盛土の圧密沈下特性に関する解析的検討

(Analytical Examinations on Consolidation Settlement of Embankments)

成 田 国 朝ⁱ⁾ (Kunitomo Narita)
奥 村 哲 夫ⁱⁱ⁾ (Tetsuo Okumura)
大 根 義 男ⁱⁱⁱ⁾ (Yoshio Ohne)

キーワード：圧密／沈下／盛土 (IGC : D 5/E 2)

1. はじめに

フィルダムや丘陵地帯に計画される宅造高盛土などの設計・施工において、施工中や施工後の盛土内の沈下や間隙圧の挙動を正確に予測することは、経済的かつ安全性の高い盛土構造物を構築する上で極めて重要な問題の一つである。フィルダムの変形や間隙圧の問題は、最近では時間因子を取り入れた有限要素解析によってかなり精度良く解けるようになった(例えば^{1)~3)})。しかし、予備設計の段階で概略の値を見積る場合や、現場で観測値の動向を整理・解析しながら施工管理を進めていく場合などでは、精密な数値解を求めるより、境界条件等の設定において厳密さは欠けるが一般性のある解析解の適用が望まれる場合が少なくない。

本研究は、フィルダムを含めた高盛土の沈下予測に関して一次元圧密の考え方に基づいた簡便な解析解を示し、解の特性と実際問題への適用性に関し二、三考察を加えたものである。まず、中心コア型のロックフィルダムのように排水路長が一定のフィルダムを対象として Terzaghi の圧密解を用いた簡便な沈下解析法を示し、堤体の圧密沈下に関する解析的表示を導いた。次に、厚さが(したがって排水路長も)時間とともに増加する水平土層の圧密問題に関する Gibson⁴⁾の理論解と対比し、両解析解の特性を数値的に比較した。そして、フィルダムの一つの実例に対して実測沈下の整理・解析を行い、物性定数の逆推定を含めて解析解の適用方法を論じた。

2. フィルダムの沈下解析

(1) 圧密沈下の解析的表示

図-1 に示すように、盛土堤体を外形状や断面配置を

無視した均質な土柱に置き換え、これを幾つかの水平土層に分割して段階的な施工過程を表現する。堤体内のアーチ作用等による鉛直土圧の低減は考慮せず、土柱の自重は盛土底部まで一様に伝達されると仮定する。また、圧密挙動は Terzaghi の一次元圧密解に従うものとし、次式の圧密度 U と時間係数 T の関係を用いる。

$$U(T) = 1 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\alpha T) / \alpha \quad (1)$$

ただし、 $\alpha = (2n+1)^2 \pi^2 / 4$ とする。圧密解の適用に際し、各土層の排水距離は一定と仮定する。この仮定は鉛直ドレーンが配置されるアースダムや中心コア型のフィルダムのように、脱水が水平方向に卓越する場合に概略満たされると考えてよい。

さて、図-1 のように盛土は一定速度で盛り立てられるものとし、これを一樣厚の微小土層に分割したときの1層当りの盛土高を Δh 、盛土期間を $\Delta \tau$ と置く。最終盛土高を H 、施工期間を τ_c としたとき、土層分割数 N に対し $\Delta h = H/N$ 、 $\Delta \tau = \tau_c/N$ である。各盛土層の荷重($\gamma \Delta h$) が底部まで低減なく伝達されるとき、 i 層目の盛土が行われたときの i 層表面(h) における鉛直変位の増分 Δv_i は次の形で与えられる。

$$\Delta v_i = (\gamma \Delta h / E) \cdot h \quad (2)$$

E に圧密試験から得られる変形係数を用いれば、 Δv_i は圧密沈下の最終値を表す。盛土開始から圧密が完了するまでの全沈下量を S_∞ とすると、これは Δv_i の N 層ま

