粘性発熱を考慮した毛管内温度分布の シミュレーションと測定粘度データの検討

梶原 稔尚*・板井 誠治*・中野 祥生*・船津 和守*

A Numerical Simulation of the Temperature Fields in a Capillary with Consideration of the Viscous Heat Generation and a Study on the Measured Viscosity Data

Toshihisa KAJIWARA*, Seiji ITAI*, Yoshio NAKANO*, Kazumori FUNATSU*

A numerical simulation of the non-isothermal flow of polymer melts in a capillary was performed with consideration of the effects of viscous heat generation using the finite element method. The constitutive model for polymer melt that we used was the Carreau model with a temperature-dependent viscosity. We studied the effect of viscous heat generation on the viscosity data measured by the capillary viscometer by comparison between the measured viscosity which involved the effect of viscous heat generation and the corrected viscosity from which the effect was removed. The measured viscosity was lower than the corrected viscosity at the wall shear rate $\dot{\gamma}_w$ above 10^2 s^{-1} and this difference increased with increasing $\dot{\gamma}_w$. It was predicted that the corrected viscosity was two times as much as the measured viscosity at $\dot{\gamma}_w = 10^4 \text{ s}^{-1}$ and it was found that the effect of viscous heat generation on viscosity data could not be neglected in the high shear rate region. Also, the temperature rise near the wall reached 50°C when $L/R=16$ (L : capillary length, R : capillary radius) at $\dot{\gamma}_w = 10^4 \text{ s}^{-1}$ but near the center of the capillary, the temperature rise was negligible. Therefore a temperature profile developed across the cross-section in the flow direction and the velocity profile changed with temperature profiles.

Key words : Viscosity/Viscous heat generation/Capillary rheometer/Non-isothermal flow/Non-Newtonian fluid/Finite element method

1. 緒 言

高分子溶融体は高い粘性を有するため、高いせん断速度域で粘性発熱による大きな温度上昇が生じる。これまで報告された高分子溶融体の粘性発熱に関する数

値的および実験的研究によると、 10^3 s^{-1} のせん断速度でスリット幅の 40 倍の位置で局所的に 30°C 以上の温度上昇が生じることが予測されている^{1)~4)}。この温度上昇により、粘度低下が生じるのみならず、流路断面の温度分布により速度分布が等温系のそれと異なる。

しかしながら、現在行われている毛管粘度計による粘度測定では、この温度上昇の影響が取り除かれておらず、そのため得られた粘度が設定温度における真の粘度と異なる可能性がある。高せん断速度域での粘度の測定で等温系流れを達成することは不可能であるの

* 九州大学 工学部 化学機械工学科
福岡市東区箱崎 6-10-1 (〒812)
Department of Chemical Engineering,
Kyushu University
6-10-1, Hakozaki, Higashi-ku, Fukuoka 812 Japan
1992. 10. 15 受理

Fig. 1 Computational domain and boundary conditions

で、コンピューターシミュレーションを利用し、温度上昇の影響を取り除き、測定データの修正を行うことは非常に有効な手段である。

実際の毛管粘度計では、このような粘性発熱による温度上昇の他にも、縮小部における断熱圧縮や加速流による発熱なども予測されるが、本研究では、最も影響の大きいものの一つと考えられる毛管部での粘性発熱による温度上昇およびそれに伴う温度分布の形成に着目し、毛管粘度計による測定粘度データの修正法の基礎を確立するために、非等温系流動および伝熱シミュレーションを行い、毛管内温度分布の予測と粘性発熱を考慮した粘度データの検討を行った。

