積雪壓縮層の力學的機構の一考察

藤 本 留 吉

T. Fujimoto: A Study on the Mechanical Structure of Compressed Snow Layer

緒 言

本文は積雪表面に瞬間的ショックを与えないで短時間ではあるが或る時間積雪に一定の荷重を懸け、それが自然沈下の状態に於て、その沈下が停止された時は外部荷重とその直下に生ずる圧縮抵抗とが平衡状態になつたと考え、その圧縮層に現われたる主等圧分布状態とこれより推察し得る力學的機構を推定し解析したものである。

第1図の如き櫓の中央に針金を垂れて途中にコイルスプリングを設けて下端に載荷板による荷重をかけて上部桁の中央に取付けたるドラムを靜かに廻してこれに巻きつけたる針金を卸して行けば荷重は載荷板と共に積雪面に接しこゝで「ドラム」を固定すれば後は荷重は積雪中に自然に沈下する。そして「スプリング」の伸びに依り側に設けたスケールによりその沈下を読みこれに対応する圧力を測定した。「スプリング」は

実験装置と其の方法

第1図 耐圧試験装置

第2図 圧縮層を見る装置

予じめ別に補正值を取つておく。かくの如く3時間程度放置し、10分間毎に読みを取り沈下の状態が停止したとき一応釣合つたとして荷重を取外し、荷重板の直下中心部に沿うて断面を作りその応力分布状態を観察した。但し荷重板直下の圧縮層に対しては、第2図の如く予じめ磨丸棒に極細赤絹糸線を3cmピッチに平行に張り、線の端は自由に、ほぐれる様に取り付けこの装置を適当な場所に設けて降雪を待ち受けてこの絹糸装置上に充分降り積りたるときに前記の櫓装置を構えて実験したものである。本年は積雪量が少いために圧縮層の断面を見たるもその圧力分布状態の大体の傾向が現われ、その推定に資する程度に終つた。補正曲線は省略する。

実 験 結 果

前記の実験装置と実験方法とによりてその結果を記録に取つたのが第1表である。本表より観察すれば各10分の沈下即ち圧縮量はそれに対応する圧力に比例している。実験の目的は勿論圧縮層の力學的機構を推察したかつたのであるが同時に荷重の変化による積雪の耐圧力即ち種々なる沈下量の値を知り度いと思つたのである。然しこれは本年は降雪僅少の爲めに遺憾ながら及ばなかつた。第1表及び第3図を見れば矩形板による耐圧は180分のところで外力と釣合い、円板による耐圧は200分のところで釣合の状態を呈した。そして前者は3.25cmの沈下量となり、後者は2.93cmの沈下量のとき停止して釣合つたものと考えられる。

第3図
圧力と自然沈下量

第 1 表 積雪圧縮耐圧実験

1月27日(金) 13時15分→15時45分 載荷板形状
 天候(晴) 気温 8°C 雪温 0.1°C ①□ 12×12cm
 雪質 ザラメ雪 密度 0.387g/cm³ ②○ 22cmφ径

測定時分 (min)	荷 重 kg	沈下の読 み cm	実沈下 cm	対応圧 力 g/cm ²	備 考
0	①□ 2,000 ②○ 2,000	0	0	0	載荷板の 傾斜は極 めて僅少
10		① 0.35 ② 0.30	0.35 0.30	175 150	
20		0.70 0.55	0.35 0.25	400 275	
30		1.00 0.85	0.30 0.30	600 500	
40		1.30 1.10	0.30 0.25	750 650	
50		1.60 1.35	0.30 0.25	900 775	
60		1.85 1.50	0.25 0.15	1,250 850	
70		—	—	—	
80		—	—	—	
90		2.55 2.00	0.75 0.50	1,750 1,250	
100		—	—	—	
110		—	—	—	
120		2.95 2.35	0.40 0.35	1,850 1,400	
130		—	—	—	
140		—	—	—	
150		3.25 2.60	0.30 0.25	1,920 1,800	
160		—	—	—	
170		—	—	—	
180		3.25 2.85	0 0.25	1,920 1,850	
190		3.25 2.93	0 0.08	1,920 1,900	
200		3.25 2.93	0 0	1,920 1,900	

