単調および繰返し载荷を受ける砂のダイレイタンシー特性と異方性

(Dilatancy Characteristic and Anisotropy of Sand under Monotonic and Cyclic Loading)

檜尾 正也ⁱ⁾ (Hinokio Masaya)
中井 照夫ⁱⁱ⁾ (Nakai Teruo)
星川 拓哉ⁱⁱⁱ⁾ (Hoshikawa Takuya)
吉田 英生^{iv)} (Yoshida Hideo)

キーワード：異方性/砂/せん断強さ/ダイレイタンシー/密度
(IGC : D6)

1. ま え が き

砂地盤は粘土地盤に比べ強度が大きく、沈下も少ないため支持地盤として適している。しかし、地震時における地盤の液状化現象は粘土地盤には見られず砂地盤特有のものであり、現在までにこの方面では多くの研究が行われている（例えば文献^{1), 2), 3), 4)}等）。このような繰返し载荷を受ける砂の変形特性（特にダイレイタンシー特性）を室内試験で調べる手段として、三軸試験機による砂の繰返し载荷試験がよく行われている。しかし、多くの場合、非排水条件、排水条件のうちどちらか一方に片寄ったものが多く、非排水条件下では偏差応力（ q ）の振幅を一定とした繰返しせん断試験、また排水条件下では応力比（ q/p ）の振幅を一定とした繰返しせん断試験がほとんどである。その結果、応力比振幅やその振幅中心の位置を変えた繰返し载荷試験、繰返し履歴を与えるプロセスに着目して応力誘導異方性の観点からその挙動を厳密に論じたものはあまり報告されていない。

そこで、本研究は特に単調および繰返し载荷時の応力誘導異方性の発達に着目し、砂のせん断挙動を精緻に検討しようとするものである。通常、砂の構成モデルではストレス・ダイレイタンシー関係は密度および繰返し回数によらず唯一的に決まることを前提として定式化されることが多い。ストレス・ダイレイタンシー関係はある意味でせん断ひずみ増分と体積ひずみ増分の比を表しているため、この関係式が変われば、たとえ同じ体積ひずみ（あるいは間隙水圧）が生じる場合であっても、発生するせん断ひずみは異なることになる。このため、液状化を含む繰返し载荷時における地盤の変形挙動の予測ではまずこの関係式の適応性を確かめる必要性があり、ここでは特にストレス・ダイレイタンシー式を含む、砂のダイレイタンシー特性について精緻な検討を加える。また、繰返し载荷と言えども応力誘導異方性を的確に考慮すればその挙動のかなりの部分は定量的に評価できると考えられる。異方性の発達そのものは塑性ひずみの発達と関連するものであるが、塑性ひずみの偏差成分そのものが異方性の指標になりうるかどうかについても検討を加える。

2. 実験に用いた試料と供試体

実験はすべて飽和した豊浦標準砂を用い、直径5 cm、高さ12.15 cmの円柱供試体で行っている。試料の作成法は、密な試料では4層に分けてつめ、各1層ごとに突き棒で突き固めを行った。ゆるい試料では漏斗を使い水中落下法により作成した。作成された試料を等方圧密させた後、それぞれの条件下で、せん断試験を行った。この供試体作成時の砂の間隙比は密な試料で $e \approx 0.68$ 、ゆるい試料では $e \approx 0.92$ となっている。

試験装置は制御、計測を自動化した三軸試験装置で、軸圧 σ_a および側圧 σ_r を独立に制御することができる。それぞれの応力の制御は高精度レギュレーターによる空気圧制御方式で、軸圧は空気圧を油圧に置換してシリンダーを介して上部キャップで载荷され、側圧は空気圧を水圧に置換して载荷している。また、軸方向の制御は応力制御・ひずみ制御の2通りの制御方法で行うことができ、ひずみ制御方式では、電動モーターを利用したピストンを用いて非圧縮性のシリコンオイルを一定速度でシリンダーに送り込むことによって、軸ひずみ速度一定载荷を可能としている。一方、軸圧はロードセルにより、側圧および非排水試験時における間隙水圧は圧力計を用いて測定している。軸ひずみ（ ϵ_a ）は鉛直方向に設置した変位計により、体積ひずみ（ ϵ_v ）はビュレットに取り付けた差圧検出器によって計測しており、側方ひずみ（ ϵ_r ）は体積ひずみと軸ひずみから求めている（ $\epsilon_r = (\epsilon_v - \epsilon_a)/2$ ）。また、試験の際にバックプレッシャー（98 kPa）を作用させることにより、より正確な体積ひずみの計測に努めている。また、軸圧は供試体端面の角度変化を許さない剛なキャップおよびペDESTALで载荷し、供試体とキャップおよびペDESTALの間の摩擦は、シリコングリースを一樣に薄く塗ったゴム膜で除去に努め、供試体が均質に変形するようにしている。試験に用いているメンブレンの厚みは0.25 mmで、体積ひずみの測定結果におよぼす貫入量の影響は49 kPaから588 kPaまで側圧を変化させた時で0.017%（ゆる詰）と小さい。また、図-1に示すように貫入量が大きいとされるゆる詰め試料による等方圧密除荷試験の結果でも、補正前の結果（○、△プロット）と補正後の結果（●、▲プロット）にはあまり違いがなく、メンブレンの貫入量の影響はほとんどない（補正を行った場合と行わない場合の差が見られない）。したがって、以後の結果の整理では貫入量の補正は行っていない。また、厚めのメンブレンを用いているが、10%の軸伸張ひずみに対して張力は軸応力に換算して0.4 kPaしか影響しない。

