論文

質量中心モデルを用いたピンポン球雪崩の運動解析

小 椋 崇 広¹⁾, J. McElwaine²⁾, 西 村 浩 一³⁾*

要 旨

雪崩の挙動予測には、質量中心モデルがよく用いられる。しかし、雪崩データの不足から、斜面の曲率変化にともなう遠心力の効果、空気抵抗、底面摩擦については十分に議論・検討が行なわれておらず、モデルの評価は未だに十分とは言えない。そこで、本研究ではピンポン球を用いた大規模な模擬雪崩実験を札幌市宮の森ジャンプ台で実施するとともに、質量中心モデルを用いて流下速度の再現とパラメーターの検証を行った。

その結果、以下の事項が明らかになった。(1) 遠心力の効果の有無に関わらず、モデルはピンポン雪崩の流下速度をよく再現する。(2) 空気抵抗係数: $L(= \frac{2m}{\rho_a C_d A})$ は、ピンポン球雪崩の規模(球の数)の1/3乗に比例する。(3) 底面摩擦係数(摩擦角)は、規模によらず一定の値をとる。

キーワード: ピンポン球雪崩, 質量中心モデル, 遠心力の効果, 空気抵抗, 底面摩擦, 抵抗係数のスケール依存

Key words: ping-pong ball avalanche, integral model, slope curvature effect, air drag, basal drag, drag coefficients scaling

1. はじめに

雪崩災害を防止・軽減するにあたっては、気象観測に基づく適格な雪崩発生時期の予測と正確な雪崩危険地帯の推定が重要な課題となる。とりわけ雪崩の挙動予測は、国土計画上重要であり、近年は流動を再現する数値モデルを用いた研究が数多く進められている。数値モデルを大別すると、雪崩の全質量が一点に集中していると仮定する質量中心モデル(Perla *et al.*, 1980)と、流体力学の概念を用いた連続体モデル(西村・納口, 1998; 前野, 2000が詳しい)に分類される。

連続体モデルには多くのパラメーターが含まれるが、雪崩のダイナミクスに関する詳細なデータは十分ではなく、モデルの厳密な評価は難しいのが現状である。このため実際に雪崩の挙動を予

測するにあたっては、質量中心モデルが使用される場合が多い。しかしこの質量中心モデルに関しても、雪崩の到達距離や一点での流下速度の比較が行われているにすぎず、その有効性について十分な検証が行われているとは言えない。具体的な問題点としては以下の4つが挙げられる。

1. 斜面の曲率変化にともなう遠心力の効果が省略される場合があるが、その妥当性については議論がつくされていない。
2. Schaerer (1975) や McClung (1990) は、底面摩擦係数(接線応力と法線応力の比)を一定として与えているが、雪崩発生規模が大きくなるにつれて摩擦係数が減少するという報告もあり定説はない。
3. 空気抵抗は雪崩の面積スケールに比例して作用すると考えられており、抵抗係数は常に一定として扱われる。しかし、それを自然雪崩もしくは実験レベルで検証した事例はない。
4. 雪崩には雪の取り込みや除雪にともなう抵抗が働くが、それぞれのメカニズムと大き

1) 日本放送協会北見放送局

〒090-0035 北見市北斗町2丁目3番24号

2) DAMTP, Univ. of Cambridge, Silver Street, Cambridge, CB3 9EW, U. K.

3) 北海道大学低温科学研究所

〒060-0819 札幌市北区北19条西8丁目

*現 防災科学技術研究所 長岡雪氷防災研究所

さに関して厳密な理論は確立されていない。

上記の問題に取り組む目的で、多量のピンポン球を用いた大規模な模擬雪崩実験を実施し（以後この模擬雪崩をピンポン球雪崩と呼ぶ）、続いて質量中心モデルを用いた流下速度の再現を試みた。そして遠心力の効果、計算に用いた空気抵抗と底面摩擦についてスケール依存の検証を実施した。