この現象は單に圧縮力のみに抵抗する抗圧力の外に剪断抵抗力即ち抗剪力が作用している。^① このことは既に黒田博士及び斎藤鍊一氏によりて提唱されている。このことを更に吟味して見ると次のことが云える。即ち外力なる荷重が一定の場合沈下量(或は積雪耐圧支持力)は載荷板の面積に逆比例して増減するようである。(勿論正方形と円形及び細長き矩形板等の如くその形状に依りて異なるものと考えられる。)即ち次の関係がある。

$$\delta/\delta' = A'/A \quad \dots\dots\dots(1)$$

茲に

δ = 面積 A の沈下量

δ' = 面積 A' の沈下量

更に推定して行けば方形や円形よりも細長き矩形の方が支持力が増加するであろう。このことは一般常識的概念に一致するものである。

更に実験結果より耐圧力即ち支持力を考察するに二つの関係のあることを知る。その一つは支持面即ち載荷板の周辺に於ける剪断抵抗であり、他は圧縮抵抗力であつて既に衆知である。^② 試験の最初に生ずる破壊的現象は載荷板の周辺に沿うものであつて載荷板の周囲に積雪の隆起現象の発生は其の後に属するようである。

このことは 20 世紀の前葉に於て Michigan 大学の W. S. Housel 教授によりて土の周辺剪断説^③が提唱されているようであるが積雪の場合も殆んどこれに似た考えで充分ではないだろうか。

試験の最初の部分に於て載荷板に依る支持力の関係は其周辺の長さ S と面積 A との比即ち $S/A = \alpha$ なる値の關係に等しいことを知つた。但し支持力は正確に α と比例するものとは限らないようである。それは最初の間に於ても既に圧縮層は抵抗力の一原因として影響し始めるからである。そして圧縮層が完全に影響の要素となるのは試験後半であつて、支持力の關係は反対となり S/A の値が最大なる載荷板では支持力は最小と

なるようである。今このことを数式で扱えば上記の二つの力の條件を考慮に入れて次の如き形となる。

$$W = A \cdot P = A \cdot P_c + s \cdot t P_s$$

$$\text{或は } P = P_c + \frac{s \cdot t}{A} \cdot P_s \quad \dots\dots\dots(2)$$

① 積雪の荷重物体支持について 雪氷 Vol. 9-1, 2, 3, 4, 5 齊藤鍊一
 積の抵抗に関する研究 雪氷 4 (昭 17-7) 黒田正夫

② 雪圧論への序曲 黒田正夫 土木工学 8

③ Michigan 大学技術研究報告 13, ホゲントグラ-土の工学的性質 宇都宮寿夫

茲に

P = 耐圧支持力 (kg 又は g/cm^2)

P_C = 積雪の圧縮抵抗 (kg 又は g/cm^2)

P_s = 周辺剪断力 (kg 又は g/cm^2)

A = 載荷板の面積 (cm^2)

s = 載荷板の周長 (cm)

t = 載荷板の厚さ (= 1) として取扱う。

かくして $s \cdot t / A = x$ として変形すると式は

$$P = P_C + x \cdot P_s \quad \dots\dots\dots(3)$$

本式は変数 x と P とを含む一次函数である。即ち $f = (x \cdot P_s)$ であつて直線を表わすのであるが各々の数値 P_C と P_s を知るには形状の異つた載荷板二種についての x を知れば容易に得られる。今第1表の実験 data により計算して見よう。

計 算

$$\square \text{ 面積 } A' = 12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2 \quad P' = \frac{2,000}{144} = 13.90 \text{ gr/cm}^2$$

$$\bigcirc \text{ 面積 } A = \frac{\pi}{4} \times 22^2 = 380 \text{ cm}^2 \quad P = \frac{2,000}{380} = 5.263 //$$

故に

$$\square \quad P' = P_C + \frac{48}{144} P_s = 13.90 \text{ gr/cm}^2$$

$$\bigcirc \quad P = P_C + \frac{70}{380} P_s = 5.263 //$$

これを解けば $P_s = 57.9 \text{ gr/cm}^2$, $P_C = 5.39 \text{ gr/cm}^2$

故に $P_s/P_C = 10$ となる。斎藤鍊一氏の発表^④によれば約8倍となつている。塑性変形として取扱うべきであることがこの抗剪力の大きいことよりも察知し得られるのである。

以上を総合的に考えて見ると大体次の如き観察が得られる筈である。

(1) 載荷板の大きさが増し x が $0 \left(\frac{s'}{\infty} = 0 \right)$ 或は $\left(\frac{0}{A} = 0 \right)$ に近づくに従つて耐圧支持力 P の値は 0 に近づかずして一定値に近づく。これが圧縮抵抗 (載荷板直下の圧縮層部に作用する) P_C である。(密度の低い新雪に当てはまる。)

