Three-dimensional Time-dependent Analysis of Rock by Finite Element Method

by Seisuke OKUBO¹, Katsunori FUKUI¹ and Jiandong ZHANG²

1. Department of Geo-system Engineering, The University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo 113
2. Graduate School of Geo-system Engineering, The University of Tokyo

A constitutive equation formerly proposed by Okubo et al for one- and two-dimensional analysis was extended to the three-dimensional. The constitutive equation was developed on the basis of the non-linear visco-elastic theory, and it was successfully applied to one- and two-dimensional problems such as long-term stability of circular tunnel.

In the three-dimensional analysis, a constant volume-modulus was assumed, and analogy with equations by Levy-Mises and Prantl-Reuss was discussed theoretically.

Comprehensive FEM analysis simulating constant-strain compression tests was carried out with tetrahedron, prism or brick elements changing number of elements, confinement of specimen ends, coefficient of variation of strength for each element and loading rate. The simulation was performed beyond the peak strength and the complete stress-strain curves were obtained for all cases. The three-dimensional results were analogous to the two-dimensional and conformed to the experimental results. For example, the peak and residual strengths were found to increase with loading rate.

KEY WORDS : Rock, FEM, Constitutive Equation, Visco-elasticity, Time Dependency

1. は じ め に

最近の計算機の発展は目覚しく、3 次元の構造解析が広く行われるようになってきており、3 次元の有限要素法プログラムも書籍の中で公表されている。例えば、Smith ら(1988)は Biot の圧密理論も扱える 3 次元の弾塑性プログラムを発表し、田中ら(1996)は地盤を主たる対象とした 3 次元弾塑性プログラムを発表している。しかしながら、次の 2 つの条件を満たすものは著者の知る限りではない。①岩石・岩盤の示す非線型な時間依存性挙動を扱える。②ピーク強度以降の挙動(破壊現象)を再現できる。

著者らは実験結果に基づいたコンプライアンス可変型構成方程式を提案し(大久保ら, 1987a), それを 2 次元有限要素法プログラムに組み込んで計算を行ってきた(大久保ら, 1987b; 大久保ら, 1993)。3 次元のプログラムについてもかなり早期より開発を開始したが、流れ則(flow rule)と関連の深いポアソン比に関する仮定の設定などにかなりの検討を要した。

本研究ではまず、ポアソン比と関連の深い歪増分に関する解析的検討を行い、採用したコンプライアンス可変型構成方程式の 3 次元応力下での歪増分と応力の関係を明らかにするとともに、従来の塑性論との接点を探る。その後、開発した有限要素法プロ

グラムによって、四角柱の一軸応力下での定歪速度試験をシミュレートした結果を述べる。計算の対象をこのように設定したのは、従来の 2 次元での経験から推して、一軸応力下で自由面の大きい対象ほど、仮定やプログラムの善し悪しが明瞭に判別できると考えたからである。計算で検討した事項は、要素の種類、要素の数、破壊規準、端面の拘束条件、要素ごとの強度のばらつき方、載荷速度である。これらの事項を変えた計算結果に基づいて、従来行ってきた 2 次元解析結果とのつながりを検討した。

2. 基 礎 仮 定

2・1 構成方程式

今回採用したのはコンプライアンス可変型構成方程式(大久保ら, 1987a)である。なお、この構成方程式を使用した 2 次元有限要素法による計算結果(大久保ら, 1987b; 大久保ら, 1993)、解析的な検討(大久保, 1992)はすでに報告した。以下では記号の説明を兼ねて必要最小限のことのみ箇条書きにして述べることにする。

(仮定 1) 等方性: 等方性は常に保たれる。

(仮定 2) コンプライアンスの増大: 応力を受け続けるとコンプライアンスが次式に従って徐々に増大する。

$$\frac{d\lambda^*}{dt^*} = (\dot{\lambda}^*)^m \cdot (\sigma^*)^n \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 m は延性の程度を決めるパラメータ、 n は時間依存性の程度を決めるパラメータである。 $\lambda^* = \lambda/\lambda_0$ は初期コンプライアンス λ_0 で正規化したコンプライアンスである。 σ^* は破壊限接近度である。 t^* は正規化した時間で次式で表される。

