および長方形基礎の支持力

(Bearing Capacity of Square and Rectangular Footings on Nonhomogeneous Clays)

鵜飼 恵 三* (Keizō Ugai)

キーワード: 浅い基礎/安定解析/支持力/すべり面/粘土 (IGC: E3)

1. ま え が き

実際の正規圧密粘土地盤では、非排水せん断強度 c_u は深さとともに直線的に増加するといわれ

$$c_u(z) = c_{u0} + kz \quad (1)$$

と仮定されることが多い^{1),2)}。ここで、 c_{u0} は地表面での c_u の値、 z は地表面からの深さ、 k は深さに関する強度増加率である。本研究は、強度が式(1)で表されるような不均質な粘土地盤上に正方形もしくは長方形基礎が設置されたときの支持力を極限解析の手法を用いて理論的に求めたものである。

粘土地盤が均質な場合 ($k=0$) には、従来これら四辺形基礎に対していくつかの支持力公式が提案されているが、最近の文献や書物では次の式(2)を提示しているケースが多い^{1),2),3),4)}。

$$q = 5.14 c_{u0} \left(1 + 0.2 \frac{B}{L} \right) \quad (B \leq L) \quad (2)$$

ここで、 q は支持力、 B は基礎の幅、 L は基礎の長さである。Shield⁵⁾ らは均質な Tresca 材上の滑らかな正方形および長方形基礎の支持力の上界値を計算している。仮定された可容速度場は、図-1 (正方形基礎) およ

図-1 正方形基礎の可容速度場 (底面滑)

図-2 長方形基礎の可容速度場 (底面滑)

び図-2 (長方形基礎) のようである。その結果、式(3)および式(4-1, 2)で示される上界解を得ている。

$$\begin{aligned} \text{(正方形)} \quad q &= 5.80 c_{u0} = 5.14 c_{u0} (1 + 0.128) \\ & \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(長方形)} \quad q &= c_{u0} \left(5.24 + 0.47 \frac{B}{L} \right) : 0.53 \leq B/L \leq 1 \\ & \quad (4-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 5.14 c_{u0} \left(1 + 0.128 \frac{B}{L} \right) : 0.53 \\ & \quad (4-2) \end{aligned}$$

式(4-1)で $B=L$ とおくと $q=5.71 c_{u0}$ となり式(3)より小さな(したがって正解に近い)上界支持力が得られる。式(4-2)で $B/L \rightarrow 0$ のときは $q=5.14 c_{u0}$ となり帯基礎の正解値と一致する。また、式(4-2)を $0.53 \leq B/L \leq 1$ の範囲に適用しても式(4-1)に比べ2%以下の誤差しか生じないので、実際上はすべての B/L の範囲で式(4-2)を用いても問題は無い。

粘土地盤が不均質な場合 ($k \neq 0$) の支持力公式は少ない。中瀬⁷⁾ は、強度が式(1)で表される粘土地盤上の長方形基礎の支持力係数を式(5)の形で与えた。

* 群馬大学工学部建設工学科 助教授 (群馬県桐生市天神町一丁目)
(1985.5.13 原稿受付・討議期限 1986.7.1, 要請があれば1か月の期限延長可能)

図-3 帯基礎の可容速度場（底面滑）

図-4 帯基礎の可容速度場（底面粗）

$$N_c = N_{c0} \left(1 + n_0 \frac{B}{L} \right) \quad (5)$$

ここで、 N_{c0} は Davis ら⁹⁾ が求めた帯基礎の厳密解である。 n_0 は形状係数であり、有限円筒すべり面の仮定から導かれる値を 0.20/0.44 倍して得られる。山口²⁾ は 0.44 の代わりに 0.41 を用いるべきとしている。中瀬¹⁾ は、 c_u が深さ方向に増加する場合の支持力公式としてそれまでに提案されていた3つの近似式と式(5)を比較し、いずれも式(5)より過大な支持力を与え、その過大評価の程度は 300% に達することを明らかにした。なお中瀬の提案した式(5)は地盤が均質な場合には式(2)の支持力係数と一致する。

