解説・総説

土砂浮遊流と吹雪に対する濃度分布式と空間密度分布式の比較 ——固体粒子浮遊流の統一見解——

福嶋 祐介¹⁾

要 旨

吹雪の空間密度式の多くは関連する開水路(河川)の土砂流れとの類推で求められてきたように思う。そこで本稿では、まず、河川における土砂浮遊流の知見をまとめ、次にそれに沿って吹雪流の濃度(空間密度)式についてまとめた。このようなまとめ方をすることで、土砂浮遊流と吹雪の関係、土砂浮遊流についての砂の連行係数と吹雪流における雪の連行係数に対して、客観的評価が可能となる。近年の研究の多くはより複雑な乱流モデルによる場合が多いが、これについても土砂浮遊流と吹雪流との見事な対照関係がある。このように一見異なった現象のように見える、土砂浮遊流と吹雪流との間に同じ式が適用可能である。もちろん吹雪の場合では降雪を伴い、土砂浮遊流とは境界条件の設定が異なる点もある。本稿では以上のことを考慮し、河川における土砂浮遊流と降雪を伴う吹雪の共通点と相違点を明確にする。

キーワード：土砂浮遊流、吹雪、濃度分布、空間密度分布、渦拡散係数

Key words: sediment laden flow, snowdrifts, concentration profiles, snow density profiles, eddy viscosity

1. 序 論

吹雪流と開水路(河川)における土砂浮遊流は極めて近い関係にある。このことで、少なくとも吹雪流の理論は土砂浮遊流の理論と平行して発達してきたように思う。土砂浮遊流と吹雪との共通項は、作業流体が水と空気であることの違いを除くと、数多くある。吹雪が極めて細かな浮遊粒子で構成され、乱流拡散方程式で記述されることを考えると、吹雪のように降雪がある場合、ない場合などがあること、水面などの自由境界がないことなどを除けば、両者は同じ方程式を用いて記述することができる。本報ではそのことを強調しつつ、また、両者の違いをも見据えて、吹雪流の濃度式(空間密度式)に対する考え方をまとめる。

また、近年 Parker (1982) によって導入された砂の連行係数に対応する雪の連行係数(福嶋ら、2002)についても論じた。

2. 開水路流れにおける土砂浮遊流の体積濃度

2.1 乱流拡散方程式と土砂流の境界条件

開水路流れとは河川のように一部分水面(自由表面)がある流れをいう。図1のような斜面の傾斜角度 θ の開水路流れの分子拡散方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + (u + w_s \sin \theta) \frac{\partial c}{\partial x} + (w - w_s \cos \theta) \frac{\partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

ここで、 c は粒子の体積濃度(固体粒子の体積/領域の体積)である。 t は時間、 x, z は斜面方向、斜面と直角上方の座標であり、 u, w は x, z 方向の流速成分である。また、 D は分子拡散係数、 w_s は水中での土砂粒子の沈降速度である。この式(1)の意味するところは、粒子の沈降が卓越し、わずかに分子拡散の効果によって固体粒子が上方に拡散されることである。

乱流の場合の固体粒子の輸送方程式、あるいは

1) 長岡技術科学大学工学部環境・建設系 教授
〒940-2188 長岡市上富岡町 1603-1

図1 開水路の土砂流の流速分布と濃度分布の模式図と記号.

乱流拡散方程式を得るためには、いわゆるレイノルズの分解を行う。濃度と流速を平均値と変動値に分けて考える。

$$u = \bar{u} + u' \quad w = \bar{w} + w' \quad c = \bar{c} + c' \quad (2)$$

これを式(1)に代入し、式全体にわたって平均操作を行うと次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}c + \overline{u'c'}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w}c + \overline{w'c'} - \bar{c}w_s \cos \theta) = D \left(\frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、平均値を意味する上付きバーは濃度・速度相関項を除き省略している。通常、分子拡散係数の項は、濃度速度相関、 $-\overline{u'c'}$ 、 $-\overline{w'c'}$ に比べて非常に小さいとされ、無視されることが多い。そもそも、乱流拡散方程式で取り扱うことができる土砂流は土砂の粒径が小さく、沈降速度はそれほど大きくない場合である。この場合には、沈降速度の項 $w_s \sin \theta$ が平均流速 $\bar{u}$ に比べて、十分小さく無視できる。このとき、式(3)は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}c) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{w}c - \bar{c}w_s \cos \theta) \\ = - \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u'c'}) - \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'c'}) \end{aligned} \quad (4)$$