図-2は密な砂およびゆるい砂の等方圧密時の軸ひずみ（ ϵ_a ）～半径方向ひずみ（ ϵ_r ）関係を示す。等方圧密は平均主応力49 kPaから196 kPaまで行った。図中の○プロットおよび●プロットは密

i) 名古屋工業大学 助手（名古屋市昭和区御器所町）

ii) 名古屋工業大学 教授

iii) 豊橋工業高校

iv) 松山市

（2000.5.26 原稿受付・討議期限 2002.1.1 要請があれば1ヶ月の期限延長可能）

図-1 貫入量の補正をした場合と補正をしない場合の軸ひずみ (ε_a) ～側方ひずみ (ε_r) 関係

図-2 等方圧密時の軸ひずみ (ε_a) ～側方ひずみ (ε_r) 関係

な砂、△プロットおよび▲プロットはゆるい砂の結果であり、平均主応力49 kPa時の間隙比は密な砂で $e_{49} \approx 0.67$ 、ゆるい砂で $e_{49} \approx 0.87$ である。この図の45度のライン上にプロットがある (ε_a と ε_r が等しい) 時、供試体は等方性であることを示しており、これらの試験結果から試料作成時に異方性はほとんどないことがわかる。なお、間隙比 e のサフィックスの数字はそのときの平均主応力の大きさを kPa 単位で表したものである。

3. 応力とひずみの定義

この論文で用いる応力およびひずみパラメーターの定義を示す。

平均主応力 p 、偏差応力 q は主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ および偏差応力テンソル s_{ij} を用いて表すと

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij} \quad (1)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \}}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad ; (s_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}) \quad (2)$$

であり、三軸条件下では

$$p = \frac{\sigma_a + 2\sigma_r}{3} \quad (3)$$

$$q = |\sigma_a - \sigma_r| \quad (4)$$

となる。ここに、 σ_a は軸圧、 σ_r は側圧である。

また同様に体積ひずみ ε_v 、偏差ひずみ ε_d を主ひずみ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ および偏差ひずみテンソル e_{ij} で表すと

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_{ij} \delta_{ij} \quad (5)$$

$$\varepsilon_d = \frac{1}{3} \sqrt{2 \{ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2 \}}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij} e_{ij}} \quad ; (e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_v \delta_{ij}) \quad (6)$$

となり、三軸条件下では

$$\varepsilon_v = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r \quad (7)$$

$$\varepsilon_d = \frac{2}{3} |\varepsilon_a - \varepsilon_r| \quad (8)$$

となる。しかし、グラフの描画の関係上 q, ε_d に関しては

$$q = \sigma_a - \sigma_r \quad (9)$$

$$\varepsilon_d = \frac{2}{3} (\varepsilon_a - \varepsilon_r) \quad (10)$$

と定義する。

一方、修正応力 $t_{ij}^{(5)}$ に基づく応力パラメーター (t_N, t_S) およびひずみ増分パラメーター ($d\varepsilon_{SMP}^*, d\gamma_{SMP}^*$) は

$$t_N = \sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2 = t_1 a_1 + t_2 a_2 + t_3 a_3 = t_{ij} a_{ij} \quad (11)$$

$$t_S = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 a_1^2 a_2^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 a_2^2 a_3^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 a_3^2 a_1^2} \\ = \sqrt{t_{ij} t_{ij} - (t_{ij} a_{ij})^2} \quad (12)$$

$$d\varepsilon_{SMP}^* = d\varepsilon_1 a_1 + d\varepsilon_2 a_2 + d\varepsilon_3 a_3 = d\varepsilon_{ij} a_{ij} \quad (13)$$

$$d\gamma_{SMP}^* = \sqrt{(d\varepsilon_1 a_2 - d\varepsilon_2 a_1)^2 + (d\varepsilon_2 a_3 - d\varepsilon_3 a_2)^2 + (d\varepsilon_3 a_1 - d\varepsilon_1 a_3)^2} \\ = \sqrt{d\varepsilon_{ij} d\varepsilon_{ij} - (d\varepsilon_{ij} a_{ij})^2} \quad (14)$$

である。

三軸条件下では

$$t_N = 3 \frac{\sigma_a \sigma_r}{2\sigma_a + \sigma_r} \quad (15)$$

$$t_S = \frac{|\sigma_a - \sigma_r| \sqrt{\sigma_a \sigma_r}}{2\sigma_a + \sigma_r} \quad (16)$$

$$d\varepsilon_{SMP}^* = \frac{d\varepsilon_a \sqrt{\sigma_r} + d\varepsilon_r \sqrt{\sigma_a}}{\sqrt{2\sigma_a + \sigma_r}} \quad (17)$$

$$d\gamma_{SMP}^* = \sqrt{2} \frac{|d\varepsilon_a \sqrt{\sigma_a} - d\varepsilon_r \sqrt{\sigma_r}|}{\sqrt{2\sigma_a + \sigma_r}} \quad (18)$$

となる。修正応力 t_{ij} は $t_{ij} = a_{ik} \sigma_{kj}$ で定義され、 a_{ij} は主応力方向に対するSMP⁶⁾の方向余弦 ($a_i; i=1,2,3$) を主値とする対称テンソルである。

図-3 平均主応力一定せん断時の応力比～ひずみ増分比関係
(a) 応力比 (q/p)～ひずみ増分比 ($-d\epsilon_v/d\epsilon_d$) 関係
(b) 応力比 (t_s/t_N)～ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

ここに、

$$a_i \text{ は } a_i = \sqrt{\frac{I_3}{I_2 \sigma_i}} \quad (i=1,2,3) \quad (19)$$