* 資源・素材学会平成 8 年度および 9 年度春季大会にて一部発表
1. 正会員 工博 東京大学教授 工学系研究科地球システム工学専攻
2. 正会員 工博 東京大学助教授 工学系研究科地球システム工学専攻
3. 東京大学工学系研究科地球システム工学専攻修士課程
[著者連絡先] FAX 03-3818-7492, E-mail ttokubo@hongo.ecc.u-tokyo.ac.jp
キーワード: 岩石, 有限要素法, 構成方程式, 粘弾性, 時間依存性

図1 正規化に際して用いた記号の説明

$$t^* = \frac{\left\{ \frac{m}{n+1} \right\}^{m/(n-m+1)}}{t_0} t \quad \dots\dots\dots (2)$$

t_0 は定歪速度試験を行ったとき歪が図1の ε_A に達するまでの所要時間で、載荷速度 $C = 1/t_0$ に反比例する。

(仮定3) ポアソン比の増大：コンプライアンスの増大につれて、ポアソン比も次式に従って増大する。

$$\nu = 0.5 - \frac{0.5 - \nu_0}{\lambda^*} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ν_0 はポアソン比の初期値(弾性領域での値)である。この仮定は体積弾性率を一定としたことと同じである。

(仮定4) n は、周圧の増加に伴って強度が増すと、次式に従って増加する。

$$n = \frac{\Delta\sigma_c}{\sigma_c} n_0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

n_0 は n の一軸応力下での値である。 σ_c は一軸圧縮強度、 $\Delta\sigma_c$ は周圧下でのピーク強度(差圧分)である。

2・2 三軸応力下での挙動に関する解析的検討

大久保(1992)は、コンプライアンス可変型構成方程式の一軸応力下での解析的検討はすでに報告しているの、本研究では、3次元有限要素法による計算に先立って、関連の深い三軸応力下での歪増分に関する解析的検討を行った。当然ながら歪増分には、仮定1と仮定3が深く関与する。

まず、応力は一定に保たれているとし、微小時間内にコンプライアンスが $\delta\lambda$ だけ変化し、それに伴って歪が変化したときを考える。3次元でのHookeの法則は次式となる。

$$\varepsilon_1 = \{ \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \} \lambda \quad \dots\dots\dots (5)$$

$\delta\lambda$ に伴う ε_1 の変化は次のように書ける。

$$\delta\varepsilon_1 = \{ \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \} \delta\lambda - (\sigma_2 + \sigma_3) \lambda \cdot \delta\nu \quad \dots\dots\dots (6)$$

また、(3)式を利用して次式を得る。

$$\lambda \cdot \delta\nu = (0.5 - \nu) \delta\lambda \quad \dots\dots\dots (7)$$

(7)式を(6)式に代入すると次式を得る。

$$\delta\varepsilon_1 = \left\{ (\sigma_1 - \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_3) \right\} \frac{\delta\lambda}{2} \quad \dots\dots\dots (8)$$

あるいは一般に次式が成り立つ。

$$\delta\varepsilon_i = \left\{ (\sigma_i - \sigma_j) + (\sigma_i - \sigma_k) \right\} \frac{\delta\lambda}{2} = \frac{3}{2} \sigma'_i \cdot \delta\lambda \quad \dots\dots\dots (9)$$

σ'_i は偏差応力 $\{ \sigma_i - (\sigma_i + \sigma_j + \sigma_k)/3 \}$ である。

(9)式は、 $d\lambda$ を比例序数(a scalar factor of proportionality)とした塑性論のLevy-Misesの式 $d\varepsilon_{ij} = \sigma'_{ij} d\lambda$ (Hill, 1950; Johnsonら, 1965)、および μ を粘性係数としたニュートン流体の支配方程