流れが一方流で水深が一定の場合(等流の場合)には式(4)における次の微分が零になる。

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} = 0$$

この条件の下では、式(4)は以下ようになる。

$$\frac{\partial}{\partial z}(-\bar{c}w_s \cos \theta) = - \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'c'}) \quad (5)$$

通常、河川では、勾配が小さく、傾斜角は小さい場合が多く $\cos \theta = 1$ で近似できる。この条件のもとでは、式(5)は次式で近似される。

$$\frac{\partial}{\partial z}(-\bar{c}w_s) = - \frac{\partial}{\partial z}(\overline{w'c'}) \quad (6)$$

以下ではこの式を用いて河川での土砂の濃度分布を求める。具体的な濃度を求めるためには、濃度速度相関と境界条件を設定する必要がある。濃度速度相関は渦拡散係数 D_t を用いて次のようにあらわすことが多い。

$$-\overline{w'c'} = D_t \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \quad (7)$$

この濃度速度相関式を式(6)に代入すると次式を得る。

$$- \frac{\partial}{\partial z}(\bar{c}w_s) = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_t \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) \quad (8)$$

浮遊土砂の濃度に対する境界条件は次のようになる(池田, 1992, 参照)。

底面での境界条件は

$$- D_t \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = w_s E_s \quad (9)$$

ここで、 E_s は砂の連行係数(Parker, 1982)である。

水面での境界条件は

$$\bar{c}w_s + D_t \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

この境界条件は水面で流入フラックスが零になることを意味する。境界条件, 式 (10) を考慮し, 式 (8) を積分すると次式を得る。

$$-cw_s = D_t \frac{\partial c}{\partial z} \quad (11)$$

この式は鉛直方向のどこの断面でも成立する。流れが等流の場合, 式 (9) を式 (11) に代入することで次式を得る。

$$c_b = E_s \quad (12)$$

すなわち, 流れが等流の場合, 底面での浮遊砂濃度 c_b の値は, 砂の連行係数 E_s に一致する。砂の連行係数について, Akiyama and Fukushima (1985) は多くの実験室データと野外観測のデータを収集して, E_s が底面でのせん断応力, 粒子レイノルズ数の関数となることを示した。Garcia (1990) は, さらにデータを追加して, 均一粒径の砂粒子について砂の連行係数が以下のような実験式で表されることを示した。

$$E_s = AZ_p^5 / \left(1 + \frac{A}{0.3} Z_p^5 \right) \quad (13)$$

ここで, Z_p は以下の式で与えられる無次元パラメータである。

$$Z_p = R_p^{0.6} u_* / w_s, \quad R_p = \sqrt{gRD_s D_s} / \nu_w \quad (14)$$

係数 A の値は $A = 1.3 \times 10^{-7}$ であり, $u_* (= \sqrt{\tau_0 / \rho})$ は底面での摩擦速度である。

結局, 流れが等流であれば, 式 (11) の微分方程式と式 (12) の境界条件が河川の浮遊砂濃度分布を求める式となる。具体的な分布形の式は渦拡散係数 D_t の与え方によって異なることになる。以下では渦拡散係数をどのように与えれば, どのような濃度分布式を得ることができるかを具体的に示すことにする。