(I_2 , I_3 : 応力の 2 次, 3 次の不変量) で与えられる。また、これらの計算に用いる主応力 (σ_1 , σ_2 , σ_3), 主ひずみ (ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3) は圧縮を正とする。

このようにして得られた修正応力を用いた応力およびひずみ増分パラメータは、応力では t_N は p に t_s は q に対応し、ひずみ増分では $d\epsilon_{SMP}^*$, $d\gamma_{SMP}^*$ はそれぞれ $d\epsilon_v$, $d\epsilon_d$ に対応する。応力比～ひずみ増分比関係において、図-3(a)(b)に示すように、平均主応力一定 ($p=196 \text{ kPa}$) の三軸圧縮試験と三軸伸張試験を比較した際、 q/p および $-d\epsilon_v/d\epsilon_d$ を用いて整理した(a)図では三軸圧縮条件下での結果 (○プロット) と三軸伸張条件下での結果 (●プロット) で差が出ているが、修正応力 t_N に基づく応力比 (t_s/t_N), ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) を用いて整理した(b)図では、三軸圧縮、三軸伸張条件による違いは見られない。つまり、これら修正応力 t_N に基づく応力およびひずみパラメータを用いることにより、中間主応力の影響を適切に考慮でき、三軸圧縮、三軸伸張条件下だけでなく相異なる 3 主応力下の土のせん断挙動を唯一的に説明できる^{7),8)}。

4. 排水単調載荷試験

単調載荷試験は、密な試料、ゆるい試料それぞれに対し、平均主

図-4 応力制御試験結果とひずみ制御試験結果の比較

図-5 密な試料の三軸圧縮せん断試験結果

(a) 偏差ひずみ (ϵ_d)～主応力比 (σ_1/σ_3)～体積ひずみ (ϵ_v) 関係
(b) 応力比 (t_s/t_N)～ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

応力一定条件下 ($p=196 \text{ kPa}$), 側圧一定条件下 ($\sigma_r=196 \text{ kPa}$), 軸圧一定条件下 ($\sigma_a=196 \text{ kPa}$) のもとで三軸圧縮, 三軸伸張せん断試験を行った。また、密な試料で、異方圧密状態 (主応力比 $\sigma_1/\sigma_3=4$) からの平均主応力一定逆振りせん断試験も行った。

試験は応力速度一定 ($\dot{\sigma}_a=1.96\sim4.9 \text{ kPa/min}$, $\dot{\sigma}_r=0.98\sim4.9 \text{ kPa/min}$) 制御試験と軸ひずみ速度一定 ($\dot{\epsilon}_a=0.024\%/min$) 制御試験の 2 通りの制御方法で行った。これらの試験において、ひずみ

図-6 緩い試料の三軸圧縮せん断試験結果

(a) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
 (b) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

速度によるクリープ変形等の影響をなくするため、応力制御では一定応力速度で応力を変化させるものの、ひずみ速度が0.02%/minより大きくなった時はその値以下になるまで応力状態を一定に保持している。また、軸ひずみ制御も前述のように十分遅い速度(0.024%/min)で行っている。

応力制御試験の場合、ひずみ軟化後の制御は不可能であるためピーク後の比較はできないが、図-4に示すようにこれら2通りの方法によるせん断試験では、ピーク強度に達するまでの応力~ひずみ~ダイレイタンスー関係はほぼ一致することから制御方法の違いによる砂の挙動への影響はないと考えられる。

図-5は密な試料での三軸圧縮せん断試験時の結果、図-6はゆるい試料での三軸圧縮せん断試験時の結果であり、図中の○プロットは平均主応力一定試験、△プロットは側圧一定試験、□プロットは軸圧一定試験を示す。同様に三軸伸張条件下において、図-7は密な試料での結果、図-8はゆるい試料での結果であり、○プロットは平均主応力一定試験、△プロットは側圧一定試験、□プロットは軸圧一定試験を示す。また、三軸圧縮、三軸伸張両方の条件下において、強度がピークを超えた後のひずみ軟化時の挙動は●▲■のように黒塗りのプロットで示す。なお、密な試料による軸圧一定条件での三軸伸張せん断(図-7での□プロット)では試験装置の制限により、強度がピークに達するまで試験が行えなかった。これらの試験での偏差ひずみ(ϵ_d)~主応力比(σ_1/σ_3)関係、体積ひずみ(ϵ_v)関係を(a)図に、修正応力 t_{ij} に基づく応力比(t_s/t_N)~ひずみ増分比($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$)関係を(b)図に示す。(b)図の破線は体積ひずみ増分がゼロのラインである。なお、三軸圧縮および三軸伸張条件下では

図-7 密な試料の三軸伸張せん断試験結果

(a) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
 (b) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

$$\frac{t_s}{t_N} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_3}} - \sqrt{\frac{\sigma_3}{\sigma_1}} \right) \quad (20)$$

となり、 σ_1/σ_3 が同じとき t_s/t_N も等しくなる。

これらの実験結果より、密な砂では典型的な砂の挙動つまり応力比の低い状態では体積圧縮(負のダイレイタンスー)、高い状態では体積膨張(正のダイレイタンスー)およびひずみ軟化現象を示しており、最終的に限界状態に至ると考えられる。ゆるい砂でも密な砂ほど顕著ではないが負・正のダイレイタンスーおよび、わずかながらひずみ軟化現象も生じている。また、三軸伸張条件下でのピーク強度後の急激な応力比の低下はネッキングにより供試体に明確なせん断帯が形成され、変形の連続性が失われたことが原因といえる。