本研究では、長方形基礎の支持力係数を式(6)の形で与える。

$$N_c = N_{c2} \left(1 + n \frac{B}{L} \right) \quad (6)$$

ここで、 N_{c2} は図-3（底面滑）もしくは図-4（底面粗）のような2次元の可容速度場から得られる帯基礎の支持力係数の上界値の最小値である。 n は後述のように3次元の可容速度場を用いて計算される形状係数である。このようにして得られる支持力係数 N_c は上界値となる。また、地表面での粘土の強度がゼロ ($c_{u0}=0$) の場合には N_c の正解（厳密解）が得られる。このように、本研究は従来の研究成果を更に一步進め、塑性論に基づく解析を行い、粘土地盤上の正方形および長方形基礎の支持力をより厳密な形で提示したものである。

2. 正方形基礎の上界支持力

2.1 底面が滑らかなケース

ここでは、底面が滑らかな正方形基礎の支持力の上界値を計算する。可容速度場は Shield ら⁵⁾ が提案した図-1 と同じである。Reddy ら⁷⁾ と Shield らの計算方法を組み合わせて計算を行うと、次のような上界支持力が得られる (Appendix 1)。

$$\begin{aligned} \frac{q_a}{c_{u0}} = & \pi - \rho - \eta + \sqrt{1 + \cos^2 \rho} (\pi - \rho - \eta + \tan \rho + \tan \eta) \\ & + \frac{\beta}{6} [\cos \rho (\cos \rho + \cos \eta) + \sqrt{1 + \cos^2 \rho} \\ & \times \{ \sin^2 \rho + \cos \rho \tan \eta \sin \eta \\ & + 2 \cos \rho (\cos \rho + \cos \eta) \}] \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 β は

$$\beta = kB/c_{u0} \quad (8)$$

と表される。式(7)の中の ρ, η を種々変化させて上界の中の最小解 $(q_a)_m$ を求めると表-1 のようになる。ただし、表-1 中の F_a は次式で表される。

$$(q_a)_m/c_{u0} = F_a(5.14 + \beta/4) \quad (9)$$

表-1 正方形基礎の上界支持力

kB/c_{u0}	底 面 滑		底 面 粗	
	$(q_a)_m/c_{u0}$	F_a	$(q_a)_m/c_{u0}$	F_d
0	5.80	1.13	6.50	1.27
1	6.36	1.18	7.56	1.40
2	6.86	1.22	8.44	1.50
3	7.33	1.24	9.23	1.57
4	7.77	1.27	9.94	1.62
6	8.59	1.29	11.2	1.69
8	9.36	1.31	12.3	1.72
12	10.8	1.33	14.3	1.76
16	12.1	1.33	16.1	1.76
20	13.4	1.32	17.8	1.75
25	14.9	1.31	19.8	1.74
30	16.4	1.30	21.6	1.71
40	19.2	1.27	25.2	1.66
50	21.8	1.24	28.5	1.62
70	26.9	1.19	34.7	1.53
100	34.1	1.13	43.4	1.44
200	56.4	1.02	69.4	1.26
300	77.5	0.97	93.3	1.16
500	117.9	0.91	138.0	1.06

図-5 正方形基礎と帯基礎の支持力

図-6 正方形基礎の可容速度場（底面粗）

この表式は Davis ら⁶⁾にならった。表-1 の結果を図-5 に実線で示す。地盤が均質 ($k=0$) のとき $(q_a)_m$ は式 (3) で表される。また $c_{u0}=0$ のとき

$$(q_a)_m = kB/6 \quad (\because F_a = 2/3) \quad (10)$$

となる。

2.2 底面が粗いケース

可容速度場を図-6 に示す。なお図-6 の速度場で $\xi=0$ とおき、底面の摩擦力を 0 とすると図-1 の速度場が得られることを付記する。2.1 と同様な計算方法により次のような上界支持力を得る。