2.2 渦拡散係数 D_t が一定の場合

この場合には式 (11) は直ちに積分され以下の形式の解を得る。

$$c = E_s \exp \left(-\alpha_1 \frac{w_s}{K u_* h} z \right) \quad (15)$$

ここで, α_1 は比例係数, $K (= 0.4)$ はカルマン定数, u_* は摩擦速度, h は水深である。ここでは渦拡散係数をつぎのように仮定していることになる。

$$D_t = \frac{K}{\alpha_1} u_* h \quad (16)$$

式 (15) で濃度分布を求めるためには水深 h , 摩擦速度 u_* , その他, 砂の連行係数 E_s を知る必要がある。 E_s については例えば Garcia (1990) の式 (13) で算定する方法もあろう。ここで, 摩擦速度は水深 h と水路床勾配 i を測定することで求められ, 次式で算定できる。

$$u_* = \sqrt{gih} \quad (17)$$

ここに g は重力加速度である。

式 (15) は極めて簡単な指数関数で記述されており, 濃度分布の計算も簡単である。一方, 砂の連行係数 E_s あるいは底面での濃度 c_b をどのように与えるのかといった問題があり, また, 底面付近での分布が実際の浮遊砂流の分布と食い違うなどの難点もある。

2.3 放物型渦動粘性係数の場合

水深 h の開水路の等流では, 鉛直方向のせん断応力の分布はこれと釣り合う重力との関係から次のような直線分布で求めることができる。

$$\tau = \tau_0 \left(1 - z/h \right) \quad (18)$$

ここで, $\tau_0 = \rho u_*^2$ は底面でのせん断応力であり, ρ は水の密度である。

開水路の流れでは流速分布を混合距離理論から求められる対数則で近似することが多い。対数則は次のように表される。

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{K} \ln \frac{z}{k_s} + A_t \quad (19)$$

ここで, k_s は相当粗度 (粗度高さ), A_t は実験定数 ($= 8.5$) である。式 (18) と (19) が成立するとき, 渦動粘性係数 ν_t は次のような放物型の関数で表される。

$$\nu_t = \kappa u_* z (1 - z/h) \quad (20)$$

渦拡散係数 D_t は渦動粘性係数 ν_t に比例すると仮定される (レイノルズのアナロジー). すなわち

$$D_t = \beta \nu_t \quad (21)$$

ここで, β は 1 に近い実験定数である. 式 (20) と式 (21) から, 渦拡散係数 D_t が次のように求められる.

$$D_t = \beta \kappa u_* z (1 - z/h) \quad (22)$$

式 (22) を式 (20) に代入し積分すると次式を得る.

$$c = c_b \left\{ \left(\frac{h-z}{h-a} \right) \frac{a}{z} \right\}^Z \quad (23)$$

ここで, a は基準高さ, c_b は基準高さ $z = a$ での濃度であり, 基準濃度と呼ばれる. 無次元パラメータ Z は次式で表される.

$$Z = \frac{w_s}{\beta \kappa u_*} \quad (24)$$

わが国では式 (23) を浮遊砂濃度に関するラウス分布と呼んでいる. 図2に係数 $\beta = 1$ としたとき

図2 土砂浮遊流の濃度に関するラウス分布 (パラメータは Z).

のラウス式による濃度分布を示す (Rouse, 1937). 無次元パラメータ Z が小さくなるにしたがって, 水面に近い位置での浮遊砂濃度が大きくなること分かる. 一方, 式 (23) で基準高さを小さくしてゆくと底面付近での濃度勾配が大きくなり, a が無限小になると濃度勾配が無限大になることが分かる. このような難点は式 (19) で表される流速の対数則についても指摘される. 式 (19) で $z=0$ とすると流速が負の無限大になる難点である. このことは式 (21) を求める段階で無視されていた粘性の影響が壁面近傍で卓越しているという実際の現象と関係する. この粘性の影響が大きい範囲は粘性底層 (viscous sublayer) と呼ばれ, そこでは流速が直線分布で近似されるのである. 言葉を変えれば壁面近傍で渦動粘性係数が消失しても動粘性係数が有限な値をもつ. 同様に濃度分布に影響する渦拡散係数に対しても壁面近傍では分子拡散係数の効果が残る. つまり, 式 (22) の渦拡散係数は壁面で零となり実際の現象を表現し得ないのである. 実際の濃度分布は壁面近傍でも濃度勾配は有限な値をとるものと考えられる. したがって, ラウス式は壁面近傍では適用できない.

