積雪深変化の豫報

石 原 健 二

Abstract: The Forecast on the Change of Daily Snow Cover Depth

Kenji Ishihara

The fallen snow on the ground subsides gradually day after day by the sublimation phenomena, so the depth of snow cover decreases and the density of it increases day after day.

The experimental formulas on the decrease of snow cover depth and the increase of snow density was given as follows by the author using the result of the observation on snow cover in Sekiyama, Niigata Prefecture, in winter 1947~1948.

$$\frac{\Delta H}{\Delta H_0} = 1 - \frac{t}{2.23 + 1.13t} = f(t)$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \frac{t}{2.23 + 0.13t}$$

where t is the time (unit is day), $\frac{\Delta H}{\Delta H_0}$ is the rate of decrease on the depth of snow cover and $\frac{\rho}{\rho_0}$ is the rate of increase on the density of snow cover.

If we have the amount of snowfall ΔH_1 on the first day, ΔH_2 on the second day, ... and ΔH_n on the n -th day, the snow cover depth are as follows.

on the first day $\Delta H_1 f(0)$

on the second day $\Delta H_1 f(1) + \Delta H_2 f(0)$

.....

on the n th day $\Delta H_1 f(n-1) + \Delta H_2 f(n-2) + \dots + \Delta H_{n-1} f(1) + \Delta H_n f(0)$

Then the snow cover depth on the n th day is

$$H_n = \sum_{i=1}^n \Delta H_i f(n-i)$$

where is the day number from the first fallen snow.

The calculated daily snow cover depth using above formulas is shown in Fig. 6 with the observed snow cover depth. At the other phenomenas except the sublimation (i.e. rain, sunshine etc), the above formulas cannot be used.

降り立ての雪は、雪の結晶の枝と枝とで支えあわされているため、かなりの空隙を持つている。従つて積雪の密度を観測しても非常に小さく、降雪後数時間内では密度が 0.1 以下のことが多い。併し次から次へと降りつもるに従つて上からの積雪の重量によつて雪の粒子同志支えあつてゐる結晶の枝が切断し、又昇華作用が雪の結晶をばらばらにするために次第に変形して、積雪内には圧縮が起り、密度は増加して積雪は沈降して行く。

今日降りつもつた 1m の新積雪が翌日にはどれ位の高さになるか、というようなことを実際問題として知り度い場合がある。本報ではそうした予報の問題を筆者他数名で 1947 年 12 月から 1948 年 4 月までの冬の期間、新潟県関山で行つた雪の観測結果の一部を基にして述べて見たい。積雪深変化の問題といつても sublimation stage における沈降の問題だけに限ることにする。

積雪断面の観測には積雪層の追跡が大切である。積雪は絶えず昇華による圧縮、日射、降雨による融解等のため沈降現象を起し雪質を変化して行く。雪質の変化を問題にする時、それが同一積雪層に関して述べられるのでなければ余り意味がない。筆者は針のように細い竹の棒を作り、積雪の断面 10 cm おきに

さしこんで、indicator とし、時間の経過によるその沈降の様相を観測して層の追跡を行つて見た。この indicator を何日も放置しておくと、竹の棒の附近の雪の変質が相当大きいので観測の度毎に indicator を更新し、沈降速度の内挿によつて一応層の追跡を行うことが出来た。第 1 図にはその結果を示してある。indicator として竹の棒を用いるのは極く注意して細いものを作つて見たが、余り適當であるとはいえない。偶然に松葉が雪の中に混つていたので、それを併用して見たが、これの方が成績がよかつた。indicator としては重量熱容量の小さいものを用うべきである。併し上記の観測も色々注意して行つたので、結果としては追跡した層は第 1 図中の氷板の沈降状況と平行していること等から見て結果としては誤差は大して大きくなかつたようである。

次に観測の度に密度の垂直分布を測定してあるので、同一層の密度の変化を調べて見る第 2 図がそれであつて、(1)(2)(3)の密度変化曲線は根雪の初期の頃の雪層を追跡して得たもので、この頃は連日の降雪であ

Fig. 1 Showing the tracing of the layer in snow cover.
The full line, snow cover curve.
The dotted lines, the tracing of the layer in snow cover.
The broken dotted lines, iso-density curve
The heavy line, the ice plate.