$$\begin{aligned} \frac{qd}{c_{u0}} = & \pi - \xi - \rho - \eta + \tan \rho + \tan \xi \\ & + \sqrt{1 + (\cos \rho / \cos \xi)^2} (\pi - \xi - \rho - \eta + \tan \rho \\ & + \tan \eta) + \frac{\beta}{6} \left[(\tan \rho + \tan \xi) \tan \xi \right. \\ & + (\cos \rho / \cos \xi) \{ \cos(\xi + \rho) + \cos \eta \} \\ & + \sqrt{1 + (\cos \rho / \cos \xi)^2} \left\{ 1 + \tan \rho \tan \xi + \frac{\cos \rho}{\cos \xi} \right. \\ & \left. \left. \times \left(\cos(\rho + \xi) + \cos \eta + \frac{1}{\cos \eta} \right) \right\} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

式 (11) の中の ξ, ρ, η を種々変化させて上界の最小解 $(q_a)_m$ を求めると表-1 のようになる。ただし、表-1 中の F_a は次式で表される。

$$(q_a)_m / c_{u0} = F_a (5.14 + \beta/4) \quad (12)$$

表-1 の結果を図-5 に一点鎖線で示す。地盤が均質 ($k=0$) のとき $(q_a)_m$ は次式で与えられる。

$$(q_a)_m = 6.50 c_{u0} = 5.14 c_{u0} (1 + 0.265) \quad (13)$$

また $c_{u0}=0$ のとき

$$(q_a)_m = kB/6 \quad (\because F_a = 2/3) \quad (14)$$

となる。これは滑らかな基礎と同じ値である。

2.3 下界、正解

地盤が均質な場合 ($k=0$) の支持力の下界を Shield

$n'cm'$ で囲まれる地盤の応力状態：(引張りか正)

- ① $\sigma_z = kx, \sigma_x = kx, \tau_{zx} = -kz$
- ② $\sigma_z = k\left(2x + \frac{B}{2}\right), \sigma_x = k\left(2z - \frac{B}{2}\right), \tau_{zx} = 0$
- ③ $\sigma_z = k\left(2x + \frac{B}{2}\right), \sigma_x = 0, \tau_{zx} = 0$
- ④ $\sigma_z = k(2x), \sigma_x = -k(2z), \tau_{zx} = 0$
- ⑤ $\sigma_z = k(2x), \sigma_x = 0, \tau_{zx} = 0$
- ⑥ $\sigma_z = 0, \sigma_x = -k(2z), \tau_{zx} = 0$
- ⑦ $\sigma_z = 0, \sigma_x = 0, \tau_{zx} = 0$

①～⑦の領域において、 $\tau_{yz} = \tau_{xy} = 0, \sigma_y = \sigma_x$

 図-7 正方形基礎の可容応力場 ($c_{u0}=0$)

ら⁵⁾が与えており、 $5c_{u0}$ である。したがって、地盤が均質な場合の正方形基礎の支持力の正解 $(q)_{ex}$ は、式 (3), (13) を用いると次のような範囲内にある。

$$(\text{底面滑}) \quad 5c_{u0} \leq (q)_{ex} \leq 5.80 c_{u0} \quad (15)$$

($k=0$)

$$(\text{底面粗}) \quad 5c_{u0} \leq (q)_{ex} \leq 6.50 c_{u0} \quad (16)$$

$c_{u0}=0$ の場合には、Salençon⁸⁾ のモデルを 3 次元に拡張した可容応力場 (図-7) を考えると、下界は $kB/6$ となる (Appendix 2)。ただし、図-7 では $r=0$ と仮定している。 r は土の単位体積重量である。この値は 2.1 および 2.2 で得られた上界値 (式 (10) および (14)) と一致する。したがって、 $c_{u0}=0$ のときの支持力値 $kB/6$ は正方形基礎 (底面の粗滑にかかわらず) の正解となる。