従来から修正応力 t_{ij} にもとづいた応力比(t_s/t_N)、ひずみ増分比($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$)を含めて応力比~ひずみ増分比関係は、図-3のような関係では密度によらず唯一的に表せるとすることが多い。しかし、図-9に示すように平均主応力一定時の三軸圧縮条件下でのせん断で密な試料(○プロット)とゆるい試料(●プロット)を比較した結果、密度が異なる場合厳密には同一直線上には存在せず、密な試料のほうが同じ応力比でも膨張傾向(プロットが右寄り)にあることが実測値の整理結果より得られた。なお、平均主応力一定条件の場合だけでなく、他の条件下においても程度の違いはあるが同様の結果が得られている。砂を弾塑性体と仮定した場合、弾性ひ

図-8 緩い試料の三軸伸張せん断試験結果
(a) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
(b) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

図-9 密度の異なる砂の平均主応力一定せん断時の応力比~ひずみ増分比関係
(a) 応力比 (q/p) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_v/d\epsilon_d$) 関係
(b) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

図-10 応力比~ひずみ増分比関係におよぼす弾性ひずみの影響
(a) 応力比 (q/p) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_v/d\epsilon_d$) 関係
(b) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

図-11 異方状態 ($\sigma_1/\sigma_3=4$) からの平均主応力一定圧縮せん断試験結果
 (a) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ε_v) 関係
 (b) 偏差ひずみ (ε_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係
 (c) 応力比 (t_g/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\varepsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

ずみによる応力比~ひずみ増分比関係への影響を除くため、平均主応力一定試験時の応力比~塑性ひずみ増分比関係を図-10に示す。ここに弾性ひずみは非線形の等方弾性式 (Hooke's Law) と修正応力 t_{ij} を用いた弾性式⁹⁾の両方で評価した結果を示す。この図からも密度の異なる試料では同じ応力比であってもひずみ増分比と同様塑性ひずみ増分比が異なることがわかる。ここでも平均主応力一定時のみ示したが、その他の条件下でのせん断でも同様の結果が得られることを確認している。

次に、異方圧密履歴がその後のせん断時の変形・強度特性に及ぼす影響を調べるため、主応力比 (σ_1/σ_3) = 4 で異方圧密後に平均主応力 ($p=196\text{ kPa}$) 一定での三軸圧縮せん断を行ったものと、主

図-12 異方状態 ($\sigma_3/\sigma_1=4$) からの平均主応力一定伸張せん断試験結果
 (a) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ε_v) 関係
 (b) 偏差ひずみ (ε_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係
 (c) 応力比 (t_g/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\varepsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

応力比 (σ_3/σ_1) = 4での異方圧密後に平均主応力 ($p=196\text{ kPa}$) 一定で三軸伸張せん断を行ったものと2通りの試験を行った。これらの異方応力状態 (主応力比 $\sigma_1/\sigma_3=4$) からの平均主応力一定のせん断試験 (○プロット) と等方状態からの平均主応力一定のせん断試験 (●プロット) との比較の図を図-11と図-12に示す。図中の破線は等方状態からのせん断におけるピーク強度時の状態に異方状態からのせん断における同じ応力時の状態をあわせたものである。これらの図から異方圧密履歴を受けた試料のほうが剛性は低い、応力比が大きくなるにしたがい異方圧密履歴の影響がなくなり、強度には影響を及ぼさないことがわかる。また(c)図から、応

力比～ひずみ増分比関係はあまり初期応力比の影響を受けていないこともわかる。

5. 排水繰返し载荷試験

5.1 繰返し载荷時の砂のダイレイタンシー特性

繰返し载荷時の砂のダイレイタンシー特性を直接的に見るため、平均主応力一定 ($p=196 \text{ kPa}$) のもとで繰返し主応力比の振幅や振幅中心を変えた排水繰返し試験を行った。

最初に、応力比振幅の異なる両振り繰返し载荷時のダイレイタンシー特性の差異や、応力比振幅の異なる繰返し履歴を与えた試験を行い、それぞれの各履歴がその後の繰返し载荷時の挙動にどのような影響を与えるかを検討する。

図-14,16～19は各試験について、応力経路図 ($p \sim \sigma_1/\sigma_3$) を(a)図に、主応力比 (σ_1/σ_3) ～体積ひずみ (ε_v) 関係を(b)図に、偏差ひずみ (ε_d) ～応力比 (σ_1/σ_3) 関係を(c)図に、修正応力 t_1 に基づく応力比～ひずみ増分比関係を(d)図に示したものである。ここで、応力経路図については、図-13に $\sigma_a \sim \sigma_r$ 関係 (a)図) と $p \sim \sigma_1/\sigma_3$ 関係 (b)図) の対応関係を明示しておく。以後、応力経路図は $p \sim \sigma_1/\sigma_3$ 関係で示すが、同じ平均主応力の繰返し载荷であっても応力比振幅や振幅中心の位置が変わる時には経路が明確になるように順次右にずらして表示している。

また、図-14,16～19の(d)図において○プロットは最初の繰返し時のもの、△プロットは中間での繰返し時のもの、●プロットは最終の繰返し時のものである。また破線は体積ひずみ増分がゼロのラインである。