図-1 盛土過程の表現

i) 愛知工業大学工学部土木工学科 教授 (豊田市八草町八千草 1247)
ii) 愛知工業大学工学部土木工学科 助教授
iii) 愛知工業大学工学部土木工学科 教授
(1990. 7. 19 原稿受付・討議期限 1992. 1. 1, 要請があれば1か月の
期限延長可能)

での総和で与えられ、周知の結果として次式を得る。

$$S_{\infty} = \int \Delta v_i = \gamma H^2 / 2E \quad (3)$$

次に、盛土開始後の任意時刻 t までに生じる圧密沈下量を St とすると、これは各盛土载荷に伴う圧密沈下を時間差を考慮して加え合わせたものに等しく、 i 層目载荷後では

$$St = \sum_{k=1}^i \Delta v_k \cdot U(t - \tau_k) \quad (4)$$

で与えられる。ただし、 $U(t)$ は式 (1) を実時間 t の関数で表示した量である。上式で $i=N, t=\tau c$ としたものが盛土完了時までに生じる施工中の圧密沈下量であり、これを Sd とおくと

$$Sd = \sum_{k=1}^N \Delta v_k \cdot U(\tau c - \tau_k) \quad (5)$$

一方、盛土完了時を基準とした施工後の時刻 t までの圧密沈下量を Sat とすると、これは式 (4) で $i=N$ とした時刻 $t(>\tau c)$ までの沈下量 St から、式 (5) の施工中に生じる分 Sd を差し引いて次のように与えられる。

$$Sat = \sum_{k=1}^N \Delta v_k \{U(t - \tau_k) - U(\tau c - \tau_k)\} \quad (6)$$

さて、解析解を求めるために上の諸式に式 (2) を代入して積分を実行する。この場合、積分表示には盛土高に関する変数 h と時間に関する変数 τ の2つの変数が含まれることになるが、これらは盛土速度 a を一定値として $a = h/\tau = \Delta h/\Delta \tau$ とすることにより1つの変数にまとめることができる。すなわち、時間 τ を積分変数とすると式 (2) で $\Delta h \cdot h \rightarrow a^2 \Delta \tau \cdot \tau$ となり、式 (5) は

$$Sd = \int_0^{\tau c} \frac{\gamma a^2}{E} \tau \cdot U(\tau c - \tau) d\tau \quad (7)$$

と表される。上式に式 (1) を代入して積分し、実時間 τ を時間係数 T に置き換えて整理すると

$$\frac{Sd}{S_{\infty}} (= Ud) = 1 - \frac{4}{Tc^2} \sum_{n=0}^{\infty} F(\alpha Tc) \quad (8)$$

$$F(\alpha Tc) = [\alpha Tc - 1 + \exp(-\alpha Tc)] / \alpha^3$$

を得る。ここで、 Ud は Sd を全沈下量 S_{∞} との比で表した圧密度、 Tc は τc に相当する時間係数である。同様に式 (6) の積分により施工後の任意時刻 t における圧密沈下 Sat (圧密度: UaT) が求められ

$$\frac{Sat}{S_{\infty}} (= UaT) = \frac{4}{Tc^2} \sum_{n=0}^{\infty} F(\alpha Tc) \times [1 - \exp\{-\alpha(T - Tc)\}] \quad (9)$$

となる。圧密完了までに生じる施工後の全沈下量 Sa (圧密度: Ua) は上式で $T \rightarrow \infty$ として与えられるが、これは式 (8) の施工中の沈下量 Sd と $S_{\infty} = Sd + Sa$ の関係にあり、次のように表せる。

$$\frac{Sa}{S_{\infty}} (= Ua) = \frac{S_{\infty} - Sd}{S_{\infty}} = 1 - Ud \quad (10)$$

図-2 クロスアーム沈下

(2) 沈下計測定値との対応

フィルダムの施工においては、築堤中にクロスアーム沈下計を設置して堤体内の沈下の動向を調べ、施工管理の資料とすることが多いが、上に示した解は盛土層全体の沈下量を対象としているので、現場で得られる測定値の解析比較にそのまま利用することはできない。そこで、以下では堤体内の沈下量の分布を含めて、クロスアーム測定値との対応を考えた解を示す。