ピンポン球雪崩では上記の項目の4は考慮する必要はなく、実際の雪崩に比べ現象をより単純化して考えることができる。一方、ピンポン球雪崩は自然雪崩と同様に空気と底面を境界として、それぞれの作用を受けながら、重力によって斜面を流下する多粒子の現象である。単純なピンポン球雪崩を質量中心モデルで再現できなければ、より複雑な自然雪崩をこのモデルで説明することはできないというのが本研究の立場である。

2. ピンポン球雪崩実験

2.1 実験概要

ピンポン球雪崩実験は、1995年度より札幌市宮の森のノルディクススキー競技用ノーマルヒルジャンプ台において実施された（Nishimura *et al.*, 1998; Keller *et al.*, 1998）。1999年9月に行われた実験では、表1に示すように10,500個から最大32万個のピンポン球が用いられた。使用したピンポン球の質量は2.48 g、直径は3.78 cmである。

ランディングバーンの頂部に大型の箱を設置し、そこから一度にピンポン球を放出する形で実験は行われた（図1）。斜面はソーメン状の人工芝で覆われており、発生点から停止点まで均一である。ピンポン球雪崩は、図2に示すように刻々と形態を変化させながら、落差49 m、水平距離

図1 宮の森スキージャンプ台の縦断面図。

図2 ピンポン球雪崩の流動形態。
上図は正面、下図はK点（60 m 下流）横から撮影

表1 ピンポン球雪崩実験で使用した球の数。

ピンポン球雪崩の球の数（個）
10,500
21,000
42,000
84,000
168,000
320,000

103～133 mの斜面上を流下した。発生から停止に至る過程は、斜面の正面および真横に設置された9台のビデオカメラに記録された。

2.2 ビデオ画像解析

ビデオ画像を解析するにあたっては、ピンポン球雪崩の先端速度が質量中心モデルの流下速度に対応すると考えた。図2からピンポン球雪崩は先端部に粒子が集中して盛り上がり、後端は薄く広がる形態的特徴(頭部—尾部構造)が形成されている様子が確認できる。先端部の粒子は空気抵抗のため速度が小さくなるが、後部の粒子は空気抵抗の寄与は小さい。その結果ピンポン球雪崩の質量が先端部に集中し、「頭」が形成されるのである(納口・西村, 1998)。これはピンポン球雪崩の質量が先端部に集中するということでもあり、質量中心の速度は先端速度で議論できると考えられる。

斜面正面に設置したビデオカメラにより撮影された画像(図2の上図に対応する)をパソコンに取り込み、1/60秒毎の静止画像から先端部分の位置を求め速度を計算した。得られた速度データはノイズを多く含み非連続的であるため、次式からなるラグランジュ関数 LF を用いて平滑化を行った(Reinsch, 1967, 1971)。

$$LF(y) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k [y(t_i) - x_i]^2 dt + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\frac{d^n y(t_i)}{dt^n} \right)^2 dt \quad (1)$$

ここで t_i は k 番目のビデオフィールド(1/60秒毎)の時刻、 x_i は t_i における平滑化以前のフロントの位置、 $y(t)$ は $LF(y)$ を最小にすることで求められるフロントの位置である。 n は連続変数 y の微分階数である。今回の解析では n を3とした結果、加速度 y は平滑化された。解析結果の例として42,000個のピンポン球雪崩の流下距離と流下速度の関係を図3に示す。

3. 質量中心モデル

3.1 運動方程式

雪崩を質量 m の剛体とみなすと、これが傾斜角 θ の斜面を運動しているときの方程式は

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = mg \sin \theta - F \quad (2)$$

となる。ここで s は流下距離、 g は重力加速度である。抵抗力 F はクーロン摩擦(μN)と雪崩前面の空気抵抗($\frac{\rho_a C_d A u^2}{2}$)からなる。 μ はクーロン摩擦係数、 N は斜面の鉛直方向に作用する力で重力の作用($mg \cos \theta$)と向心力($-mu^2 \kappa$)の和である。また $\kappa (= d\theta/ds)$ は斜面の曲率、空気抵抗の項にあらわれる ρ_a は空気密度、 C_d は空気抵抗係数、 A は雪崩の断面積である。したがって運動方程式は

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = mg \sin \theta - \mu mg \cos \theta - \frac{1}{2} \rho_a C_d A u^2 + \mu m u^2 \kappa \quad (3)$$