図-14は密な試料について、主応力比 (σ_1/σ_3) = 4での両振り繰返しせん断試験である。(b)図を見ると、せん断とともに順次負・正の両ダイレイタンシーを示しながら徐々に体積圧縮していき、最終的にもうこれ以上体積圧縮しない定常状態に至っているのがわかる。また(c)図から偏差ひずみも繰返し回数の増加に伴い、剛性が大きくなり最終的には同じループ上を動き、擬弾性挙動に近くなっている。(d)図からストレス・ダイレイタンシー関係は単調载荷時と同様に密度により変化し、密度の増加にともない○プロットから△プロットそして●プロットへと同じ応力比でも徐々に膨張傾向に移行しているのがわかる。ここでも単調载荷時と同様に、弾性ひずみ

による応力比～ひずみ増分比関係への影響を排除するため、応力比～塑性ひずみ増分比関係を図-15に示す。この図は図-10と同様に弾性ひずみを修正応力 t_1 に基づく弾性式で評価し、弾性ひずみを取り除いている。この図から繰返し回数の増加にともない塑性ひずみ自体のストレス・ダイレイタンシー関係が変化していることがわかる。このような繰返し载荷の回数によってストレス・ダイレイタンシー関係が変化することはブラダンら¹⁰⁾によっても示されている。

図-16は主応力比 (σ_1/σ_3) = 3の両振り繰返しせん断試験である。この(b),(c),(d)図からも主応力比4での繰返し試験と同じ負・正の両ダイレイタンシー、体積ひずみの定常化、剛性の増加、ストレス・ダイレイタンシー関係の変化が見られる。図-14, 図-16の両図から、体積圧縮は等方応力状態付近で顕著にみられ、また応力比振幅が大きいかほど体積変化が大きくなり、最終的な圧縮量も大きくなる。ゆるい試料でも同様の結果が得られている。図-17は主応力比 (σ_1/σ_3) = 2で5回、主応力比 (σ_1/σ_3) = 3で5回の両振り繰返し履歴を与えた後、主応力比 (σ_1/σ_3) = 4で両振り繰返し試験をした結果である。図-18は主応力比 (σ_1/σ_3) = 4で5回の片振り繰返し履歴を三軸圧縮および三軸伸張条件下で順次与えた後、主応力比 (σ_1/σ_3) = 4での両振り繰返しせん断試験をした結果である。図-19は主応力比 (σ_1/σ_3) = 4の高いところから三軸圧縮条件下で主応力比振幅を $4.0 \rightleftharpoons 3.0$, $4.0 \rightleftharpoons 2.5$, $4.0 \rightleftharpoons 2.0$, $4.0 \rightleftharpoons 1.0$ と繰返し、次に三軸伸張条件下で主応力比振幅を $4.0 \rightleftharpoons 3.0$, $4.0 \rightleftharpoons 2.0$, $4.0 \rightleftharpoons 1.6$, $4.0 \rightleftharpoons 1.0$ とそれぞれの条件下で応力比振幅を徐々に大きくしながら各段階5回づつの繰返し履歴を与えた後、主応力比 (σ_1/σ_3) = 4での両振り繰返しせん断試験を行った結果である。(b)図の枠内には実線で、三軸圧縮、三軸伸張条件下で応力比振幅 $4.0 \rightleftharpoons 3.0$ の繰返し载荷時の体積ひずみを2倍のスケールにした応力比～体積ひずみ関係を併せて示しておく。図-17～19の(d)図は各繰返し段階の最初の繰返し部分と主応力比4で両振りの最後の繰返し部分を取り出して示している。図-19においては図-18の整理と同様に主応力比 $4 \rightleftharpoons 1$ の片振り繰返し部分を取り出した。

図-17から各段階での5回の繰返し载荷で体積ひずみが増え、より定常状態に至っているものの、より大きい振幅に移行したことにより、さらに体積圧縮が進んでいるのがわかる。また、最終的な体

図-13 応力経路の説明図

- (a) 軸ひずみ (ε_a) ～側方ひずみ (ε_r) 関係
(b) 平均主応力 (p) ～主応力比 (σ_1/σ_3) 関係

図-14 主応力比 (σ_1/σ_3) = 4 での両振り繰返し載荷試験結果

- (a) 応力経路図
 (b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
 (c) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係
 (d) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

図-15 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係におよぼす弾性ひずみの影響

積圧縮量は履歴のない両振り繰返し試験 (図-14(b)) とはほぼ同じとなっている。

図-18から片振り繰返し載荷時は、最初の載荷ではひずみが大き

く発生しているが、それ以後の繰返し載荷ではほとんど同じループを描いており弾性挙動に近い挙動となっている。またこの片振りの繰返し載荷による体積圧縮はほとんど見られず、三軸圧縮条件から三軸伸張条件へ、逆に三軸伸張条件から三軸圧縮条件へと等方応力状態をまたいで最大・最小主応力方向が変化するせん断時にもっとも体積圧縮が進むことがわかる。また(b)図および(c)図からこの片振りの繰返しとその後の両振り繰返し載荷時の挙動にほとんど影響を与えていないことがわかる。

図-19では小さい振幅での繰返し載荷において、再載荷時に体積膨張がみられ、小さな振幅であっても再載荷時は弾性挙動ではなく弾塑性挙動となっている。また三軸圧縮条件下での主応力比振幅 $4.0 \div 3.0$ の繰返し載荷と三軸伸張条件下での主応力比振幅 $4.0 \div 3.0$ の繰返し載荷のように同じ主応力比の振幅の繰返し載荷であっても三軸圧縮条件下と三軸伸張条件下では三軸圧縮条件下のほうが体積膨張量は大きくなっている。これは、繰返し載荷時だけでなく単調せん断時においても三軸圧縮条件下のほうが同じ主応力比の変化では体積膨張の傾向が強いこととも対応している。また、三軸圧縮条件、三軸伸張条件の両方で、応力比振幅が大きくなるにつれて体積膨張の傾向は小さくなり、主応力比振幅が $4.0 \div 1.0$ での片振りの繰返し載荷では体積膨張の累積は見られず、逆に若干の体積圧縮が発生している。この試験でも、等方応力状態を経て最大・最小主応力の方向が変化してせん断が進む場合に顕著な体積圧縮が