2. 支配方程式

非等温系の定常流れを考え、流体は非圧縮性の純粘性非 Newton 流体で、慣性項、重力項が無視できるとした。このとき、連続の式、運動方程式、エネルギー方程式はそれぞれ次のようになる。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$-\nabla p + 2\nabla \cdot (\eta \mathbf{D}) = 0 \quad (2)$$

$$\rho C_p \mathbf{v} \cdot \nabla T = k \nabla^2 T + 2\eta \mathbf{D} : \mathbf{D} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{v}$ は速度ベクトル、 p は等方性圧力、 η はせん断粘度、 $\mathbf{D}$ は変形速度テンソル、 ρ は密度、 C_p は比熱、 T は温度、 k は熱伝導度であり、 ρ, C_p, k は温度によらず一定であるとした。また、粘度モデルには、次式により表される指数関数的温度依存性を有する Carreau モデルを用いた。

$$\eta(\Pi_D, T) = \eta_0(T) \{1 + 2\lambda_c(T)^2 \Pi_D\}^{(n-1)/2} \quad (4)$$

$$\eta_0(T) = \alpha \exp\{-\beta(T - T_m)\} \quad (5)$$

ここで、 T_m は流体の熔融温度、 Π_D は変形速度の第二不変量、 $\lambda_c, n, \alpha, \beta$ はモデルパラメーターであり、これらのパラメーターは粘度の実測データより得られた粘度曲線にフィットするように決定した。

3. 解析方法および境界条件

前述の支配方程式を Galerkin 有限要素法により解

Table 1 Property data of polypropylene

Specific heat	C_p	2850 J/(kg·K)
Thermal conductivity	k	0.164 J/(m·s·K)
Density	ρ	714 kg/m ³
Melting temperature	T_m	178°C
Zero-shear viscosity	η_0	9937 Pa·s

き、速度場、温度場を求めた。解析方法については前報¹⁾と同様である。

Fig. 1 に解析領域および境界条件を示す。計算条件として、毛管の大きさを $R=0.5$ mm, $L=10$ mm, 入口温度および壁温を $T_0=T_w=200^\circ\text{C}$ とした。また、計算に必要な流体の物性値は Table 1 に示すポリプロピレンの 200°C における値を用いた。

4. 結果および考察

粘度に対する粘性発熱の影響を検討するために、以後の結果では粘性発熱の影響を取り除いた粘度を修正粘度と呼び、 η_c で表す。これに対して、粘性発熱の影響を含んだ粘度が現在の測定で得られる粘度に対するので測定粘度と呼び、 η_m で表す。すなわち、(4)、(5)式を用いてシミュレーションを行って得られた粘度が η_m であり、この η_m は粘性発熱の影響を含むので、この影響を考慮して (4)、(5) 式のパラメーターを設定し直した粘度が η_c である。

4.1 粘性発熱による温度上昇および温度分布形成の検討

$\dot{\gamma}_w = 4 \times 10^2 \text{ s}^{-1}, 10^3 \text{ s}^{-1}, 4 \times 10^3 \text{ s}^{-1}, 10^4 \text{ s}^{-1}$ の各せん断速度における流路内の温度分布を Fig. 2 に示す。縦軸、横軸はそれぞれ半径方向、軸方向の距離で、毛管半径 R で無次元化している。ただし、この図では、軸方向距離を圧縮して等温線を表示している。入口で一定温度 200°C で入った流体が、せん断速度の大きな壁近傍から粘性発熱により次第に温度上昇しているのがわかる。入口から半径の 20 倍の距離では、 $\dot{\gamma}_w = 4 \times 10^2 \text{ s}^{-1}$ で 4°C 、 $\dot{\gamma}_w = 10^3 \text{ s}^{-1}$ で 8°C 、 $\dot{\gamma}_w = 4 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ で

Fig. 2 Isothermal lines in a capillary

25°C, $\dot{\gamma}_w = 10^4 \text{ s}^{-1}$ で 45°C 程度の温度上昇がみられる。このことから、流体内部の温度上昇により流体の物性にも影響があると考えられる。しかしながら、対流の影響が大きいので中心付近の温度の上昇はみられない。

以上の結果からみてもわかるように、高せん断速度域 ($\dot{\gamma}_w = 10^4 \text{ s}^{-1}$) では、わずか 0.1 mm 程度の範囲で 50°C 近くの温度差があり、温度分布を正確に実測することはかなり困難であるので、計算機シミュレーションにより温度分布を予測することが重要であるといえる。また、ここでは、壁温を一定としたが、壁近傍での温度上昇が極めて大きいので、壁温を一定に制御

Fig. 3 Temperature and velocity profiles over the cross-sections at $\dot{\gamma}_w = 10^3 \text{ s}^{-1}$