Fig. 2 The change of snow density

とからあとから降りつもる雪は圧縮されて沈降し、比較的純粹の sublimation stage のものである。即ちこの場合の雪の沈降の原因は主として雪の昇華に基く。降りたての雪は結晶の枝と枝とで支え合つてゐるため、空気を沢山含んでゐるが、枝の先端つぎ目等は昇華によつて消え去り、空気の間隙は少なくなつて沈降を起す。そのため密度の変化は始めは比較的急で間もなく緩漫となり、その後次第に平衡の値に近づく。(4)(5)(6)は日射と降雨のあつた場

合であるが、この時は初期において密度は急激に増加している。

次に sublimation stage における沈降と密度変化について考察を進めて見よう。積雪の沈降の実験式として従来よく次のような exponential の形を用いている。

$$h = h_0 e^{-\lambda t} \quad \dots\dots(1)$$

h : 積雪の高さ, h_0 : 時間 $t=0$ における積雪の高さ, λ : 常数

処が密度の変化を考える時にはこの実験式は不適當である。即ち h_0 内の平均密度を ρ_0 , h 内の平均密度を ρ とすれば

$$h_0 \rho_0 = h \rho$$

であるから (実際には昇華によつて失われる量もあるので上の等式は近似的なものである。) この関係と(1)から

$$\rho = \rho_0 e^{\lambda t} \quad \dots\dots(2)$$

となつて第3図及第2図を見ても分るように(2)の形は実際の密度の時間的変化と逆の曲率を持つ。exponential の形を用いるとすれば密度の変化は次のような形であるべきである。

$$\rho = \rho_0 + (\rho_\infty - \rho_0)(1 - e^{-\lambda t}) \quad \dots\dots(3)$$

ρ_0 : $t=0$ における雪の密度

ρ_∞ : $t=\infty$ における雪の密度

(3)から h と t との関係を出して見ると, $t=\infty$ における h を h_∞ として

$$h_0 \rho_0 = h \rho = h_\infty \rho_\infty$$

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{h_0} + \left(\frac{1}{h_\infty} - \frac{1}{h_0} \right) (1 - e^{-\lambda t}) \quad \dots\dots(3)$$

(3)(4)を用いるには ρ_∞ や h_∞ を知る必要がある。

むしろこの場合には実験式として双曲線の形を用いた方がよさそうである。

今 ΔH_0 をある日の降雪量とし, それが sublimation の結果 t 時間後に ΔH になつたとすれば $\frac{\Delta H}{\Delta H_0}$ は圧縮率であり, 次のような形において見る。

$$\frac{\Delta H}{\Delta H_0} = 1 - \frac{t}{A + Bt} \quad \dots\dots(5)$$

茲に A, B は常数

ΔH 内の密度を ρ , ΔH_0 内の密度を ρ_0 とすれば

$$\rho \Delta H = \rho_0 \Delta H_0$$

であるから

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \frac{t}{A + (B-1)t} \quad \dots\dots(6)$$

(5)(6)が目的の実験式であるが, $\frac{\Delta H}{\Delta H_0}$ の観測は前言もしたように大分誤差があると思われるので, $\frac{\rho}{\rho_0}$ の観測の方から実験式の常数を決定して見る。即ち層の追跡の誤差の範囲内で密度の変動は少いと考へた訳である。第4図のように t を横軸 $\frac{\rho_0 t}{\rho - \rho_0}$ を縦軸にとつて sublimation stage と思われる期間の観測結果を plot して見ると, 大体直線となり次のような実験式を得る。

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \frac{t}{2.23 + 0.13t} \quad \dots\dots(7)$$

Fig. 3 The exponential curve

Fig. 4 The relation between the density of snow cover and the time.