図-16 主応力比 (σ_1/σ_3) = 3 での両振り繰返し載荷試験結果
 (a) 応力経路図
 (b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
 (c) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係
 (d) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

図-17 応力比振幅を変えた両振り繰返し載荷試験結果
 (a) 応力経路図
 (b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係

図-17 応力比振幅を変えた両振り繰返し載荷試験結果

- (c) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係
 (d) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

図-18 主応力比 (σ_1/σ_3) = 4 での片振り繰返し載荷の後の両振り繰返し載荷試験結果

- (a) 応力経路図
 (b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
 (c) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係
 (d) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

図-19 応力比振幅を変えた片振り繰返し載荷の後の両振り繰返し載荷試験結果

- (a) 応力経路図
(b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
(c) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係
(d) 応力比 (t_s/t_N) ~ ひずみ増分比 ($-d\epsilon_{SMP}^*/d\gamma_{SMP}^*$) 関係

みられる。

次に、密な試料に対し主応力比振幅を0.5にしてそれぞれ三軸圧縮条件と三軸伸張条件について主応力比を1.0 $\rightleftharpoons$ 1.5, 1.5 $\rightleftharpoons$ 2.0, 2.0 $\rightleftharpoons$ 2.5, 2.5 $\rightleftharpoons$ 3.0, 3.0 $\rightleftharpoons$ 3.5, 3.5 $\rightleftharpoons$ 4.0と各5回づつの繰返しせん断を与える試験を行った。また、ゆるい試料に対しては強度の関係上、主応力比が3.0までの繰返しせん断を与える試験を行った。これらの結果を図-20~23に示す。(a)図は応力経路 ($p \sim \sigma_1/\sigma_3$), (b)図は主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係, (c)図は偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係である。(b), (c)図において、○プロットは各繰返し段階の最初の載荷時の挙動、●プロットはその後の繰返し載荷での挙動、破線は単調せん断時のもの、△プロットは各繰返し段階の最初の載荷部分を連続的につなぎ合わせたものである。密な試料では、図-19に示すように小さい主応力比振幅の繰返し載荷によって応力比の大きいところでは体積膨張することはストレス・ダイレイタンシー関係からも明らかであるが、応力比の大きいところだけでなく、どの段階での繰返し載荷においても体積膨張が蓄積しているのが図-20(b)と図-21(b)の○プロットからわかる。このような小さい応力比での振幅において、最初の載荷時(○プロット)の体積圧縮と再載荷時の体積膨張のように、同じ応力状態ではほぼ同じ密度であるにもかかわらずダイレイタンシー特性

は異なり、応力比~ひずみ増分比関係は、単調せん断時のように同一の線上に存在しないことになる。しかし、図中の△プロットと破線を比較することによって、このような小さい繰返し載荷が、その後のより大きい応力比のせん断では、砂の強度や変形挙動にそれほど影響を与えていないことがわかる。一方、図-22,23に見られるようなゆるい試料の場合では、応力比の高いところの繰返し載荷では密な試料と同様に体積膨張しているが、応力比の低いところでは体積圧縮が生じているのが(b)図よりわかる。また、これらの繰返し載荷が砂の強度などにはほとんど影響を与えないことは密な試料による試験と同じである。

5.2 応力(ひずみ)履歴による異方性

次に、現在の塑性ひずみの状態が同じであったとしても、塑性ひずみ履歴の与え方が、その後のせん断にどのような影響を与えるかを調べるための試験を行った。試験は、応力が初期の等方応力状態に戻ったときに塑性偏差ひずみがゼロの状態、つまり等方的に塑性変形した状態となるような繰返し履歴を与えたのち、三軸圧縮条件下で平均主応力一定のせん断を行った。繰返し履歴は4通りであり、パターン1は、平均主応力一定で主応力比4まで三軸伸張せん断した後、ある応力比まで三軸圧縮せん断し等方応力状態に戻した。このときの三軸圧縮せん断の応力比は、等方応力状態に応力を

図-20 密な砂の三軸圧縮条件下における小さい応力比振幅での繰返し載荷試験結果

- (a) 応力経路図
(b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
(c) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係

図-21 密な砂の三軸伸張条件下における小さい応力比振幅での繰返し載荷試験結果

- (a) 応力経路図
(b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
(c) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係

図-22 緩い砂の三軸圧縮条件下における小さい応力比振幅での繰返し載荷試験結果

- (a) 応力経路図
(b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ε_v) 関係
(c) 偏差ひずみ (ε_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係

図-23 緩い砂の三軸伸張条件下における小さい応力比振幅での繰返し載荷試験結果

- (a) 応力経路図
(b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ε_v) 関係
(c) 偏差ひずみ (ε_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係

図-24 履歴 (パターン1) のある砂の三軸圧縮せん断試験結果
 (a) 応力経路図
 (b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
 (c) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係

図-25 履歴 (パターン2) のある砂の三軸圧縮せん断試験結果
 (a) 応力経路図
 (b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ϵ_v) 関係
 (c) 偏差ひずみ (ϵ_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係

図-26 履歴 (パターン3) のある砂の三軸圧縮せん断試験結果

- (a) 応力経路図
- (b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ε_v) 関係
- (c) 偏差ひずみ (ε_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係