となり、さらに時間 t を $\frac{d}{dt} = \frac{ds}{dt} \frac{d}{ds} = u \frac{d}{ds}$ の関係を用いて消去すると次のように表現される。

$$u \frac{du}{ds} = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) - u^2 \left(\frac{\rho_a C_d A}{2m} - \mu \kappa \right) \quad (4)$$

同様の形をもつ運動方程式は、Perlaら(1980)やHarbitz(1998)にも見られるが、Perlaは右辺の第2項をまとめて乱流抵抗($u^2 \frac{\gamma}{m}$)とするなど、

図3 流下速度の平滑化。
折れ線：生データ、実線：平滑化データ

評価の方法は異なる。除雪抵抗や雪崩上面の抵抗力もまた u^2 に比例する抵抗力である。ここで距離の次元を持つ空気抵抗 $L = \frac{2m}{\rho_a C_d A}$ を定義し、さらに $\mu = \tan \omega$ (ω : 摩擦角) を代入すると、式(4) は以下の形で表すことができる。

$$u \frac{du}{ds} = g \frac{\sin(\theta - \omega)}{\cos \omega} - \frac{u^2}{L} + \kappa u^2 \tan \omega \quad (5)$$

3.2 流下速度の厳密解

モデルによる流下速度の計算では、底面摩擦係数 μ と空気抵抗に関する係数 L は斜面を通して常に一定として扱う。この結果、式(5)において μ と L がパラメーターとなる。宮の森ジャンプ台の斜面形状は曲率が一定の曲線(円)と直線で記述することができるので、式(5)は u^2 に関する線形微分方程式として厳密に解くことが可能である。また遠心力の効果を評価するため、式(4)で $\mu \kappa u^2$ を考慮した場合と0とおいた場合についてそれぞれ流下速度の厳密解を求めた。

式(5)をもとに単位質量当たりの運動エネルギー $E (= u^2/2)$ を議論し、速度の厳密解を導出する。簡単のため $g = g' \cos \omega$, $\lambda = 2v/L$ として式(5)をまとめると、

$$\frac{dE}{ds} + E(\lambda - 2\mu\kappa) = g' \sin(\theta - \omega) \quad (6)$$

となる。曲率 κ は斜面角 θ と流下距離 s を用いて $\kappa = d\theta/ds$ と定義されるので、 $\exp \int (\lambda - 2\mu\kappa) ds = \exp(\lambda s - 2\mu\theta)$ となる。よって、上式は次のように解くことができる。

$$\frac{d E e^{\lambda s - 2\mu\theta}}{ds} = g' \sin(\theta - \omega) e^{\lambda s - 2\mu\theta} \quad (7)$$

$$E_1 e^{\lambda s_1 - 2\mu\theta_1} - E_0 e^{\lambda s_0 - 2\mu\theta_0} = g' \int_{s_0}^{s_1} \sin(\theta - \omega) e^{\lambda s - 2\mu\theta} ds \quad (8)$$

$$E_1 = E_0 e^{-\lambda \delta s + 2\mu \delta \theta} + g' \int_0^{\delta s} \sin[\theta(s_1 - s) - \omega] e^{-\lambda s + 2\mu[\theta_1 - \theta(s_1 - s)]} ds \quad (9)$$

ただし $E_i = E(s_i)$, $\theta_i = \theta(s_i)$, $\delta s = s_1 - s_0$, $\delta \theta = \theta_1 - \theta_0$ である。式(5)の微分方程式が単純な2次式(式(8))となり、数値計算に最適な形に変換された。式に曲率 κ が陽に現われない点も重要である。 κ は対象斜面の傾斜角 θ を微分することで得られるが、煩雑で数値計算を行う際の障害となるケースが多い。 $\kappa_d(s) = \theta_1 - \theta(s_1 - s)$ とおくと式(9)は次のようになる。

$$E_1 = E_0 e^{-\delta s(\lambda - 2\mu\kappa_d)} + g' \int_0^{\delta s} \sin(\theta_1 - s\kappa_d - \omega) e^{-s(\lambda - 2\mu\kappa_d)} ds \quad (10)$$