図-2 で、下から yj (j 層目) にクロスアームを設置したのち、盛土高が $y_i = h$ ($i > j$) に至った時点を考える。以下、 i 層目の盛土による yj における鉛直変位の増分を Δvij とし、特に $i \equiv j$ の場合は式 (2) との一致を考慮して $\Delta v_{ii} \rightarrow \Delta v_i$ と省略する。クロスアーム沈下計の測定値は、設置位置より上の盛土荷重による下部層の沈下と、下部層自体の自重による沈下を累加したものである。前者は yj より上の盛土による yj 点の鉛直変位の増分 Δvkj ($k > j$) を盛土の時間差を考慮して加え合わせたものになる。また後者は式 (4) で $i=j$ とした yj までの盛土の沈下 St のうち $t > \tau j = j \Delta \tau$ 以降に生ずる分となる。したがって、 yj に設置したクロスアームの読みを $Cj(t)$ と書くと、その一般的な表示は以下のようになる。

$$Cj(t) = \sum_{k=j+1}^i \Delta vkj \cdot U(t - \tau_k) + \sum_{k=1}^j \Delta vkj \times \{U(t - \tau_k) - U(\tau j - \tau_k)\} \quad (11)$$

前と同様に考えれば Δvi は式 (2) で与えられ、 $\Delta vij = \Delta vi \cdot yj/h$ となる。また、 $\Delta h = a \Delta \tau$, $yj = a \tau j$ であるから $\Delta h \cdot yj = a^2 \Delta \tau \cdot \tau j$ などとなり、 i 層盛土終了時の $t = \tau i$ について沈下量を求める式として式 (11) を積分表示すると

$$Cj(\tau i) = \int_{\tau j}^{\tau i} \frac{\gamma a^2 \tau j}{E} U(\tau i - \tau) d\tau + \int_0^{\tau j} \frac{\gamma a^2 \tau}{E} \{U(\tau i - \tau) - U(\tau j - \tau)\} d\tau$$

を得る。これに式(1)の $U(t)$ を代入して積分を実行し、 $\alpha\tau i=h$, $\alpha\tau j=yj=h-\lambda$, $Sh=\gamma h^2/2E$, $\lambda'=1-\lambda/h$, 更に実時間 τ を時間係数 T に置き換えて、 $Ti \rightarrow T$, $Tj \rightarrow \lambda'T$, $Cj(Ti) \rightarrow Cd(\lambda, T)$ と書き改めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{Cd(\lambda, T)}{Sh} = & 2\lambda' \left[\frac{\lambda}{h} - \frac{2}{T} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K_1(\lambda T)}{\alpha^2} \right] \\ & + \frac{4}{T^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K_1(\lambda T)}{\alpha^3} \\ & \times \{ \alpha\lambda'T - 1 + \exp(-\alpha\lambda'T) \} \quad (12) \end{aligned}$$

ただし、 $K_1(\lambda T) = 1 - \exp(-\alpha\lambda T/h)$ である。

上式が施工中の任意時点(時間係数 T , 盛土高 h)でのクロスアーム沈下量の分布を与える。分布形は、 $\lambda=0$ および h で T の値にかかわらず $Cd=0$ の放物線形状になる。また、上式で $h=H$, $T=Tc$ としたものは盛土完了時の沈下量分布を与えるが、ロックフィルダムのように圧密が100%進行しながら盛り立てられる盛土では $Tc \rightarrow \infty$ としてよく、このとき

$$Cd(\lambda) = \frac{\gamma H^2}{E} \left(1 - \frac{\lambda}{H} \right) \frac{\lambda}{H} \quad (13)$$