図-27 履歴 (パターン4) のある砂の三軸圧縮せん断試験結果

- (a) 応力経路図
- (b) 主応力比 (σ_1/σ_3) ~ 体積ひずみ (ε_v) 関係
- (c) 偏差ひずみ (ε_d) ~ 主応力比 (σ_1/σ_3) 関係

戻したときに塑性偏差ひずみがゼロになるように決定した。パターン2は、パターン1とは逆に先に三軸圧縮せん断を行った後、三軸伸張せん断を行った。パターン3はパターン1と同じ履歴の後にパターン2と同じ履歴を組み合わせたものとなっている。パターン4は平均主応力637 kPaまで等方圧密を行った後196 kPaまで等方除荷をしたものとなっており、他の実験とは異なりせん断履歴を受けていない過圧密なものである。これら4パターンの履歴の応力経路図を図-24~27の(a)図に示す。また、履歴を与えた後の間隙比はパターン1で $e_{196}=0.654$ 、パターン2で $e_{196}=0.647$ 、パターン3で $e_{196}=0.650$ 、パターン4で $e_{196}=0.646$ となっており、履歴のないせん断試験では $e_{196}=0.666$ である。

図-24~27はそれぞれの履歴を与えた時とその後の三軸圧縮せん断時の結果であり、(b)図は主応力比(σ_1/σ_3)~体積ひずみ(e_v)関係の結果であり、(c)図は偏差ひずみ(e_d)~主応力比(σ_1/σ_3)関係の結果である。履歴を与えている時は○プロットで、その後のせん断時は●プロットとなっている。これらの実測値より履歴によって体積ひずみは生じているものの、偏差ひずみはほぼゼロになっていることがわかる。図-28,29は履歴を与えた後のせん断時のみを取り出した主応力比~体積ひずみ関係および偏差ひずみ~主応力比関係の実測値の比較を示す。パターン1は○プロット、パターン2は●プロット、パターン3は△プロット、パターン4は▲プロット、履歴のないせん断は□プロットで示してある。またこれらの実験の履歴を与えた後の間隙比はほぼ同じになっており、密度の違いによる挙動への影響は小さいと考えられる。パターン1は履歴のないせん断より初期のひずみ挙動はせん断直前の三軸圧縮状態の応力履歴により硬くなっている、パターン2、パターン3は履歴のないせん断より軟らかな挙動を示している。これは直前の伸張履歴による異方性の影響が大きく出ているためと考えられる。また、パターン3はパターン2と良く似た挙動をしており、パターン1によって発達した異方性はパターン2の経路により消失し、パターン2の経路による異方性の影響だけが強く出ていると考えられる。パターン4は履歴のないせん断と似ており、今回のような密な試料は過圧密度の高い材料とみなすことができ、豊浦砂のような砂質土では多少の過圧密履歴によってその後のせん断におよぼす影響はないと考えられる。またこれらの履歴にかかわらず、すべての実験において強度などは図-29からわかるようにほぼ同じとなっており、最終的な状態は応力履歴によらず一致し、それまでの履歴によ

図-28 履歴の異なる砂の三軸圧縮せん断時の主応力比(σ_1/σ_3)~体積ひずみ(e_v)関係

る異方性の違いは見られなくなっている。これらの試験から、等方応力状態の初期に異方性がなく、その後応力履歴を与え同じ等方応力状態、等方ひずみ状態にしても、その間の応力履歴の与え方によって異方性の発現の仕方が異なるため、せん断挙動に大きな影響を与えることがわかる。これは、塑性せん断ひずみがゼロであっても応力誘導異方性が発達していることを意味し、塑性せん断ひずみそのものだけでは異方性の指標として不十分であり、過去の塑性せん断ひずみの与え方も考慮にいれた指標を用いる必要があることを示している。

6. 非排水繰返し载荷試験

実験は等体積試験と非排水試験を行った。等体積試験と非排水試験は同じ現象を違う方法で行っているだけであり、これらの試験の内容は同じものである。

等体積試験は体積変化が起こらないように有効応力をコントロールするものであり過剰間隙水圧はゼロとなっている。一方、非排水試験は、全応力経路を与え過剰間隙水圧を計測することにより、試料の有効応力を算出する。図-30に非排水試験時の有効応力経路と等体積試験時の全応力経路の比較を示す。この図から、等体積試験は非排水試験とはほぼ同じ結果が得られ、等体積試験は非排水試験と

図-29 履歴の異なる砂の三軸圧縮せん断時の偏差ひずみ(e_d)~主応力比(σ_1/σ_3)関係

図-30 非排水試験と等体積試験の比較

図-31 偏差応力 q ($294 \leftrightarrow -294$)一定での等体積両振り繰返し試験結果
(a) 有効応力経路
(b) 平均有効主応力 (p') ~ 有効主応力比 (σ'_1/σ'_3) 関係
(c) 軸ひずみ (ϵ_a) ~ 偏差応力 (q) 関係

図-32 偏差応力 q ($294 \leftrightarrow -196$)一定での等体積両振り繰返し試験結果
(a) 有効応力経路
(b) 平均有効主応力 (p') ~ 有効主応力比 (σ'_1/σ'_3) 関係
(c) 軸ひずみ (ϵ_a) ~ 偏差応力 (q) 関係