2.4 モニン・オブコフ長さを用いる場合

Itakura and Kisi (1980) は気象学で用いられているモニン・オブコフ長さ L を導入して, 浮遊砂がある場合の乱れエネルギー方程式を次のように記述した.

$$\tau \frac{du}{dz} = \rho_s g \overline{c'w'} + B \frac{\rho u_*^3}{\kappa L} + \rho \frac{u_*^3}{\kappa z} \quad (25)$$

ここで, モニン・オブコフ長さ L は次のように定義される.

$$\frac{1}{L} = \frac{\kappa (\rho_s/\rho - 1) w_s c}{u_*^3} \quad (26)$$

ここで定常状態では $\rho_s g \overline{c'w'} = \rho g (\rho_s/\rho - 1) w_s c$ であると仮定される. ここで, ρ_s は砂粒子の密度である. 式 (25) の右辺の最初の二項が比例関係にあり, $\alpha_2 \rho u_*^3 / \kappa L$ となると仮定すると次式を得る.

$$\frac{du}{dz} = \frac{u_*}{\kappa z} \left(1 + \alpha_2 \frac{z}{L} \right) \quad (27)$$

α_2 は実験定数と考える．これより流速分布を求めると次式を得る．

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{K} \left(\ln \frac{z}{k_s} + \phi_1 \frac{z}{k_s} \right) + A_1 \quad (28)$$

ここでパラメータ $\phi_1 = \alpha_2 k_s / L$ である．式 (28) は対数則に直線を表す項が加わっていることから log + linear 則と呼ばれている．このとき 2.2 と同じような議論によって，渦動粘性係数がつぎのように求まる．

$$v_t = K u_* z \left(1 + \frac{z}{h} \right) \left(1 + \alpha_2 \frac{h}{L} \frac{z}{h} \right)^{-1} \quad (29)$$

レイノルズのアナロジー (式 (21)) を用い，濃度分布を求めると次式を得る．

$$c = c_b \left\{ \left(\frac{h - z}{h - a} \right)^{1 + \phi_2} \left(\frac{a}{z} \right) \right\}^{\gamma} \quad (30)$$

ここで， a ， Z は式 (23) と同じであり，新たなパラメータ ϕ_2 は次式で定義される．

$$\phi_2 = \alpha_2 \frac{h}{L} \quad (31)$$

Itakura and Kishi (1980) はこの式を実験結果と比較し良好な結果を得たと報告しているが，現地観測との比較はなされていない．また，モン・オブコフ長さが水深に比べ大きくなると， ϕ_2 は零に近づき式 (30) の濃度分布は式 (23) と完全に一致する．

2.5 k - ϵ 乱流モデルによる場合

近年古典的な混合距離理論の代わりとして，よ

り高度な乱流モデルによる粒子流の解析がなされるようになってきた．乱流モデルは種々提案されているが，粒子流に対しては k - ϵ 乱流モデルを用いた解析がなされた例の報告が多い (de Vantier and Larock, 1983; 福嶋, 1986; 福田・福嶋, 1987)．

k - ϵ 乱流モデルによる解析では，渦動粘性係数 v_t あるいは渦拡散係数 D_t は次式で表される．

$$v_t = D_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (32)$$

ここで，簡単のため，式 (21) で $\beta = 1$ としている．この方法で D_t を求めるためには，乱れ運動エネルギー k と分子粘性消散率 ϵ を知る必要がある． k - ϵ 乱流モデルではこれらに対する輸送方程式から解析解を求めることができない．その代わりにこれを数値解析して，濃度分布を求めることが行われる．

図 3，図 4 に Vanoni and Nomicos (1960) と Vanoni (1946) の行った実験と k - ϵ 乱流モデルを用いた数値解析結果との比較を示す (福田・福嶋, 1987)．図 3 が流速分布を片対数紙上にプロットしたものであり，図 4 が浮遊砂の濃度分布を片対数紙上にプロットしたものである．図中丸印が実験値，実線が数値解析の結果である．これより，実験値と数値計算の結果が良好に一致していることが分かる．