式(10)は、斜面上のある地点における雪崩の運動エネルギー(雪崩の速度)は、同じ斜面上を u^2 に比例した抵抗を受けず、単に $e^{-s(\lambda - 2\mu\kappa_d)}$ で表現される重力の作用のもとで流下する雪崩の速度に等しいことを意味している。この指数関数的減少は $L' (= \frac{1}{\lambda - 2\mu\kappa_d})$ という長さの次元をもつスケールに規定される。このスケールより非常に長い斜面では初期エネルギーとさらに上流での傾斜角の大きさには無関係となる。つまり雪崩は L' の数倍程度の距離の記憶しかもっていないことになる。曲率の効果についても κ_d と λ を比較することで推定が可能である。仮に曲率半径 $r_d (= \frac{1}{\kappa_d} = \frac{\delta s}{\delta \theta})$ が L よりずっと大きい場合には $L' \approx L$ となり曲率は無視できる。

斜面の曲率が一定($\kappa_d = \kappa = \text{一定}$)の時は式(10)は積分可能となり次式のように解ける。

$$E_1 = e^{\delta s \lambda'} E_0 + g' \frac{\kappa \cos(\theta_1 - \omega) - \lambda' \sin(\theta_1 - \omega)}{\lambda'^2 + \kappa^2} - e^{-\delta s \lambda'} g' \frac{\lambda' \sin(\theta_0 - \omega) - \kappa \cos(\theta_0 - \omega)}{\lambda'^2 + \kappa^2} \quad (11)$$

ただし $\lambda' = \lambda - 2\mu\kappa$ である。さらに $\kappa = \xi \sin \phi$ と $\lambda = \xi \cos \phi$ を代入すると、

$$E_1 = e^{-\delta s \lambda'} E_0 + \frac{g'}{\xi} \sin(\theta_1 - \omega - \phi) - e^{-\delta s \lambda'} \sin(\theta_0 - \omega - \phi) \quad (12)$$

となり、運動エネルギーの定義から流下速度の厳密解は

$$u = \sqrt{2E}, \quad E \geq 0 \quad (13)$$

で求められる。停止点 s_e においては $E(s_e) = 0$ である。

遠心力を考慮しない場合は、式 12 で $\lambda = \lambda'$ に相当し、斜面が直線の場合は $\kappa = 0$ かつ $\theta_1 = \theta_0$ であるから式 (12) は

$$E_1 = e^{-\delta s \lambda} E_0 + g' \sin(\theta - \omega) \frac{1 - e^{\delta s \lambda}}{\lambda} \quad (14)$$

となる。

3.3 抵抗係数の決定方法

前節では流下速度の厳密解を求めたが、実際の計算にあたってはパラメーターとなる底面摩擦係数 μ と L を決める必要がある。本節ではこの二つの係数の決定方法について述べる。

底面摩擦係数 μ および空気抵抗係数 L は、底面と空気を境界条件にもつ多粒子の複雑な運動の結果として決定される値である。例えば一様流中の球の流体抵抗係数は、高レイノルズ数になると実験的にしか求めることができない。したがって本研究では μ および L をピンポン球実験の結果を用いて定める。以下に遠心力の効果が有る場合と無い場合について、それぞれ抵抗係数の決定方法を示す。

μ と L が斜面を通して一定とすると、雪崩の発生点と停止点およびその間の走路が分っている場合、式 (8) を用いることで μ と L の関係式を求めることができる。ただし発生点から流下して停止点に止まるような μ と L の組は、無限にあることを留意しなければならない。

発生点 ($s = 0$) と停止点 ($s = s_e$) では $E(s = 0) = E(s_e) = 0$ であるから、式 (8) は、

$$0 = g' \int_0^{s_e} \sin(0 - \omega) e^{2s/L - 2\mu\theta} ds \quad (15)$$

$$= g' \int_0^{s_e} (\sin\theta - \mu \cos\theta) e^{2s/L - 2\mu\theta} ds \quad (16)$$