(2) 流動性が高く粘着力の低い種類の積雪の場合は耐圧支持力は載荷板の大きさの如何に関はらず殆んど一定であつて耐圧力に対して x は殆んどその重要性が低いのである。(密度の高いザラメ雪に当てはまる。)

(3) x が $0 \rightarrow 1$ の間即ち極限に於て $S = A$ なるような條件に於ては載荷板の形状 (円形, 方形, 矩形, 三角形等) の如何に拘はらず余り重要な影響はなくなる。

これは尖鋭した Corner に因つて生ずる圧縮層 (Pressure Bulb) の影響は耐圧支持力を損失するものであつて, その損失は載荷板の全面積に比例するところが大であると云う常識的観念に一致するからである。

圧縮層の力学的機構の解析

積雪面上に或る荷重を載荷板と共に置くときは前述の実験の如く次の如き変形 (歪) 現象を起す。

(a) 荷重の直下に載荷板と共に沈下を生ずる。

(b) 載荷面に隣接して流動, 膨脹の現象を起す。

これには剪断性流動と弾性流動の二種がある。

(c) 時間経過と共に沈下を増し, 流動膨脹も少々増す。かくして或る点に於て沈下は停止して外部荷重

④ 積雪の荷重物体支持について Vol. 9 No. 3, 4 斎藤鍊一

と釣合うに至る。

さて積雪は完全弾性体でない爲めに殆んど永久変形として残る。従つて弾性変形として取扱うのが便利であつて或る程度は土壤によく似てゐる。従つて土砂の性質に倣うのが最も近いものとなるであらう。そこで永久的変形後は表面歪に伴つて積雪粒子間の空隙を減少し、横方向の膨脹を生ずるがこの2種の歪は必ずしも互に依存するのではなく、一部前に記したるが如く種々の沈下の法則に従うものであらう。従つて積雪の密度(粒の大小に従う空隙の大小)に依つて異なる訳である。又本実験によるが如く圧縮断面層に於ける圧力分布の状態も雪質即ち密度によりて相違するが如きであらう。第4図写真はザラメ雪の圧縮層に於ける断面であつて主応圧力の等圧分布線はその形状が下部に従い小となり、楔形を作ることが推察出来る。又第5図写真は所謂新雪にして多少締り気味の積雪圧縮層断面であつて主等圧分布線を観察するのに大抵球形、円筒形、緩やかな拋物線の一つと思われる。そして何れも隣接せる積雪面は前者は剪断性流動線であり、後者は寧ろ弾性的流動層線をなすようである。

第 4 図 圧縮層断面 (ザラメ雪)

第 5 図 圧縮層断面 (新雪)

次にこれら2種の積雪について自然沈下の法則によりて圧縮されたる圧縮層内部の力学的機構について推定的に解析を試みよう。

剪断力による破壊的沈下機構

(第4図写真参照)

主としてサラメ雪の如く砂に近い性状を帯びた積雪に見る現象であつて破壊的現象によつて圧縮層に隣接せる周囲の積雪が或る一定の滑り面に沿うて側方に移動膨脹するものである。これは破壊せしめた剪断面即ち滑り面であつてその方向は一定の角度を持つものと思われる。第6図(h)に示す如く積雪 B_2 CB_1 は荷重 W_a に依りて圧縮されて下方に沈下し或る楔形的作用をなすものと考え、それが両側の積雪を押し上げる作用をなすものと仮定する。先ず右側の滑り面 $A_1 B_1$ CH_1 を考えれば(左側は全く対称の位置にあつて同様に取扱い得る)若し此の滑り面に沿う沈下が発生し得るときは載荷板上の荷重 W と積雪 B_2 CB_1 の重量 W_1 (密度×容積)との和 W_b を求め、これを支える反力 W_1 、 W_2 とする。この着力点はランキンの土圧論^⑤に依ればC点より CB_1 の $\frac{2}{3}$ として取扱つてゐるが積雪の場合は寧ろ圧縮層の底部に近いものと考えられる。この点に於て CB_1 に垂線を立つその線と摩擦角 λ をなす方向に反力として W_1 、 W_2 を以て外力を支へるものとするのである。この釣合を解くには力のベクトルの多角形解法によるのが便利である。(第4図断面写真より推定)

第6図(A)により W_a 即ち荷重と積雪塊 B_2 CB_1 の重量の和を W_1 、 W_2 に分解し、摩擦力 R_1 、 R_2 とのリンクポリゴン (Link Polygon) を作つて見ればよい。

$$R_1 = C \times \overline{CB_1} \quad R_2 = C \times \overline{CB_2}$$

但し C は CB_1 に働く凝集力と考える。この凝集力が積雪粒子間に作用して所謂斎藤鍊一氏^⑥の唱えられた橋に相当するものと考えてよい。この橋が破壊されて更に進んで粒子間の摩擦となるものと思われる