2.6 統計的手法を用いる場合

以上の決定論的な手法に対して統計的手法で浮遊砂の濃度分布が求められている．例えば，浮遊砂と掃流砂を区別することなく，砂粒子の運動を

図 3 k - ϵ 乱流モデルによる開水路土砂流の流速分布の計算値 (実線) 実験値との比較 (福田・福嶋, 1987)．

図4 $k-\epsilon$ 乱流モデルによる開水路土砂流の濃度分布の計算値(実線)実験値との比較(福嶋, 1986)。

モデル化して浮遊砂濃度を求める方向である(石川, 1978)。この分野でも多くの研究があるがここではその紹介は行わない。

3. 降雪を伴う吹雪の空間密度分布

3.1 吹雪流と土砂流の違い

以上に述べた河川の土砂流の浮遊砂の濃度分布にかかる理論は、かなりの程度で吹雪の解析に流用されたと考えられる。ただし、河川における土砂流と吹雪の違いが存在することも確かである。両者の違いを吹雪側からまとめてみる。

- (i) 浮遊土砂流の作業流体が水であるのに対し、吹雪では空気である。
- (ii) 浮遊される固体粒子が浮遊土砂流では砂、シルトなどの土粒子であるが、吹雪では雪粒子である。
- (iii) 浮遊土砂流は水面があり、分布に影響を与えるが、吹雪ではそのような境界は存在しない。

以上のことから、浮遊砂流と吹雪流では次の物理量が異なることになる。

- (iv) 流体中での沈降速度 w_s が大きく異なる。
- (v) 流体中の相対比重 $\sigma = (\rho_s/\rho - 1)$ の値が大きく異なる。
- (vi) 水面のような自由境界が存在せず、大気境界層の無限遠の位置に境界条件が設定される。
- (vii) 降雪があり上部から一定の固体粒子の補給がある。

以上の違いを考慮して、浮遊土砂流と吹雪の解析法の違いを以下で概観することにする。以上のパ

図5 水平床上の吹雪流の模式図と記号。

ラメータの大きさの違いはあるにしても、吹雪の解析においては特に(vi)と(vii)を意識しながら、吹雪の解析法の概観を述べることにする。基礎方程式のうち、式(1)から式(8)までは両者はともに共通である。今、図5のような水平床上で吹雪流を考える。

3.2 吹雪の境界条件

河川における土砂浮遊流と降雪を伴う吹雪流では、基礎方程式は共通であるが、特に吹雪の場合、降雪がある場合が有限領域の土砂浮遊流と異なる。式(9)、(10)の代わりに以下のような境界条件が考えられる。

積雪表面での境界条件は

$$-D_t \frac{\partial c}{\partial z} = w_s E_s \quad (33)$$

積雪表面から無限遠に離れた高さでの境界条件は

$$c w_s|_{z=\infty} + D_t \frac{\partial c}{\partial z}|_{z=\infty} = w_s F_s \quad (34)$$

ここで、記号は浮遊砂流の場合と同じにしたが、当然、意味は異なる。 c は吹雪の体積濃度である。吹雪の解析でしばしば用いられる「空間密度」は $\rho_s c$ である。ここで ρ_s は雪粒子の密度である。また、 D_t は吹雪に対する渦拡散係数、 w_s は空気中の雪粒子の沈降速度、 E_s は雪の連行係数である(福嶋ら, 2002)。 $w_s F_s$ は降雪強度であり、 F_s は「降雪濃度」(ただしこの言葉は福嶋が用いているだけで、雪氷学の分野で市民権を得ているわけではない)である。

式(34)の境界条件を考慮して、雪粒子の拡散方程式から得られる式(8)を積分すると次式を得る。

$$c w_s + D_t \frac{\partial c}{\partial z} = w_s F_s \quad (35)$$

他の境界条件式(33)は積雪表面の境界条件であり、その式形は式(9)と全く同じである。

流れが流下方向に変化しない条件、すなわち流れが定常で、流下方向に一樣な条件では式(35)に式(33)の境界条件を用いると底面での濃度が次のように求まる。

$$c = E_s + F_s \quad (36)$$

すなわち、底面での濃度 c は雪の連行係数 E_s に降雪濃度 F_s を加えたものとなる。底面での境界条件として式(33)以外の境界条件、例えば、直接底面濃度を与える、また、濃度勾配と底面濃度をミックスした状態の境界条件を与えると式(36)が出てこないのは明らかである。このことは、池田(1992)に詳しく述べられている。