となる。(16) 式を直接解くことは困難であるため数値的な解法を考える。斜面を n 等分し、その微小範囲で積分を考えると、(16) 式の右辺は、

$$\begin{aligned} &= \sum_i^n \delta_i (\sin\theta_i - \mu \cos\theta_i) e^{2s_i/L - 2\mu\theta_i} + R(\delta s^2) \\ &\approx \sum_i^n (\delta y_i - \mu \delta x_i) e^{2s_i/L - 2\mu\theta_i} \end{aligned} \quad (17)$$

と近似できる。ここで i は斜面の分割区間の番号、 δs は分割区間の距離、 $R(\delta s^2)$ は誤差関数で δs^2 のオーダーである。つまり n を十分に大きくとれば、この誤差は無視できる。よって、上式の Σ 部分を F とおくと、 $F(\mu, L) = 0$ となり、 μ と L の関係式が導きだされる。

遠心力を考慮しない場合は、 $F(\mu, L) = 0$ が μ の一次関数となる。(17) 式を用いて、上と同様に μ と L の関係式を求めると、

$$\mu = \frac{\int_0^{s_e} \sin\theta e^{2s/L} ds}{\int_0^{s_e} \cos\theta e^{2s/L} ds} \quad (18)$$

$$\approx \frac{\sum_i^n \delta y_i e^{2s_i/L}}{\sum_i^n \delta x_i e^{2s_i/L}} \quad (19)$$

となる。

以上、遠心力が有る場合と無い場合それぞれについて、抵抗係数の関係式を求めた。しかし、係数の組合せは無限にある。計算にあたっては、流下速度の最大値がモデルと実測値で一致するよう底面摩擦係数 μ (以下では摩擦角度: $\omega (= \tan^{-1}\mu)$) を用いて議論を行う) と L を決定し、これをパラメーターとした。この作業はあくまでも最大速度の一致を条件としており、その出現位置が同じになるように抵抗係数を選択するわけではないことに注意したい。

4. 結 果

4.1 抵抗係数

ピンポン球雪崩の流下到達距離は、球の数が小さい順番にそれぞれ 117.2 m, 117.5 m, 119.2 m, 128.5 m, 135.8 m, 142.2 m であった。この結果から、遠心力の効果を考慮した場合と無い場合それぞれについて、(17) および (19) 式を用いて底面摩擦角度 ω と L の関係を求めることができる。計算結果を図 4 に示す。図中の * は最大速度が一致するように選択した抵抗係数である。

4.2 流下速度の実測とモデルの比較

最大速度が実験値と一致するように求められた抵抗係数を用いて, 遠心力が有る場合と無い場合それぞれについて質量中心モデルにより流下速度を計算し, 実測結果との比較を行った. その結果を図5に示す.

5. 考 察

5.1 モデルの再現性

ピンポン球雪崩が最大流下速度に達した時の流下距離は, 実測では使用した球の数が小さい順にそれぞれ 47.4 m, 57.1 m, 67.1 m, 72.0 m, 72.1 m であり, 球の数の増加とともに大きくなった. 先に述べたように図5では最大流下速度の絶対値が実測値に合うように計算されているが, その位置については考慮していない. しかし, いずれの場合も最大流下速度に達する流下距離の計算結果は, 実測値と良く一致している. このことからモデルは, ピンポン球雪崩の流下速度を非常に良好に再現しているといえる. また, 遠心力の効果については, 図5に見られるように計算結果に大きな差異はなく, 速度データを平滑化した時の誤差に含まれる. このように, 本実験に用いたジャンプ台程度の曲率をもつ斜面と流下速度の大きさにおいては, 遠心力を考慮しなくてもピンポン球雪崩の流動は再現できることがわかる.