(5)(6)の関係から

$$\frac{\Delta H}{\Delta H_0} = 1 - \frac{t}{2.23 + 1.13t} \quad \dots\dots(8)$$

を得る。第 5 図に (7)(8) の実験式を図示する。

(7)(8)から

$$\frac{dP}{dt} = \frac{2.23 P_0}{(2.23 + 0.13t)^2} \quad \dots\dots(9)$$

$$\frac{d\Delta H}{dt} = -\frac{2.23 \Delta H_0}{(2.23 + 1.13t)^2} \quad \dots\dots(10)$$

を得る。(9)(10) 共時間が立つにつれて変化が少いことを示している。又 (7) から

$$\frac{P_\infty}{P_0} = -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{P}{P_0} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2.23 + 1.13t}{2.23 + 0.13t} = 8.57 \quad \dots\dots(11)$$

$P_0 = 0.07$ とすれば $P_\infty = 0.607$ となる。

同様に (8) から

$$\frac{\Delta H_\infty}{\Delta H_0} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Delta H}{\Delta H_0} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2.23 + 0.13t}{2.23 + 1.13t} = 0.115 \quad \dots\dots(12)$$

$\Delta H_0 = 10 \text{ cm}$ とすれば $\Delta H_\infty = 1.15 \text{ cm}$ となる。

勿論上の $P_\infty \cdot \Delta H_\infty$ の値は実験式の結果から求めたもので (7)(8) のようなある時間の範囲の実験式を $t = \infty$ まで延長することは意味はないが、(11)(12) から出て来た数値は一応もつともらしい値である。

(8) 式から毎日の降雪量が分れば毎日の積雪の変化曲線を作るとが出来る。

今 $1 - \frac{t}{2.23 + 1.13t} = f(t)$ とおいて

第 1 日に降雪量が ΔH_1 、第 2 日に ΔH_2 、……
第 n 日に ΔH_n あつたとすると、

第 1 日の積雪は $\Delta H_1 f(0)$

第 2 日の積雪は $\Delta H_1 f(1) + \Delta H_2 f(0)$

第 3 日の積雪は

$$\Delta H_1 f(2) + \Delta H_2 f(1) + \Delta H_3 f(0)$$

第 n 日の積雪は

$$\Delta H_1 f(n-1) + \Delta H_2 f(n-2) + \dots\dots + \Delta H_{n-1} f(1) + \Delta H_n f(0)$$

即ち第 n 日の積雪 H_n は

$$H_n = \sum_{i=1}^n \Delta H_i f(n-i) \quad \dots\dots(13)$$

茲に i は積雪の初日を 1 とした日数

そこで第 n 日目の降雪量 ΔH_n の量によつて全部の積雪深が前日より増加することも減少することもある。

即ち積雪深は、

$$\Delta H_n > \sum_{i=1}^{n-1} \Delta H_i f(n-1-i) - \sum_{i=1}^{n-1} \Delta H_i f(n-i)$$

Fig. 5 (a)

Fig. 5 (b)

の時は増加し

$$\Delta H_n = \sum_{i=1}^{n-1} \Delta H_i f(n-1-i) - \sum_{i=1}^{n-1} \Delta H_i f(n-i) \quad \text{の時は変化なく}$$

$$\Delta H_n < \sum_{i=1}^{n-1} \Delta H_i f(n-1-i) - \sum_{i=1}^{n-1} \Delta H_i f(n-i) \quad \text{の時は減少する}$$

関山の毎日10時から翌日10時迄の降雪量を用いて(3式)により計算した結果と、10時観測の積雪深の実測とがどれ位異なるかを見て見る。第6図にはその模様を示してある。この計算では $f_0 = 0.07$ とし、sublimation だけの自然収縮の他は荷重圧縮等は考えてなく、又積雪新積雪の測定に伴う誤差も考えていないが、大体計算と実測の結果はよく一致している。併し降雪量の多い時には 10 cm 以上の差があり、又18日には降雨があつて積雪ががたと沈降しているので、その後は差が大きくなっている。即ち sublimation stage 以外の stage が加わると、上の実験式は応用できない。第8図には一日単位の雪の層の追跡状況を示してある

Fig. 6 The forecast on the change of daily snow cover depth. The solid lines are calculated. The dotted lines and dots are observed. We can see little difference at the sublimation stage and much difference at the rain stage between the calculated and the observed.

が、実測と計算による追跡の結果は割合によく一致するのを見ることが出来る。

以上のことから sublimation stage においては、日降雪量の予報が出来れば、一応積雪深変化の予報ということも可能である。日射や降雨のある場合には別に考えねばならない。