となる。これは、 $\lambda=H/2$ で $\gamma H^2/4E$ を頂点とする放物線分布である。

次に、施工後の沈下量を考える。式(11)で $i \rightarrow N$ としたものが施工後の任意時刻における yj 点の沈下計の読みを与える。ただし、このなかには施工中に生じる沈下が含まれており、その値は式(12)で $h \rightarrow H$, $T \rightarrow Tc$ として求められる。したがって、盛土完了時を基準とした施工後のクロスアーム沈下量は両者の差で与えられ、時間係数を $Ta = T - Tc$, 沈下量を $Ca(\lambda, Ta)$ と置いて前と同様に積分を実行して整理すると

$$\begin{aligned} \frac{Ca(\lambda, Ta)}{S_{\infty}} = & \frac{4(1-\lambda/H)}{Tc} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{K_0'(Ta)}{\alpha^2} \\ & \times \{ 1 - K_2(\lambda) \} + \frac{4}{Tc^2} \sum_{n=0}^{\infty} [K_0(Tc) - K_0(T)] \\ & + (\alpha\lambda'Tc - 1)K_2(\lambda)K_0'(Ta)]/\alpha^3 \quad (14) \end{aligned}$$

を得る。ただし、 $K_0(T) = \exp(-\alpha T)$, $K_0'(T) = 1 - K_0(T)$, $K_2(\lambda) = \exp(-\alpha\lambda Tc/H)$ と置いている。

3. 一次元圧密解の特性

(1) Gibson 解

宅造盛土のように高さに比べて施工範囲の広い盛土では、脱水が主として鉛直方向に生じるので、前節に示した排水路長一定の圧密解は適用し難い。すなわち、排水路長が盛土の進行に伴って刻々変化するので、移動境界の圧密問題を考えねばならない。これについては既に、Gibson⁴⁾が一次元圧密の考え方に基づいて理論解析を行い、代表的な盛土条件に対して厳密解を導いている。不透水岩盤上に一定速度の盛土が行われる場合(図-3)の

図-3 移動境界問題

解を、前節と同様の記号を用いて整理すると以下のようになる。

Gibson は盛土層内の間隙圧分布 $u(y, t)$ に関する理論解を導いており、施工中については $Y=y/h$, $T=cvt/h^2$, γ' を水中単位体積重量として

$$\begin{aligned} \frac{u(Y, T)}{\gamma'h} = & 1 - \frac{\exp(-Y^2/4T)}{\sqrt{\pi T}} \int_0^{\infty} \eta \tanh\left(\frac{\eta}{2T}\right) \\ & \times \cosh\left(\frac{Y\eta}{2T}\right) \exp\left(-\frac{\eta^2}{4T}\right) d\eta \quad (15) \end{aligned}$$

で示される。対応する圧密度は u 分布と $\gamma'h$ の三角形分布の面積比から求まる。 $t=\tau c$ で盛土が終了したとすると、施工後の間隙圧は盛土完了時($t=\tau c$)の u 分布を初期条件とする圧密解析を行って求められる。すなわち、式(15)で $t=\tau c$ ($T=Tc$)とした $u(Y, T)$ を初期値 $u_0(Y)$ とし、盛土完了時から測った時間を $ta=t-\tau c$ (時間係数 Ta) と置いて整理すると、施工後の u 分布は次式で表される。

$$\begin{aligned} u(Y, Ta) = & 2 \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\pi^2 Ta/4) \cos\sqrt{\alpha} Y \\ & \times \int_0^1 u_0(\lambda) \cos\sqrt{\alpha} \lambda d\lambda \quad (16) \end{aligned}$$

この u 分布の面積と u_0 分布の面積の比から、対応する時刻の圧密度が求まる。

(2) 圧密解の比較

図-4 は盛土の圧密度を施工中の分(Ud)と施工後の分(Ua)に分離し、両者の割合が盛土の圧密特性といかなる関係にあるかを調べたものである。横軸は盛土期間 τc , 圧密係数 cv , 排水路長 hc に対応する時間係数 $Tc=cv \cdot \tau c/hc^2$ であり、圧密に関わる因子は Tc 値にまとめて反映されていると考えてよい。実線は本研究の排水路長一定解、破線は Gibson の移動境界の圧密解であり、それぞれ式(8)や式(15)の u から定まる。問題の取扱いや解析手続が異なるにもかかわらず、両解析解は比較的似通った関係を与えていることが分かる。