2.4 帯基礎の解 (2 次元解) との比較

強度が式 (1) で与えられる粘土地盤上の帯基礎の支持力解 (厳密解) を Davis ら⁶⁾が得ている。これを図-5 に破線 (底面滑) と点線 (底面粗) で示す。図-5 より、底面が粗なケースでは $kB/c_{u0} > \text{約 } 20$ 、滑らかなケースでは $kB/c_{u0} > \text{約 } 4$ のとき正方形基礎の支持力解のほうが、2 次元解より小さくなるのが分かる。つまり、形状係数が負値になるという特筆すべき状況が生じる。図-5 に示される正方形基礎の支持力解が上界解であることを考慮すると、実際にはより小さな kB/c_{u0} の値

でもこのことが起こるのであろう。特に、 $c_{u0}=0$ の場合の帯基礎の正解値は $kB/4^{(6),8)}$ であるので、この場合の正方形基礎の支持力 ($\approx kB/6$) は帯基礎のそれより 34% 小さくなる。

3. 長方形基礎の上界支持力

3.1 底面が滑らかなケース

ここでは、底面が滑らかな長方形基礎の支持力の上界値を計算する。可容速度場は Shield ら⁵⁾ が提案した図-2 と同じである。ただし図-2 の cbf 断面の速度場は帯基礎の支持力値を最小にするような ρ, η を用いて決定した。計算は Reddy ら⁷⁾ と Shield ら⁵⁾ の方法を組み合わせて行った。この結果、次のような上界支持力が得られた。

$$\frac{q_A}{c_{u0}} = \frac{q_{A2}}{c_{u0}} \left(1 + n_s \frac{B}{L} \right) \quad (17)$$

ここで

$$q_{A2}/c_{u0} = f_1(\beta, \rho, \eta) = 2(\pi - \rho - \eta) + \tan \rho + \tan \eta + \frac{\beta}{4} \left\{ 1 + 2 \cos^2 \rho + \frac{\cos \rho}{\cos \eta} (1 + 2 \cos^2 \eta) \right\} \quad (18)$$

$$n_s = \frac{C}{B} \left\{ -f_1(\beta, \rho, \eta) + \frac{1}{2} f_2(\beta, B/C, \rho, \eta) + \frac{1}{2} f_2(\beta', C/B, \rho', \eta') \right\} / f_1(\beta, \rho, \eta) \quad (19)$$

$$f_2(\beta, B/C, \rho, \eta) = \pi - \rho - \eta + \sqrt{1 + \left(\frac{B}{C} \cos \rho \right)^2} \times (\pi - \rho - \eta + \tan \rho + \tan \eta) + \frac{\beta}{6} \left[\cos \rho (\cos \rho + \cos \eta) + \sqrt{1 + \left(\frac{B}{C} \cos \rho \right)^2} \times \left\{ 1 + \cos^2 \rho + \frac{\cos \rho}{\cos \eta} (1 + \cos^2 \eta) \right\} \right] \quad (20)$$

$$\beta' = kC/c_{u0} = (C/B) \cdot \beta \quad (21)$$

C は図-2 の中の長さ px もしくは vm に等しい。 q_{A2} は図-3 のような速度場を用いたときの帯基礎の上界支持力の最小値である。 q_{A2} の値を表-2 に示す。 n_s は形状係数である。 q_{A2} の値はこのように既に決められているので、式 (17) の q_A の最小値を求めることと n_s の最小値を求めることは等価である。 ρ', η' および C/B の値を種々変化させて n_s の最小値 $(n_s)_m$ を求めると表-2 のようになる。また $(n_s)_m$ と β の関係を図-8 に示す。 $(n_s)_m$ に対応する q_A の最小値を $(q_A)_m$ とすると次のように表せる。

$$\frac{(q_A)_m}{c_{u0}} = \frac{q_{A2}}{c_{u0}} \left\{ 1 + (n_s)_m \frac{B}{L} \right\} \quad (22)$$