同一とみなすことができる。

図-31は偏差応力 $q = \sigma_a - \sigma_r = 294 \text{ kPa (comp.)} \leftrightarrow -294 \text{ kPa (ext.)}$ での両振り繰返し載荷試験であり、図-32は偏差応力 $q = 294 \text{ kPa (comp.)} \leftrightarrow -196 \text{ kPa (ext.)}$ での両振り繰返し載荷試験である。これらの図は非排水繰返しせん断試験時の典型的な砂の挙動であり、サイクリックモビリティを示しながら、繰返しが進むにつれて有効応力が減少していき、最終的には液状化に至っている。図-33は有効主応力比が3での等体積両振り繰返し載荷試験である。この図から有効応力は繰返しせん断とともに減少しているが、最終的

に定常化し液状化には至っていない。

これら試験結果は排水繰返し載荷試験と比較すると、それぞれ図-31は応力比振幅を増やしながらの排水繰返し載荷試験、図-33は応力比振幅一定の排水繰返し載荷試験と対応している。つまり有効応力比の振幅が大きくなればなるほど体積圧縮（非排水状態では有効応力が減少し、最終的には液状化する）が進行する。一方、有効応力比振幅が一定だと破壊には至らず体積圧縮が起らない定常状態（非排水状態では有効応力の定常化）に至る。

図-33 有効主応力比 (σ'_1/σ'_3) = 3 一定での等体積両振り繰返し試験結果

- (a) 有効応力経路
 (b) 平均有効主応力 (p') ~ 有効主応力比 (σ'_1/σ'_3) 関係
 (c) 軸ひずみ (ϵ_a) ~ 偏差応力 (q) 関係

7. 結 論

本論文では、排水および非排水条件下での三軸試験を行うことによって、砂の繰返し載荷時のダイレイタンシー特性や繰返し履歴がその後の砂の強度・変形に及ぼす影響を詳細に検討した。

その結果、砂のストレス・ダイレイタンシー特性は厳密には密度の増加や繰返し載荷の進行に伴い、膨張方向に変化する。また、繰返し載荷時などでは従来では弾性域と考えられていた再載荷時にも塑性ひずみが生じ、さらにこのような場合、同じ応力比、同じ密度

であっても、ダイレイタンシー特性は大きく変わることが明らかとなった。特に密な試料において単調せん断では体積圧縮を示す応力比の小さいところで、小さい応力比振幅の繰返し載荷を行った時、単調せん断時とは逆のダイレイタンシー特性（体積膨張）を示す。従来からの構成モデルではストレス・ダイレイタンシー関係は密度や繰返し載荷によらない（降伏曲面の形状が変化しない）としているものが大部分である。しかし、降伏曲面の形状を変化しないとする限り、排水試験では体積ひずみとせん断ひずみ、非排水試験では有効応力の変化とせん断ひずみの両方を同時に定量的に評価できないことになる。

さらに、砂の異方性については、たとえ同じ応力・ひずみ状態であったとしても以前に受けた履歴によりその異方性は変化し、その後の変形挙動に影響をあたえることがわかった。このため、塑性せん断ひずみの大きさではその試料のせん断挙動に対する異方性の程度を表すことはできない。つまり、砂の異方性は塑性変形により発達するとしても、塑性変形そのものだけでは異方性の尺度にならず、塑性変形の生じるプロセスを反映した指標を用いて異方性を評価する必要がある。このような応力履歴の影響を構成モデルで表現するためには、たとえば移動硬化等を用いて応力誘導異方性の発達・消散の過程を適切に考慮する必要がある。

また、排水せん断時の体積ひずみと、非排水せん断時の有効応力との関係には密接な関係があるように、排水、非排水試験時の挙動はお互い独立ではなく、相互に関係がある。このことから、液状化等の非排水条件に近い砂の挙動をモデル化するにあたっても、ここで述べた応力誘導異方性の発達等を考慮したものではならぬ。

謝 辞

実験方法や試験結果について議論を交わした本学大学院博士前期課程修了の武馬雅志氏に深く感謝します。また、在学中に実験等で協力をいただいた本学卒業生の川合猛君、三輪時弘君、水島俊基君、尾崎雅也君、千賀さくら君に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Tatsuoka, F. and Ishihara, K. (1974): Drained deformation of sand under cyclic stresses reversing direction, *Soils and Foundations*, **14**, (3), 51-65.
- 2) Castro, G. (1975): Liquefaction and cyclic mobility of saturated sands, *Proc. ASCE*, **101** (GT6) 551-569.
- 3) Ishihara, K. and Okada, S. (1978): Effects of stress history on cyclic behavior of sand, *Soils and Foundations*, **18** (4), 31-45.
- 4) Hyodo, M., Murata, H. and Yasufuku, N. (1991): Undrained cyclic shear strength and residual shear strain of saturated sand by cyclic triaxial tests, *Soils and Foundations*, **31**, (3) 60-76, 1991.
- 5) Nakai, T. and Mihara, Y. (1984): A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, **24**, (2), 82-94.
- 6) Matsuoka, H. and Nakai, T. (1974): Stress-deformation and strength characteristics of soils under three different principal stress, *Proc. JSCE*, (232), 59-70.
- 7) 中井照夫・松岡元 (1980) : 3 主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈, *土木学会論文報告集*, **303**, 65-77.
- 8) Nakai, T. (1989): An isotropic hardening elastoplastic model for sand considering the stresspath dependency in three-dimensional stresses, *Soils and Foundations*, **29**, (1), 119-137.
- 9) 星川拓哉・檜尾正也・中井照夫 (1998) : 修正応力を用いた地盤材料の弾性式, *土木学会論文集*, (589/III-42), 295-304.
- 10) Pradhan, T. B. S., Tatsuoka, F. and Sato, Y. (1989): Experimental stress-dilatancy relations of sand subjected to cyclic loading, *Soils and Foundations*, **29**, (1), 45-64.