式 $d\varepsilon_{ij}/dt = \sigma'_{ij}/\mu$ と類似した形をしている。粘弾性論の立場から導かれた式と塑性論の立場から導かれた式の類似性について、Hill(1950)は、“見かけ上のもので注意しなければならない(should guard against a facial analogy)”として否定的な立場をとり、一方、Lodge(1975)は、“塑性論は広く研究されているが、(中略)応力の大きいときには粘性流体の挙動を示すとするものである”として、粘弾性論は塑性論を包含するものであるとしている。(9)式は簡単な形をしており数学的な意味は明瞭であるが、ミクロな構造に立ち入った解釈は、Levy-Misesの式やニュートン流体の支配方程式と同様に難しく、今後の課題とする。

(9)式より体積変化 $\delta v = \delta\varepsilon_1 + \delta\varepsilon_2 + \delta\varepsilon_3 = 0$ が導かれる。また、外部より単位体積に加えられるエネルギー δE_{out} は次式となる。

$$\begin{aligned} \delta E_{out} &= \sigma_1 \delta\varepsilon_1 + \sigma_2 \delta\varepsilon_2 + \sigma_3 \delta\varepsilon_3 \\ &= \left\{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right\} \frac{\delta\lambda}{2} \quad \dots\dots (10) \end{aligned}$$

また、弾性歪エネルギーの増分 δE_{in} と熱に変わるエネルギー損失 δE_{loss} は次のようになる。

$$\delta E_{in} = \delta E_{loss} = \frac{\delta E_{out}}{2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

このように δE_{in} と δE_{loss} とが常に同じ値になるのは、構成方程式のパラメータの数をできる限り少なくしたためである。両者の比 $\delta E_{in}/\delta E_{loss}$ を他の値としたいときは、結果的に設定すべきパラメータの数が増えるが、並列にばね要素や粘性要素を配置したモデルとすればよい。したがって、(11)式で表される性質は、この方程式の特徴であって長所でも短所でもない。

次に応力が変化する場合を考える。計算手順は省くがこの場合には(9)式右辺に応力の変化による項を加えた次式が成り立つ(Hill, 1950; Johnsonら, 1965)。

$$\delta\varepsilon_i = \frac{3}{2} \sigma'_i \cdot \delta\lambda + \left\{ \delta\sigma_i - \nu(\delta\sigma_j + \delta\sigma_k) \right\} \lambda \quad \dots\dots\dots (12)$$

(12)式は、 ε_i や σ_i を主歪、主応力と解釈しても成り立つし、 ε_x や σ_x 等と解釈しても成り立つ。なお、せん断歪については若干の計算の後、剛性率を G とし次式を得る。

$$\delta\gamma_{xy} = 3\tau_{xy} \cdot \delta\lambda + \frac{\delta\tau_{xy}}{G} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式中の $\delta\lambda$ を、塑性論の比例序数 $d\lambda$ に置き換えれば、(12)式と(13)式はPrantl-Reussの式と一致する(Hill, 1950; Johnsonら, 1965)。

2・3 破壊条件式と破壊限接近度

岩石を対象としていくつかの破壊条件式が提案されているが、本研究ではその内 Janach, Coulomb, Mohr の3つの破壊条件式を取り上げて検討した。

従来よりコンプライアンス可変型構成方程式と組み合わせて使用してきたJanachの破壊条件式(Janach, 1977)は次式となる。

$$\sigma_1^2 = \sigma_c^2 \left(1 + \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

圧縮応力を正として、 σ_1 と σ_3 は最大と最小主応力である。 σ_c と σ_t は、定歪速度試験で歪 ε_A (図1参照)までの所用時間が t_0 のときの一軸圧縮強度と一軸引張強度である。また、この破壊条件式での破壊限接近度は次式となる。なお、 $\max(x, y)$ とは、 x と y の大きい方の値である。

$$\begin{aligned} 1 + \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \leq 0 \text{ では,} \\ \sigma^* = - \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_1} \right) \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