式 (22) で $B=L$ とおくと、正方形基礎の支持力の

表-2 長方形基礎の上界支持力 (底面滑)

kB/c_{u0}	q_{A2}/c_{u0}	$(n_s)_m$	$(q_A)_{sq}/c_{u0}$
0	5.14	0.128	5.80
1	6.04	0.048	6.33
2	6.81	0.003	6.83
3	7.50	-0.028	7.29
4	8.14	-0.050	7.73
6	9.31	-0.081	8.56
8	10.4	-0.103	9.34
12	12.4	-0.131	10.8
16	14.3	-0.150	12.1
20	16.0	-0.165	13.4
25	18.2	-0.179	14.9
30	20.2	-0.189	16.4
40	24.1	-0.205	19.2
50	27.8	-0.216	21.8
70	35.0	-0.228	27.0
100	45.2	-0.243	34.3
200	77.3	-0.270	56.4
300	107.5	-0.279	77.5
500	166.0	-0.289	117.9

図-8 長方形基礎の形状係数

一つの上界値が得られ次のように表せる。

$$(q_A)_{sq}/c_{u0} = (q_{A2}/c_{u0}) \{ 1 + (n_s)_m \} \quad (23)$$

$(q_A)_{sq}/c_{u0}$ の値を表-2 に示す。この値を、図-1 に示すような可容速度場から得られる上界支持力値 (表-1 の $(q_A)_m/c_{u0}$) と比較すると、両者の値は 1% 以内の誤差で一致する。地盤が均質 ($k=0$) のとき、 $(q_A)_m$ は式 (4-2) で表せる。また $c_{u0}=0$ のとき

$$(q_A)_m = \frac{1}{4} kB \left(1 - \frac{1}{3} \frac{B}{L} \right) \quad (24)$$

となる。つまり、 $c_{u0}=0$ のとき $(n_s)_m = -1/3$ になる。

3.2 底面が粗いケース

可容速度場を図-9 に示す。なお図-9 の速度場で $\xi = \xi' = 0$ とおき、底面の摩擦力を 0 とすると図-2 の速度場が得られることを付記する。3.1 と同様な計算方法により次のような上界支持力を得る。

$$\frac{q_D}{c_{u0}} = \frac{q_{D2}}{c_{u0}} \left(1 + n_r \frac{B}{L} \right) \quad (25)$$

ここで

$$q_{D2}/c_{u0} = g_1(\beta, \xi, \rho, \eta) = 2(\pi - \xi - \rho - \eta) + \tan \xi + 2 \tan \rho + \tan \eta + \frac{\beta}{4} \left[\tan \xi (2 \tan \rho + \tan \xi) \right]$$

図-9 長方形基礎の可容速度場（底面粗）

$$+ \frac{\sin \rho}{\cos \xi} \sin(\rho + \xi) + 3 \frac{\cos \rho}{\cos \xi} \times \{ \cos(\rho + \xi) + \cos \eta \} + \frac{\cos \rho}{\cos \xi} \sin \eta \tan \eta \quad (26)$$

$$n_r = \frac{C}{B} \left\{ -g_1(\beta, \xi, \rho, \eta) + \frac{1}{2} g_2(\beta, B/C, \xi, \rho, \eta) + \frac{1}{2} g_2(\beta', C/B, \xi', \rho', \eta') \right\} / g_1(\beta, \xi, \rho, \eta) \quad (27)$$

$$g_2(\beta, B/C, \xi, \rho, \eta) = \pi - \xi - \rho - \eta + \tan \xi + \tan \rho + \sqrt{1 + \left(\frac{B}{C} \frac{\cos \rho}{\cos \xi} \right)^2} \times (\pi - \xi - \rho - \eta + \tan \rho + \tan \eta) + \frac{\beta}{6} \times \left[\frac{\cos \rho}{\cos \xi} \{ \cos(\xi + \rho) + \cos \eta \} + \sqrt{1 + \left(\frac{B}{C} \frac{\cos \rho}{\cos \xi} \right)^2} \times \left\{ \frac{\sin \rho}{\cos \xi} \left(\sin(\rho + \eta) + \frac{\sin \xi}{\cos \rho} \right) + 2 \frac{\cos \rho}{\cos \xi} \times \{ \cos(\xi + \rho) + \cos \eta \} + \frac{\cos \rho}{\cos \xi} \sin \eta \tan \eta \right\} \right] \quad (28)$$