吹雪の分布を求めるときに具体的な渦拡散係数の与え方によって、分布形が変わるのは土砂浮遊流の場合と同じである。しかし、この場合には上限の位置が全く異なり、降雪がある場合にはそこでの境界条件もまた変わっているので、濃度分布式にその効果が反映される。

3.3 渦拡散係数が一定な場合

この場合には式(6)の微分方程式を境界条件、式(33)、式(34)のもとで積分すると

$$c = E_s \exp \left(-\alpha_3 \frac{w_s}{K u_*} z \right) + F_s \quad (37)$$

を得る。ここで、 E_s は雪の連行係数、 α_3 は長さの逆数に比例する係数、 u_* は摩擦速度である。従って渦拡散係数は以下のように仮定したことに相当する。

$$D_t = \frac{K}{\alpha_3} u_* \quad (38)$$

降雪がある場合の式(37)は小林(1984)によって初めて提案された。降雪がない場合の式(37)はかなり古くから用いられたようである。この式の長所は浮遊土砂の場合と同じである。一方、吹雪の場合には雪の連行係数を測定評価した研究は少ない。近年、福嶋ら(2002)は低温風洞装置を使った室内実験と、南極での吹雪の現地観測の結果を k - ϵ 乱流モデルを用いた飛雪流量の比較を通して、雪の連行係数を求めている。吹雪の予測という観点からはさらに多くのデータを収集し、精度の高い雪の連行係数の関数形を確定する必要がある。式(37)の欠点としては特に底面付近で吹雪の分布の精度が悪いところが指摘されている(小林, 1984)。

3.4 渦拡散係数が雪面からの距離に比例して増加する場合

浮遊砂流に対するラウス分布を求める際には、流速分布が対数則で近似できることと、せん断応力が直線分布することが前提とされた。これに沿って、吹雪の場合の濃度分布を求めてみよう。

せん断力 τ と渦動粘性係数 ν_t 、流速勾配には次の関係がある。

$$\tau / \rho = \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \quad (39)$$

吹雪の場合、高さが無限大であるので、壁面付近でせん断応力が一定になるものと仮定する。すなわち、

$$\tau / \rho = u_*^2 \quad (40)$$

さらに、流速分布が対数則(式(19))であらわされると仮定し、渦動粘性係数 ν_t を求めると次式を得る。

$$\nu_t = K u_* z \quad (41)$$

式(41)から, 渦動粘性係数が雪面からの距離 z に比例することが分かる. 渦拡散係数 D_t が渦動粘性係数に比例すると考えると次のようになる.

$$D_t = \beta \kappa u_* z \quad (42)$$

この式を式(35)に代入し, 底面での境界条件, 式(36)により積分定数を決定すると, つぎのような濃度分布式が得られる.

$$c = E_s \left(\frac{z}{a} \right)^{-\frac{w_s}{\kappa u_*} + F_s} \quad (43)$$

小林(1984)によれば, 上式の $F_s = 0$ の場合は塩谷(1953)によって求められたという. ただし, 塩谷(1953)の論文中的式(1)(測定結果)は $z =$ の形で表現されているが $D_t =$ 一定の場合の式(4), $D_t = a + bz$ の場合の式(6)では $m =$, つまり空間密度が高度の関数として導かれている. 同様の仮定によって塩谷は降雪がある場合 ($F_s \neq 0$) の式も議論している. 降雪がある場合と降雪がない場合の式(43)の比較例を図6に示す. これは小林(1984)によって示されたもので, 南極みずほ基地での測定例である. ただし, 飛雪粒子の落下速度は 0.5 m/s であるとされ, それ以外の風速, 摩擦速度など観測時の条件はこれらの文献には明記されていない.

3.5 k - ϵ 乱流モデルによる場合

近年, 吹雪の解析においても k - ϵ 乱流モデルを用いた解析が行われつつある. 例えば福嶋ら(1999 a, 1999 b, 2000 a, 2000 b, 2001 a, 2001 b)は,

図6 降雪のある場合とない場合の吹雪の空間密度分布式(43)との比較(小林, 1984).