Fig. 4 Temperature and velocity profiles over the cross-sections at $\dot{\gamma}_w = 10^4 \text{ s}^{-1}$

できない可能性がある。今後壁での冷却についても検討する必要がある。

4.2 粘性発熱の速度場への影響

粘性発熱による温度上昇が速度分布にどのような影響を及ぼすか検討した結果を以下に示す。

Fig. 3 および Fig. 4 に $\dot{\gamma}_w = 10^3 \text{ s}^{-1}$ および $\dot{\gamma}_w = 10^4$

Fig. 5 Calculated viscosity-shear rate at various parameter n and $\lambda_c=2.0$ s, $b=0.02$ K $^{-1}$, $\eta_0=9937$ Pa·s

s^{-1} の場合の各流路断面における温度分布と速度分布を示す。 $\dot{\gamma}_w=10^3 s^{-1}$ の場合、半径の 16 倍の距離において最大で 10°C 近くの温度上昇が生じ、その影響でわずかではあるが速度分布は壁側に膨らんでいる。 いっぽう、 $\dot{\gamma}_w=10^4 s^{-1}$ の場合、最大で 50°C 近くの温度上昇が生じ、速度分布が大きく変化している。このように、液体が下流に進むほど温度が上昇し、断面内で大きな温度分布が形成されていくので、同一のせん断速度でも下流に進むに従って流体が流れやすくなり、圧力勾配の値も小さくなっていく。すなわち、 L/D が大きくなるほど等温系の場合の圧力損失よりも実際の圧力損失は小さくなり、等温系仮定の下に求められた粘度と真の粘度との差も大きくなることが予想される。

4.3 モデルパラメーターを変化させた場合の粘度曲線への影響

種々のパラメーターを変化させてシミュレーションを行い、修正粘度と測定粘度の比較を行った。

a. パラメーター n による影響

Fig. 5 にパラメーター n のみを変化させて、他のパラメーターを一定とした場合の η_c と η_m の比較を行った粘度曲線を示す。せん断速度 $\dot{\gamma} > 10^2 s^{-1}$ の高せん断速度域では、 η_c より η_m の方が小さくなっている。これは粘性発熱により壁近傍で温度上昇が生じ、流体が流れやすくなるため、粘性発熱がなく、温度上昇による粘度低下がない場合に比べて圧力勾配が小さくなることによるものである。両者の差は、せん断速度が大きくなるにつれて顕著になっており、 n が大きくなるほどこの傾向が大きくなる。これは、 n が大きいほど高せん断での粘度が高くなり、粘性発熱が大きくなるため、 η_c と η_m の差が大きくなる。ただし、せん断速度が $\dot{\gamma} < 10^2 s^{-1}$ の低せん断速度域では、発熱量も小さいため、 η_c と η_m は一致している。

Fig. 6 Calculated viscosity-shear rate at various parameter λ_c and $n=0.4$, $b=0.02$ K $^{-1}$, $\eta_0=9937$ Pa·s

b. パラメーター λ_c による影響

Fig. 6 にパラメーター λ_c のみを変化させて他のパラメーターを一定とした場合の η_c と η_m の比較を行った粘度曲線を示す。この場合もパラメーター n のみを変化させた場合と同様に、 $\dot{\gamma} > 10^2 s^{-1}$ の高せん断速度域では、粘性発熱による温度上昇の影響で粘度が低下し、 η_c より η_m の方が小さくなっている。また、せん断速度が大きくなるほど η_c と η_m の差が大きくなり、 λ_c が小さいほどこの傾向が大きくなることがわかる。

以上 a, b の結果にみられるように、 n が大きいほど、また λ_c が小さいほど同一せん断速度で粘性発熱量が大きくなるので、 η_c と η_m の差が大きくなっている。ただし、 n の値の影響の方が λ_c の影響より大きくなっている。