C は図-9 の中の $\overline{px}$ もしくは $\overline{vm}$ に等しい。なお、 ξ, ξ', B, C の間には次のような関係がある。

$$C/B = \tan \xi / \tan \xi' \quad (29)$$

q_{D2} は図-4 のような速度場を用いたときの帯基礎の上界支持力の最小値である。 q_{D2} の値を表-3 に示す。 n_r は形状係数である。 q_{D2} の値はこのように既に決められているので、式 (25) の q_D の最小値を求めることと n_r の最小値を求めることは等価である。 ξ', ρ', η' お

表-3 長方形基礎の上界支持力（底面粗）

kB/c_{u0}	q_{D2}/c_{u0}	$(n_r)_m$	$(q_D)_{sq}/c_{u0}$
0	5.14	0.306	6.71
1	6.80	0.109	7.54
2	8.07	0.030	8.31
3	9.08	-0.008	9.00
4	9.93	-0.034	9.59
6	11.5	-0.069	10.7
8	12.8	-0.091	11.7
12	15.3	-0.119	13.5
16	17.6	-0.138	15.1
20	19.7	-0.152	16.7
25	22.2	-0.164	18.5
30	24.6	-0.175	20.3
40	29.1	-0.189	23.6
50	33.3	-0.200	26.7
70	41.4	-0.214	32.5
100	52.8	-0.230	40.6
200	87.7	-0.252	65.6
300	120.2	-0.264	88.5
500	182.2	-0.277	131.7

よび C/B の値を種々変化させて n_r の最小値 $(n_r)_m$ を求めると表-3 のようになる。また $(n_r)_m$ と β の関係を図-8 に示す。 $(n_r)_m$ に対応する q_D の最小値を $(q_D)_m$ とすると次のように表せる。

$$\frac{(q_D)_m}{c_{u0}} = \frac{q_{D2}}{c_{u0}} \left\{ 1 + (n_r)_m \frac{B}{L} \right\} \quad (30)$$

式 (30) で $B=L$ とおくと、正方形基礎の支持力の一つの上界値が得られ次のように表せる。

$$(q_D)_{sq}/c_{u0} = (q_{D2}/c_{u0}) \{ 1 + (n_r)_m \} \quad (31)$$

$(q_D)_{sq}/c_{u0}$ の値を表-3 に示す。この値を、図-6 に示すような可容速度場から得られる上界支持力値（表-1 の $(q_a)_m/c_{u0}$ ）と比較すると、 $\beta=0$ の場合を除いて $(q_D)_{sq}$ のほうが小さな上界値を与え、両者の値は 7% 以内の差で一致する。地盤が均質 ($k=0$) のとき、 $(q_D)_m$ は

$$(q_D)_m = 5.14 c_{u0} \left(1 + 0.306 \frac{B}{L} \right) \quad (32)$$

となる。また $c_{u0}=0$ のとき

$$(q_D)_m = \frac{1}{4} kB \left(1 - \frac{1}{3} \frac{B}{L} \right) \quad (33)$$

と表せる。これは底面が滑らかな場合の式 (24) と同一である。従って、 c_{u0} のとき $(n_r)_m = -1/3$ になる。

3.3 下界、正解

地盤が均質な場合 ($k=0$) の支持力の下界を Shield ら⁵⁾が与えており、 $5 c_{u0}$ である。したがって、地盤が均質な場合の長方形基礎の支持力の正解 $(q)_{ex}$ は、式 (4-2)、(32) を用いると次のような範囲内にある。

$$(底面滑) \quad 5 c_{u0} \leq (q)_{ex} \leq 5.14 c_{u0} \left(1 + 0.128 \frac{B}{L} \right) \quad (k=0) \quad (34)$$

- jj' より上および tt' より下の地盤領域では正方形基礎の可容応力場(図-7)と同一
- jj' と tt' で囲まれる地盤領域では Salençon⁹⁾ の2次元可容応力場と同一