雪粒子の密度が空気の密度に比べてはるかに大きいことから, ブーシネスク近似を行わない k - ϵ 乱流モデルを提案しており, 平衡吹雪流と流下方向に発達する吹雪流に対して数値計算を行い, 飛雪流量の分布を求めている. また, 南極みずほ基地での平衡吹雪流の飛雪流量分布の解析結果を図7に示す. 風速値によって若干の差はあるが, k - ϵ 乱流モデルを用いた解析は飛雪流量の観測値をかなり良く説明できることが分かる. 福嶋ら(2002)は, 南極みずほ基地での観測結果と低温風洞での実験結果から雪の連行係数を推定している. これは, 飛雪流量の観測値とスノーパーティクルカウンター(SPC)で測定した雪粒子の粒径から, 雪粒子の密度と雪の連行係数を求めたものであり, その結果を図8に示す. 図の横軸は無次元パラメータ Z (式(14)の Z_p) である. また図中, 実線は Garcia (1990) の式(13)である. 雪の連行係数の値は Garcia の式に比べてかなり小さいこと

図7 南極みずほ基地での地吹雪の飛雪流量分布と k - ϵ 乱流モデルによる数値解との比較(福嶋ら, 2002).

図8 地吹雪の観測結果と数値解析結果を用いて算定した雪の連行係数(福嶋ら, 2002).

がわかる。これは空気中の雪粒子の相対比重が、水中の砂の相対比重 (= 1.65) に比べ極めて大きく、雪粒子が浮遊しにくいとためと考えられる。詳細については福嶋ら (2002) を参照されたい。

3.6 そのほかのモデル

Uematsu *et al.* (1991) は混合距離理論を用いて三次元の流れ場を計算し、拡散方程式を用いる手法で吹雪の空間密度を計算している。Sato *et al.* (1997) は流れ場を $k-\varepsilon$ 乱流モデルで計算し、雪粒子の運動をランダムウォークモデルで解析を行っている。最近、Nemoto (2002) は流れ場を混合距離理論とランダムフライトモデルを用いて計算し、個々の雪粒子の運動に対しては、底面でのスプラッシュ過程を導入して、吹雪の質量フラックスの鉛直分布を計算している。

4. 結 論

河川の土砂浮遊流と吹雪を対照させて、濃度分布 (空間密度分布) の算定式の考え方を整理した。もっとも単純なものは渦拡散係数を一定と仮定するものであり、両者に対してこれから単純な指数型の式を得る。渦拡散係数が空間的に変化すると、土砂浮遊流と吹雪流とで異なった濃度分布式を得ることが分かった。これは両者の上方での境界条件による違い、降雪が吹雪の場合に存在するためである。また、土砂浮遊流に対しては比較的新しい考え方である、モニン・オブコフ長さを用いる濃度分布算定式を紹介した。近年ではより高度な乱流モデルを用いた数値解析が行われていることも紹介した。また、固体粒子の運動軌跡を直接数値解析する方法や、この考え方と統計的な処理を行う方法が行われていることにも触れた。この小文が吹雪流と土砂浮遊流の類似点、相違点を理解する一助となれば幸いである。

謝 辞

最後に本研究は文部科学省科学研究費補助金基盤研究 (C) (課題番号 13650565, 研究代表者福嶋祐介) の補助を受けた。ここに記して、感謝します。

文 献

Akiyama, J. and Fukushima, Y., 1985: Entrainment of non-cohesive bed sediment into suspension. *External*