この理由としては、以下のことが考えられる。断面内での速度分布の形成が進むと壁側の流体が流れやすくなり、速度分布は中心が平らな分布になっていく。 n が 1 に近いと等温系の速度分布（放物線に近い）と速度分布の形成が進んだときのそれが大きく異なるが、 n が小さくなると両者があまり変わらなくなる。これに対し、 λ_c が変化しても高せん断での等温系の速度分布はほとんど変わらないので、 λ_c を変えても上記の影響は現れない。

また、 α, β の影響については、 α が大きくなるほど粘性発熱量が大きくなり、そのため粘性発熱の影響が大きくなる。また、 β が大きくなった場合は温度上昇に対する粘度低下の割合が大きくなり、粘性発熱の影響が大きくなる。すなわち、 α, β が大きくなると η_c と η_m の差が大きくなる。

Fig. 7 Calculated viscosity as a function of shear rate

4.4 シミュレーション結果を利用した Carreau モデルのモデルパラメーターの決定および測定粘度と修正粘度の比較

毛管粘度計により測定したポリプロピレンの粘度の実測データを用いて η_m と実測値がうまくフィットするように試行錯誤により、モデルパラメーターを求めた。その結果を Fig. 7 に示す。ここで決定されたパラメーターは $n=0.47$ 、 $\lambda_c=3.5$ s であり、このパラメーターを用いて粘性発熱の影響を取り除いた粘度 η_c を求めた。それを破線で図中に示す。せん断速度が 10^2 s^{-1} よりも大きくなると η_m と η_c に差がみられる。そこで、 η_m と η_c との間に差が現れた $\dot{\gamma} > 10^2 \text{ s}^{-1}$ の領域で、実際両者にどれだけの差があるのかを4種類のせん断速度について Table 2 に示す。このときの差は修正粘度が実際の測定粘度とどれだけ離れているかを測定粘度に対して相対的に評価するものとし、次式で定義する。

$$d_{m-c} = \frac{\eta_m - \eta_c}{\eta_m} \quad (6)$$

せん断速度が大きくなるに従って差が大きくなり、せん断速度が 10^4 s^{-1} では差が 100% である。これらのせん断速度での粘度は、設定温度での粘度よりかなり小さな値で測定されていることになる。

5. 結 言

純粘性非 Newton 流体の粘度モデルとして指数関数的温度依存性を有する Carreau モデルを用いて、毛管内の非等温流動および伝熱シミュレーションを行い、測定粘度データの検討を行った。その結果、 $\dot{\gamma}_w > 10^2 \text{ s}^{-1}$ では粘性発熱の影響を含んだ測定粘度は粘

Table 2 Deviations between corrected viscosity η_c and measured viscosity η_m

$\dot{\gamma}$ (s^{-1})	η_c ($\text{Pa}\cdot\text{s}$)	η_m ($\text{Pa}\cdot\text{s}$)	Error* (%)
4×10^2	210.5	185.5	13.5
10^3	130.8	108.8	21.1
4×10^3	62.9	38.0	65.5
10^4	37.6	18.8	100.0

* Error = $(\eta_c - \eta_m) / \eta_m$

性発熱の影響を取り除いた修正粘度よりも小さくなり、せん断速度の増加とともにこの差が大きくなることがわかった。

$\dot{\gamma}_w = 10^4 \text{ s}^{-1}$ では修正粘度が測定粘度の2倍になることが予測され、このような高せん断速度域では粘度測定に対する粘性発熱の影響が無視できないことがわかった。また、粘性発熱により流体内部に大きな温度分布が生じ、粘度以外の流体の物性にも影響を与える可能性が強いことがわかった。今後は、リザーバーから毛管への縮小部における加速流による発熱の影響や、圧縮性による断熱膨張の影響を検討するとともに、温度上昇の影響を考慮した測定粘度データの修正法を確立していく必要がある。

参 考 文 献

- 1) 中野祥生, 梶原稔尚, 船津和守: 成形加工, 5, 4, 255 (1993)
- 2) Mitsouris, E. and Vlachopoulos, J.: *Can. J. Chem. Eng.*, 62, 837 (1984)
- 3) 岩倉賢次, 菅澤 修, 山田陽一: 成形加工 91, p.287 (1991)
- 4) 竹田 啓, 河原 茂, 小山清人, 小山洋典: 成形加工 91, p.289 (1991)