図-10 長方形基礎の可容応力場 ($c_{u0}=0$)

$$\text{(底面粗)} \quad 5c_{u0} \leq (q)_{\text{ex}} \leq 5.14c_{u0} \left(1 + 0.306 \frac{B}{L}\right) \quad (35)$$

$c_{u0}=0$ の場合には, Salençon⁹⁾ のモデルを3次元に拡張した可容応力場(図-10)を考えると, 下界は $1/4 kB(1-(1/3)(B/L))$ となる。この値は 3.1 および 3.2 で得られた上界値(式(24)および式(33))と一致する。したがって, $c_{u0}=0$ のときの支持力値 $1/4 kB(1-(1/3)(B/L))$ は長方形基礎(底面の粗滑にかかわらず)の正解となる。

4. 従来の提案式との比較

粘土地盤の強度が式(1)で表される場合の支持力公式は過去にいくつか提案されている¹⁾。ここでは, 理論的根拠が明白な中瀬¹⁾の提案式との比較を試みる。図-8は中瀬の提案した式(5)に基づく形状係数 n_0 と, 本研究が提案する形状係数 $(n_s)_m$ (底面滑) および $(n_r)_m$ (底面粗) とを比較したものである。図-8より, kB/c_{u0} が大きくなると本研究の提案値のほうがかなり小さくなることが分かる。特に, kB/c_{u0} の値が2(底面滑)もしくは3(底面粗)以上になると本研究による形状係数は負値になる。ただし, 式(22)の中の q_{A2} および式(30)の中の q_{D2} として中瀬の式のように帯基礎の支持力の正解値を用いると, 形状係数 $(n_s)_m$ および $(n_r)_m$ の値は図-8に示すものより大きくなるが, 上述の傾向は変わらない。なお, 式(22)および式(30)で与えられる $(q_A)_m$ および $(q_D)_m$ は上界値であるので, 設計上は次の式を用いる方が安全側である。

$$\frac{(q_A)_{\text{滑}}}{c_{u0}} = \frac{(q_{A2})_{\text{ex}}}{c_{u0}} \left\{ 1 + (n_s)_m \frac{B}{L} \right\} \quad \text{(底面滑)} \quad (36)$$

$$\frac{(q_D)_{\text{粗}}}{c_{u0}} = \frac{(q_{D2})_{\text{ex}}}{c_{u0}} \left\{ 1 + (n_r)_m \frac{B}{L} \right\} \quad \text{(底面粗)} \quad (37)$$

ここで, $(q_{A2})_{\text{ex}}$, $(q_{D2})_{\text{ex}}$ は帯基礎の支持力の正解値⁶⁾である。

5. 結 論

本研究により得られた結論は以下のようなものである。

(1) 粘土地盤が均質な場合($k=0$)の正方形および長方形基礎の支持力の正解は次のような範囲内にある。

$$\begin{aligned} \text{正方形} & \begin{cases} 5c_{u0} \leq (q)_{\text{ex}} \leq 5.80c_{u0} & \text{(底面滑)} \\ 5c_{u0} \leq (q)_{\text{ex}} \leq 6.50c_{u0} & \text{(底面粗)} \end{cases} \\ \text{長方形} & \begin{cases} 5c_{u0} \leq (q)_{\text{ex}} \leq 5.14c_{u0} \left(1 + 0.128 \frac{B}{L}\right) & \text{(底面滑)} \\ 5c_{u0} \leq (q)_{\text{ex}} \leq 5.14c_{u0} \left(1 + 0.306 \frac{B}{L}\right) & \text{(底面粗)} \end{cases} \end{aligned}$$

(2) 地表面の強度が $0(c_{u0}=0)$ で強度が深さと共に直線的に増大する粘土地盤上の正方形および長方形基礎の支持力の正解は底面の粗滑にかかわらず次式で与えられる。

$$\text{正方形} \quad (q)_{\text{ex}} = \frac{kB}{6}$$

$$\text{長方形} \quad (q)_{\text{ex}} = \frac{1}{4}kB \left(1 - \frac{1}{3} \frac{B}{L}\right)$$