⑤ 土木ポケットブック上巻

⑥ 積雪の荷重物体支持について 雪氷 Vol. 9—No. 5 斎藤鍊一

第 6 圖 圧縮による滑り機構 (ザラメ雪)

く抵抗積雪圧 E_p とにて分解して W_1 と E_p とを比較して見ればよいことになる。(多角形ベクトル線図 (B)), C 点及び H 点の位置を適宜に変化して

$$W_1 = E_p$$

となれば荷重と平衡状態となり、安全であつて破壊沈下は防げる。尙おこれより次の如く附記しておく。

$$W_1 < E_p \quad \text{不安定}$$

$$W_1 \geq E_p \quad \text{安定}$$

そして W_1, W_4 の着力点は假定であつて次の機会にその位置を定め度いと思うがこゝではランキン、クーロンの土圧論に従つて $B_1 C$ と CH の点として取扱つておくことにする。第 6 図 (a) は楔形による滑り線図である。

圧縮抵抗力 (耐圧力) による沈壓機構

(第 5 図写真参照)

かゝる現象の起る原因は前記の如くであるが新雪の場合は前記ザラメ雪の場合よりもその圧縮層の等圧分布状態が異なる。^⑦ 剪断力に依る場合はその圧縮層が滑り現象となつて所謂粒子間の橋なるものが縦と横との二つの内力的要素となつて抵抗するものである。そして遂に圧縮層の周囲に流動→破壊と云う結果を持ち來す。然るにこの場合は密度も小であつて軽いが只凝集力 (粘着力) が作用するを以つて殆んどが載荷板直下に生ずる圧縮抵抗が現はれるものと思われる。又この場合の剪断力は圧縮層の底部に近くその周辺に作用するであろう。然しここでは圧縮抵抗による圧縮層の力学的機構について考えることとする。その至の量及びその割合は前に一端を述べたように合理的法則に依つて支配される筈である。

第 7 圖 圧縮層内部応力機構 (新雪)

討しその圧縮層内部に於ける圧力強度を見出す数式を求めて見る。

(A) 単位厚さの断面層に第 8 図の如く円筒形としてその中心に荷重が懸つたと見る場合

先ず図の如く (積雪断面層の密度が一樣なるものとして) 円筒形の圧力分布をなすものと假定して、こ

る。故にかゝる抵抗をこゝでは R_1, R_2 として考えたのである。

今 W_1, W_2 に対応する CB_1 面に垂直なる抗力を N_1, N_2 とすれば R_1 と W_a との間には次の関係式が成り立つ。

$$W_a = N_1 \sin \theta + R_1 \cos \theta + R_2 \cos \theta + N_2 \sin \theta \quad \dots\dots(4)$$

而して $N_1 = N_2 = N$ $R_1 = R_2 = R$ ならば

$$R = \mu \cdot N = N \cdot \tan \lambda$$

$$\therefore W_a = 2N \{ \sin(\theta + \lambda) / \cos \lambda \} \quad \dots\dots(5)$$

次に側面の流動層に於ける抵抗積雪の重量 W_3 を CH 面に働らく (CH の中点以下 C 点側寄りと假定) W_4 の反力と側面流動層の積雪が CB 面に働らく

⑦ 雪米十年 P. 87 積雪の力学的性質

第 8 図 円筒形的圧縮断面

の場合は所謂放射的單純圧力と見る。今任意の点 C 点の距離を r にて表わせばこの点の圧力は半径方向の圧力丈けであつて直ちに次の関係式が得られる。

$$\sigma_r = -\frac{2W}{\pi} \cdot \frac{\cos\theta}{r} \quad \dots\dots\dots(6)$$

そして切線方向の分内力と剪断内力は夫々

$$\sigma_\theta = 0 \quad \tau_{r\theta} = 0$$

これは外力に無関係と云うことである。而して

$$r=0 \text{ のとき } \sigma_r = \infty \text{ (不定)}$$

又図の如く円筒形の表面に半径方向に働らく合成圧力と荷重 W とは釣合っているから円筒表面の $r, d\theta$ の部分に垂直分力 $\sigma_r \cdot r d\theta \cdot \cos\theta$ が働らいているものと考えて $0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$ 迄集めて見る。

$$2 \int_0^{\pi/2} \sigma_r \cdot \cos\theta \cdot r \cdot d\theta = -\frac{4W}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \cdot d\theta = -W \quad \dots\dots\dots(7)$$