図-5 は盛土完了時を基準とした施工後の沈下について

図-4 施工中と施工後の圧密度の比率

図-5 施工後の圧密沈下特性

て、圧密度 UaT と時間係数 Ta の関係を描いたものである。本研究の解は式 (9), (10) の SaT と Sa の比を圧密度としており、 $Ta = T - Tc$ として形式的に

$$UaT = \frac{Sat(Ta)}{Sa(Tc)} \div 1 - \exp(-\beta Ta) \quad (17)$$

で表される。 Sa に Tc を含むため、この場合の $U \sim T$ 関係は Tc 値によって異なるが、その差は図の斜線部で示したように、通常考え得る Tc の範囲 ($Tc = 0.1 \sim 5$) に対して極めて小さいと言える。一方、Gibson の解も式 (16) に用いる u_0 分布が Tc 値によって異なるため、施工後の $U \sim T$ 関係も対応して変動する。しかし、その差は本研究の例より更に小さく、実質的には1本の曲線で表されると考えてよい。図には Terzaghi 解の $U \sim T$ 関係も示したが、これと比較すると、施工後の圧密沈下は初期には遅いが、長時間経過すると Terzaghi 解に一致する傾向が見られる。なお、式 (17) において $\beta = 2.5$ とした場合の曲線は図の Gibson 解とほぼ一致し、本研究の解との差も Ta の全範囲において高々 2% 程度である。したがって、施工後の沈下については近似的に次式が成り立つと考えてよい。

$$UaT = 1 - \exp(-2.5 Ta) \quad (18)$$

4. 実際問題への適用

本研究で提示した排水路長一定の圧密解は、中心コア型ダム の沈下解析に有用と思われる。図-6 はその一例として、都田川ダム (静岡県、中心コア型ロックフィルダム、堤高 55m) における盛土開始からの沈下量 S と盛土高 h の関係を調べたものである。実測沈下は盛土高に対して2次曲線的に増加し、盛土完了時 (●印) までに施工中の沈下量として $Sd \div 122 \text{ cm}$ が認められる。そして、施工後は $h = H$ の状況で圧密沈下が進行し、圧密完了と思われる段階 (■印) までに更に $Sa \div 65 \text{ mm}$ の沈下が生じている。図中の2つの実線は盛土高 h に対応する全沈下量の解析解 (式 (3) で $H = h$ とした) $S = \gamma h^2 / 2E$ であり、現場密度 $\gamma = 22 \text{ kN/m}^3$ に対し $E = 20 \sim 25 \text{ MPa}$ とした解が実沈下挙動を最もよく説明していることが分かる。

図-6 沈下量の経緯

図-7 施工後沈下

図-7 は施工後の堤頂沈下の経緯を整理したものであり、横軸は盛土完了後の経過時間 t_a 、縦軸はその時点の沈下量を最終沈下量 $S_a=65$ mm との比で表した施工後の圧密度 U_aT である。図の実線は式 (18) の $U \sim T$ 関係を曲線定規の形であてはめたときの実測値に最も近似する線であり、 $T_{50}=0.277$ に対応する 50% 圧密時の実時間は $t_{50} \div 9$ か月と読み取れる。したがって、排水路長を $hc \div 7$ m (平均コア幅の半分) として $cv=0.277 hc^2/t_{50}$ より cv 値を逆算すると、 $cv \div 500$ cm²/d が得られる。ちなみに、この築堤材料の不攪乱試料に対する圧密試験では、計算値より 1 オーダー程度大きい $cv=3,000 \sim 5,300$ cm²/d が報告されている。