5.2 空気抵抗

先に長さの次元を持つ抵抗係数 L が, ピンポン球雪崩の規模別に求められた (図4参照). モデルでは, 空気抵抗が雪崩の断面積に比例すると仮定したが, 本節ではその検証を行う. 2.2 で述べたように, ピンポン球雪崩においては先端部分に球が集中し, 粒子同士が隣接して一つの塊状となって流下する. したがって次の関係式が成り立つと考えられる.

$$A \propto V^{2/3} \propto N^{2/3} \quad (20)$$

ここで, A はピンポン球雪崩の断面積, V はピンポン球雪崩の体積, N はピンポン球の数である. 空気抵抗が雪崩の断面積に比例するとすれば, 空気抵抗係数 $L (= \frac{2m}{\rho_a C_D A})$ と N の間には次の関係式が成り立つはずである.

$$L \propto N^{1/3} \quad (21)$$

L と N の関係を, 遠心力を考慮した場合と考慮しない場合それぞれについて示したものが図6である. この結果からピンポン球という粒子の集合体全体に作用する空気抵抗は, 断面積に比例し, 空気抵抗係数 L は規模 (ピンポン球の数) の $1/3$ 乗に比例することがわかる.

図4 底面摩擦角: $\omega (= \tan^{-1} \mu)$ と空気抵抗係数: $L (= \frac{2m}{\rho_a C_D A})$ の関係.
上: 遠心力の効果—有, 下: 遠心力の効果—無,
図中の数字は使用したピンポン球の数, * は実験の最大速度と一致するよう選択した抵抗係数.

図5 流下速度の実測値とモデル計算値との比較。

実線：実測値，点線：モデル計算値（遠心力の効果—有），鎖線：モデル計算値（遠心力の効果—無）。

5.3 底面摩擦

空気抵抗に関する検証は，底面摩擦は垂直抗力に比例して働き，しかもその底面摩擦係数は常に一定であるという仮定に基づいて行われた．この仮定がそれぞれのピンポン球雪崩において成り立たなければ，空気抵抗が雪崩の断面積に比例すると結論付けることはできない．前節で議論を行った図6には， $L \propto N^{1/3}$ の理論直線から外れている実験値がある．これは風の影響で流れが走路の中心を外れるなど，実験値には誤差が含まれているためと考えられる．そこで空気抵抗に関する係数 L を理論直線から計算し，図4のそれぞれの曲線を用いて底面摩擦係数 ω の見積もりを再度実施した．その結果を図7に示す．図中の点線は今回求められた ω の平均値である．42,000個のケースを除くと，図7の*点は図4の場合よりも平均値の近傍に収束している．42,000個の実験は，風の影響で雪崩の先端が中央から大きくそれて流下したことがわかっており，これによって空気抵抗係

数が過大評価されたと考えられる．無風状態では抵抗係数の曲線は図の表記より右下へシフトし，底面摩擦角 ω は平均値により近づくことと推測できる．雪崩の規模（球の数）が増大すると一般に抵抗係数の変動は小さくなる．これは規模が小さいと風が流れに与える影響が相対的に大きくなり，これが抵抗係数に反映されることに対応する．以上の結果を総合すると，底面摩擦係数（摩擦角）は規模（球の数）によるスケール依存はなく一定の値をとると結論される．

6. まとめ

本研究では，ピンポン球雪崩実験を実施するとともに，質量中心モデルを用いてその流下速度の再現を試みた．結果と考察から明らかになった事柄をまとめると以下ようになる．

1. ピンポン球雪崩のように空気抵抗の作用が大きい粒状体の運動は，質量中心モデルにより流下速度の再現が可能である．また，

スキージャンプ台程度の曲率をもつ斜面と流下速度のスケールにおいては遠心力の効果は小さい。

- 長さの次元を持つ空気抵抗係数 L と球の数 N の間には, $L \propto N^{1/3}$ の関係が成り立ち, 空気抵抗が雪崩の断面積に比例して作用するという理論的考察を裏付けた。
- 底面摩擦係数 μ (摩擦角 ω) は, 雪崩の規模 (ピンポン球の数 N) に依存せず一定の

値をとる。

このようにピンポン球雪崩の流下速度に関しては, 本論文で構築した質量中心モデルで議論が可能であると考えられる。しかし, 底面摩擦係数が一定, 空気抵抗が断面積の比例関係にあるということは, 本来は粒子, 空気, 底面の相互作用を考慮した理論から築き上げられなくてはならない。こうした相互作用の詳細を明らかにするために