若し x 軸上に中心を持ち y 軸の 0 に接するが如き直径 D なる円と考えると円周のどの点に於ても

$$D \cos\theta = r$$

故に式 () は

第 9 図
円筒形的圧力分布の場合

$$\sigma_r = -\frac{2W}{\pi D} \quad \dots\dots\dots(8)$$

これは荷重点 0 を除き円周上のどの点でも等圧なることを示すものと思う。そして第 9 図の如き沈下したる部分の圧力即ち載荷板の大きさ $2a$ 間の圧力は最初の新雪の如き少々弾性を帯びている間は次式を使用してよいであろう。(第 9 図 b)

$$P_x = -\frac{W}{\pi \sqrt{a^2 - x^2}} \quad \text{③} \quad \dots\dots\dots(9)$$

第 2 表 上式の計算

x cm	0	1	2	3	4	5	8	10	11
P_x kg	0.0579	0.0581	0.0588	0.060	0.062	0.065	0.084	0.140	不定

載荷板の半径 $a = 11$ cm である。

塑性変形になつてしまえば勿論本式は使えないであろう。

(B) 拋物線的橢型の圧縮応力と考へた場合

上に記したる第 7 図の如き圧縮抵抗層を考へた場合であつて、この内部機構はそう簡単には取扱い難いものである。やはり (A) の場合と同様幾何学的解析よりも数式を見出して行き度い。然し本年は未だその全面を提出するに至らず只集中荷重の懸る 0 点を原点として直角座標 $x-y$ を取つて y 軸に對称なる等圧分布線図を求める式を見出すこととする。そして載荷板直下の圧縮層に於ける任意の点の応力度 σ_y を求める式を次に示そう。今 σ_y を求める爲にその位置の水平及び垂直の距離を夫々 x, y とする。(第 7 図参照)

$$\sigma_y = \beta \cdot \frac{W}{y^2} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\text{茲に } \beta = -\frac{3}{2\pi} \cdot \sec \alpha^{-5.5} \quad \dots\dots\dots(11)$$

式 (11) はブーシネスク (Boussinesq) 氏の説による式と似て来る。第 10 図に於て本式による等圧分布図を画しておく。かくの如き等圧線がこの場合に実際に近似のものと推定したからである。只荷重の大なる

③ Sadowky, M,

第10圖 拋物線的橢型の等圧分布線図

場合シヨクに依る圧縮沈下の場合はこの形状も異なるものとなることも想像されるが図形が変わるだけであつて従つて β の指数も多少変化するであろうが原理は同じく変らぬと思う。即ち本実験に於いての推定結果である。

結 び

本年は長岡地方は例年になく降雪が少量の爲め充分なる資料を得ることが困難であつて40~50cmの程度に於て実験を行つた。数回同一実験を試みたのであるが結局前記の如く推定に迄こぎ付け得た程度に終つた。來年はこれらの推論を更に、確証附け度いと思つてゐる。最後に黒田博士、平田博士のわざわざ東京より來岡種々なる御指導を仰いだことを感謝する。又本実験に助力してくれた学生三人に謝意を表し、且つ研究費を与えられた田村文吉氏並に常に便宜を与えて下された山本研究所長に厚く謝意を表して一先筆を控く。

雪質に関する調査報告（其2）

—— 積雪の加圧剪断試験 ——

四手井 綱 英*

T. Shidei : Researches on Snow Properties (II)

I. 緒 言

積雪の抗剪力に関する報告は多数あるが、其の測定方法は皆黒田博士の考案になる垂直荷重をかけぬ、三重ねの重箱式測定器によるもので、此の方法によると、抗剪力を土圧論にある様な、粘着力と摩擦角とに分解する事は不可能である。此の方法の特徴は自然堆積のまゝの積雪の抗剪力をはかり得る事であるが、是のみでは雪の力学としては不便が多いので（例えば、加圧された積雪のもつ抗剪力等は求められない）本冬加圧剪断抵抗測定を試みた。

従來の積雪で加圧剪断試験が行い得なかつた理由は、

1. 雪質が時間的に変化し易いこと
2. 加圧により硬化変質し、加圧度が大となると氷化して測定結果の意義が不明になる事

等であるが、筆者は一応是等の諸条件を無視し、（甚だ大胆であるが）荷重と抗剪力とが、どの様な関係

* 農林省林業試験場防災部雪害研究室