一方、先に述べた $S_d=122$ cm と $S_a=6.5$ cm より、盛土の全沈下量は $S_{\infty}=S_d+S_a=128.5$ cm、施工中の圧密度は $U_d \div 95\%$ となり、対応する T_c 値を図-4 から読み取ると $T_c \div 13$ を得る。本ダムでは施工期間 $\tau_c \div 13$ か月であるので、先の $hc=7$ m と合わせて cv 値を逆算すると $cv=16,300$ cm²/d となり、前に求めた値の約 30 倍である。この大きな差が現われる理由の 1 つとして、施工中の沈下量 S_d に不飽和圧縮に伴う瞬時的な沈下が含まれていることが挙げられる。すなわち、フィルダム材料のように転圧締固めによって不飽和状態にある土の圧密試験では、載荷初期に比較的大きな瞬時的な圧縮沈下が見られ、その量が Terzaghi の圧密論で説明される一次圧密に相当する沈下量の数倍にも達することがある。種々の実験結果を参考にすると、締固め土の圧縮試験における一次圧密比 r_1 の値は、締固め条件にあまり関係なく $r_1=0.1 \sim 0.4$ 程度の値をとるようである。

そこで、 $r_1=0.25$ として一次圧密分だけを考慮して修正計算を行うと、先の $S_d=122$ cm のうち一次圧密相当分が $S_d'=r_1 S_d=30.5$ cm、これに $S_a=6.5$ cm を加えて全圧密度が $S_{\infty}=S_d'+S_a=37$ cm となる。よって、施工中の圧密度は $U_d'=S_d'/S_{\infty} \div 82\%$ に修正され、対応する T_c 値を図-4 から読み取ると $T_c \div 3.2$ 、そして前記条件に対して $cv \div 4,000$ cm²/d を得る。このように、

図-8 施工中の沈下量分布

実測沈下のうち施工中に予想される瞬時沈下分を除外して考えれば、実験値と比較的良好に対応する物性値が推定できることが分かる。

図-8 は施工中および盛土完了時の堤体内沈下について実測値と計算値を比較したものである。○印の実測値に対して、実線は上で概略推定した弾性率 $E=20$ MPa と圧密係数 $cv=4,000$ cm²/d を用いて式 (12) より計算した沈下量分布である。施工中の 2 つの時点では計算値と実測値が良く対応しているが、盛土完了時にはかなりの差が見られる。これは、中心コア型ダムでは両側シェル部によってコアの沈下が抑えられる、いわゆるアーチ作用の影響が盛土の進行とともに大きくなるためと考えられる。

5. あとがき

盛土の沈下予測に関して一次元圧密の考え方に基づいた簡便な解析解を示し、解の特性や実際問題への適用性を調べた。この結果、1) 施工中と施工後の圧密度の比率や施工後の沈下特性において解析的アプローチによる差異はあまり見られない、2) 施工後の沈下挙動は式 (18) の簡単な指数関係式で表現できる、などが結論される。

盛土の沈下問題では特に、締固めた不飽和な土としての圧縮・圧密特性の解明が重要な論点であり、これが沈下予測の精度に大きく影響すると思われる。これについては今後とも多くの盛土に対して実験・実測データを集積し、解析解の適用性を論じながら設計資料として整理していきたいと考えている。

参考文献

- 1) Cavounidis, S. and Höeg, K. (1977): "Consolidation during construction of earth dams", Proc. of ASCE, Vol.103, GT 10, pp.1055-1068.
- 2) Eisenstein, Z. and Law, S.T.C. (1977): "Analysis of consolidation behavior of Mica dam", Proc. of ASCE, Vol.103, GT 8, pp.879-895.
- 3) Narita, K., Okumura, T., Murata, N. and Ohne, Y. (1983): "A simplified method of estimating construction pore pressures in earth dams", Soils and Foundations, Vol.23, No.4, pp.43-55.
- 4) Gibson, R.E. (1958): "The progress of consolidation in a clay layer increasing in thickness with time", Géotechnique, Vol.8, No.4, pp.171-182.