- Memorandum No. 195, St. Anthony Falls Hydraulic Lab., Univ. of Minnesota*, p. 33.
- de Vantier, A. and Larock, E., 1983: Sediment transport in stratified turbulent flow, *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, **109-12**, 1622-1635.
- 福嶋祐介, 1986: 開水路浮遊砂流の乱流構造の解析, 第 30 回水理講演会論文集, **30**, 413-418.
- 福嶋祐介・鏡原聖史・野口和義, 1999a: 非ブーシネスク $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる固液・固気二相流の解析, 土木学会論文集, **621/II-47**, 41-52.
- 福嶋祐介・藤田和成・鈴木健史・小杉健二・佐藤威, 1999b: 非ブーシネスク $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる吹雪の流動解析, 雪氷, **61**, 285-296.
- 福嶋祐介・鈴木健史・小杉健二・佐藤威, 2000a: 粒径分布を考慮した $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる地吹雪の流動解析, 日本流体力学会年会 2000 講演論文集, 第 32 回乱流シンポジウム, 日本流体力学会誌「ながれ」19 巻別冊, 333-334.
- 福嶋祐介・藤田和成・小杉健二・佐藤威, 2000 b: 低温風洞での吹雪実験に対する非ブーシネスク $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる検討, 土木学会論文集, **656/II-52**, 113-120.
- 福嶋祐介・衛藤俊彦・石黒慎太郎・小杉健二・佐藤威, 2001a: 発達過程にある吹雪流の $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる流動解析, 雪氷, **63**, 373-383.
- 福嶋祐介・鈴木健史・小杉健二・佐藤威, 2001 b: 粒径分布を考慮した $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる吹雪の流動解析, 水工学論文集, 土木学会, **45**, 679-684.
- 福嶋祐介・菊地卓郎・西村浩一, 2002: 地吹雪における雪の連行係数に関する考察, 雪氷, **64**, 533-540.
- 福田正晴・福嶋祐介, 1987: 浮遊砂流に対する $k-\varepsilon$ 乱流モデルの適合性について, 第 31 回水理講演会論文集, **31**, 587-591.
- Garcia, M., 1990: Depositing and eroding sediment driven flows: turbidity currents. *St. Anthony Falls Hydraulic Lab., Univ. of Minnesota, Project Report*, **306**, p.179.
- 池田駿介編著, 1992: 流体の非線形現象—数理解析とその応用—, 朝倉書店, 74-78.
- 石川忠晴, 1978: 河川の流砂に関する基礎的研究, 東京工業大学土木工学科研究報告, **24**, 1-118.
- Itakura, T. and Kishi, T., 1980: Open channel flow with suspended sediments, *Proc. American Soc. of Civil Engineers*, **106**, HY8, 1325-1343.
- 小林俊一, 1984: 降雪時の吹雪空間密度の高度分布式, 低温科学, 物理篇, **43**, 79-83.
- Nemoto, M., 2002: Dynamics of drifting snow particles in turbulent boundary-layer, *A thesis presented for the degree of Doctor of Philosophy*, Cryosphere Science, Division of Geoscience, Graduate School of Environmental Earth Science, Hokkaido University, 98pp.
- Parker, G., 1982: Condition for the ignition of catastrophically erosive turbidity currents. *Marine Geology*, **46**, 307-327.
- Rouse, H., 1937: Modern conceptions of the mechanics of turbulence, *Transactions American Soc. of Civil Engineers*, **91**, HY4, 1-25.

- Sato, T., Uematsu, T. and Kaneda, Y., 1997: Application of a random walk model to blowing snow, *Snow Engineering: Recent Advances*. Izumi, Nakamura and Sack (eds), Balkema, Rotterdam, 133-138.
- 塩谷正雄, 1953: 吹雪密度の垂直分布に関する一考察, 雪氷, **15**, 6-9.
- Uematsu, T., Nakata, T., Tekeuchi, K., Arisawa, Y. and Kaneda, Y., 1991: Three-dimensional numerical simulation of snowdrift, *Cold Regions Science and Technology*, **20**, 65-73.
- Vanoni, V.A., 1946: Transportation of suspended sediment by water, *Trans. of ASCE*, **111**, 67-102.
- Vanoni, V.A. and Nomicos, G.N., 1960: Resistance properties of sediment-laden streams, *Trans. of ASCE*, **125**, 1140-1167.

Comparison between vertical profile equations for sediments and snowdrifts — Unified view of solid particle suspension flow —

Yusuke FUKUSHIMA¹⁾

1) *Department of Civil and Environmental Engineering Nagaoka University of Technology*

(2002年10月30日受付, 2003年3月10日改稿受付, 2003年3月26日再改稿受付, 2003年4月4日受理)