図6 ピンポン球の数: N と空気抵抗係数: $L (= \frac{2m}{\rho_a C_d A})$ の関係。
上: 遠心力の効果一有, 下: 遠心力の効果一無し, 図中の直線は $L \propto N^{1/3}$ の関係を表す理論直線 ($L = 30 d N^{1/3}$, d はピンポン球の粒径)。

図7 底面摩擦角: $\omega (= \tan^{-1} \mu)$ と空気抵抗係数: $L (= \frac{2m}{\rho_a C_d A})$ の関係 (2)。

上: 遠心力の効果一有, 下: 遠心力の効果一無し, * は最大速度が一致する抵抗係数, ●: 抵抗係数の再計算値, 点線: 再計算した底面摩擦角の平均値。

は、今後、ピンポン球と空気の 3 次元構造の測定と理解が不可欠となる。

7. 謝 辞

本研究を実施するに当たっては、宮の森スキー場の使用を快諾して頂いた札幌市教育委員会、実験設備の製作を行なった北海道大学低温科学研究所技術部、そして実験を手伝って下さった多くの方々に多大なる御協力を頂いた。ここに深く感謝の意を表します。

文 献

- Harbitz, C. B., 1998: A survey of computational models for snow avalanche motion. Technical Report 581220-1, Norwegian Geotechnical Institute.
 Keller, S., Ito, Y. and Nishimura, K., 1998: Measurements of the velocity distribution in ping-pong ball avalanches. *Ann. Glaciol.*, **26**, 259-264.
 McClung, D. M., 1990: A model for scaling avalanche

- speeds. *J. Glaciol.*, **36** (123), 188-198.
 前野紀一, 2000: 「雪崩と吹雪」, 基礎雪氷学講座第 III 巻. 古今書院.
 Nishimura, K., Keller, S., McElwaine, J. and Nohguchi, Y., 1998: Ping-pong ball avalanche at a ski jump. *Granular Matter*, **1**, No. 2, 51-56.
 西村浩一, 納口恭明, 1998: 流れ型雪崩の数値モデル, 気象研究ノート第 190 号「雪崩」特集号, 日本気象学会刊, 73-82.
 納口恭明, 西村浩一, 1998: 模擬雪崩の相似について, 気象研究ノート第 190 号「雪崩」特集号, 日本気象学会刊, 103-112.
 Perla, R. I., Cheng, T. T. and McClung, D. M., 1980: A two-parameter model of snow avalanche motion. *J. Glaciol.*, **26** (94), 197-207.
 Reinsch, C. H., 1967: Smoothing by spline functions. *Numer. Math.*, 177-183.
 Reinsch, C. H., 1971: Smoothing by spline functions. II. *Numer. Math.*, 451-454.
 Schaerer, P. A., 1975: Friction coefficients and speed of flowing avalanches. *IASH Publication*, **114**, 425-432.

Drag Forces and Ping-Pong Ball Avalanches

Takahiro OGURA¹⁾, James MCELWAIN²⁾, and Kouichi NISHIMURA³⁾

1) *Japan Broadcasting Corporation, Kitami Broadcast Department,
 2-3-24 Hokuto-cho, Kitami, Hokkaido, 090-0065, Japan*

2) *Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics,
 University of Cambridge, Silver Street, Cambridge, CB3 9EW, U. K.*

3) *Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University,
 N19 W8, Sapporo, 060-0819, Japan*

Abstract: One equation integral models are often used for describing snow avalanches, but because of the lack of data there is no agreement on the appropriate drag forces and coefficients or the significance of slope curvature effects. This paper describes ping-pong ball avalanche experiments that were carried out at a ski jump in Japan. The front of the avalanche was measured using video cameras and the data used to test simple integral models with and without curvature. The scaling of the basal-friction and air drag coefficients was examined.

The principle conclusions of this analysis are as follows: A one equation model with velocity squared air-drag and velocity independent basal-friction well describes the data. The effect of slope curvature is not important. The air-drag coefficient is specified by an inverse length scale $1/L$, where L scales as $N^{1/3}$, and n is the number of balls. The basal-friction coefficient is constant between experiments.

(2001 年 6 月 28 日受付, 2002 年 12 月 20 日改稿受付, 2002 年 12 月 24 日受理,
 討論期限 2003 年 9 月 15 日)