すなわち, 正方形基礎の支持力は帯基礎のそれより34%小さくなる。また長方形基礎の形状係数は $-(1/3)$ となる。

(3) 強度が深さと共に直線的に増加する粘土地盤上の正方形および長方形基礎の支持力は, kB/c_{u0} の値が大きい場合には底面の粗滑にかかわらず帯基礎の支持力より小さくなる。

(4) 上界定理に基づく計算から, 長方形基礎に関する新たな形状係数を提案し, kB/c_{u0} との関係を求めた。提案された形状係数の値は kB/c_{u0} が大きくなると, 従来の提案値よりかなり小さくなり, 特に kB/c_{u0} の値が2(底面滑)もしくは3(底面粗)以上になると負値になることが分かった。

Appendix 1

正方形フーチング直下の速度場は対称であると仮定し, $cmnfed$ によって囲まれる領域についてのみ考える。外力エネルギーは Δcmn に加えられる支持力 q_a によって与えられ, その値は次のようになる。

$$\text{外力エネルギー} = q_a B^2 V / 4 \quad (i)$$

三角錐 $cmnd$ と $fmne$ は剛体的に移動し、すべり面 cdm, cdn, mef および nef 上でエネルギーが消散される。回転体の一部である領域 $mbned$ は過渡領域であり、すべり面は mde と nde のほかに、直線 mbn を含む無数の平面による $mbned$ の切断面から構成される。ただし、 Δmne では相対的なすべりが生じないためエネルギーの消散は起こらない。このようにして、すべての消散エネルギーが計算されれば、それを式 (i) と等置することにより上界支持力 q_a が得られる⁵⁾。なお、消散エネルギーの計算に際しては、強度が深さと共に直線的に増加することを考慮せねばならない。この際、文献7)の計算方法を参考にした。

Appendix 2

図-7で、可容応力場の対称性より Δcnm の部分についてのみ考える。なお、図-7の中に示されている応力式は Salençon にならって引張りを正としていることに注意されたい。図より、フーチングの底面である Δcnm 上の垂直応力は、領域①の $\sigma_z(z=0)$ で表され、

$$\sigma_z = kx \quad (\text{ii})$$

となる。この σ_z は y 座標に無関係であることに注意されたい。式 (ii) を Δcnm 上で積分すると Δcnm 上

の全垂直力が計算され、 $-kB^3/24$ となる。これを単位面積あたりに換算すると $kB/6$ となる。したがって、 $c_{u0}=0$ のときの支持力の下界値は $kB/6$ となる。

参考文献

- 1) Nakase, A. (1981): "Bearing capacity of rectangular footings on clay of strength increasing linearly with depth," Soils and Foundations, Vol.21, No.4, pp.101—108.
- 2) 山口柏樹 (1984): 「土質力学 (全改訂)」, 技報堂.
- 3) Terzaghi, K. and Peck, R.B. (1967): Soil Mechanics in Engineering Practice, 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, pp.223—224.
- 4) Vesic, A. S. (1973): "Analysis of ultimate loads of shallow foundations," ASCE, Vol.99, SM1, pp.45—73.
- 5) Shield, R. T. and Drucker, D. C. (1953): "The Application of limit analysis to punch-indentation problems," J. Appl. Mech., ASME, pp.453—460.
- 6) Davis, E. H. and Booker, J. R. (1973): "The effect of increasing strength with depth on the bearing capacity of clays," Geotechnique, Vol.23, No.4, pp.551—563.
- 7) Reddy, A. S. and Rao, K. N. V. (1981): "Bearing capacity of strip footing on anisotropic and nonhomogeneous clays," Soils and Foundations, Vol.21, No.1, pp.1—6.
- 8) Salençon, J. (1974): "Bearing capacity of a footing on a $\phi=0$ soil with linearly varying shear strength," Geotechnique, Vol.24, No.3, pp.443—446.