図2 主応力線図上に描いた破壊限接近度1の曲線。 σ_c と σ_t は、一軸圧縮強度と一軸引張強度

$1 + \frac{\sigma_3}{\sigma_t} > 0$ では、

$$\sigma^* = \max \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_c \sqrt{1 + \frac{\sigma_3}{\sigma_t} - \sigma_3}}, -\frac{\sigma_3}{\sigma_t} \right) \quad (16)$$

Coulomb の破壊規準は、せん断応力を τ 、せん断面に垂直な応力を σ として次式となる。

$$\tau = c + \sigma \cdot \tan \phi \quad (17)$$

ただし、 c は粘着力、 ϕ は内部摩擦角である。この規準における西松ら(1994)の提案した方法に従って求めた破壊限接近度は次式となる。

$$\sigma^* = \frac{\sigma_1}{\sigma_c} - \frac{\sigma_3}{\sigma_t} \quad (18)$$

Mohr の破壊規準は、 $\mu = \sigma_c / \sigma_t + 2 - 2\sqrt{1 + \sigma_c / \sigma_t}$ として2つの場合にわけられる。

$(\mu - 1)\sigma_3 + \sigma_1 \leq 0$ では、

$$\sigma_3 = -\sigma_t \quad (19)$$

この場合の破壊限接近度は、西松ら(1994)の方法に従って求めると次式となる。

$$\sigma^* = -\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_t} \right) \quad (20)$$

$(\mu - 1)\sigma_3 + \sigma_1 > 0$ では

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2\mu\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_3) + \mu\sigma_t^2(\mu - 4) \quad (21)$$

この場合の破壊限接近度は、次式となる。

$$\sigma^* = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3) - 2\sqrt{\sigma_1\sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \frac{1}{\mu}}}{\sigma_t(\mu - 4)} \quad (22)$$

一軸応力下では3つの破壊規準に基づく破壊限接近度は一致するが、周圧下では一致しない。図2に破壊限接近度 $\sigma^* = 1$ の曲線を示す。 σ_3/σ_t が負(引張)のとき、 σ_1/σ_c はMohr, Janach, Coulombの順であるのに対して、 σ_3/σ_t が正(圧縮)では順番が逆になっている。ここで注目すべきはJanachが常に3者の内中央にあることであり、それゆえ2次元の有限要素法計算(大久保ら, 1987b)ではJanachの破壊規準を採用した。

3. 計算結果

3・1 計算手順と標準条件

本研究では、コンプライアンス可変型構成方程式と3種類の破

表1 計算条件。肩に*を付けたのが標準値である。

要素数	2, 16, 54, 96, 128, 250, 432, 1008*
使用した要素	5面体要素*, 6面体要素, 4面体要素
変動係数 C_v	0.1, 0.2*, 0.3, 0.4
n_0	20*
m/n_0	1/2*
ぜい性度	10*
端面拘束	横拘束無し*, 拘束有り
破壊基準	Janach*, Coulomb, Mohr
t_0 (s)	1.2, 12, 120*, 1200, 12000

壊規準を組み込んだ3次元有限要素法プログラムを開発した。このプログラムでは、2次元の有限要素法プログラム(大久保ら, 1987b)と同様に単純な陽解法を採用し、四角柱試験片の定速度試験をシミュレートした。計算手順としては、まず、必要なデータを入力し、初期条件を設定する。ついで①有限要素法により各要素の歪と応力を計算する。②計算結果に基づいて、時間刻み Δt の間に生ずるコンプライアンス λ とポアソン比 ν の変化を求める。③各要素に補正後の λ と ν を与える。試験片端面に加える変位を順次増して、①から③の手順を200~300回繰り返した。

表1に計算条件を示す。以下の計算結果で特に断りのない条件は、表1中の肩に*を付けた標準値を採用してある。プログラムは、3次元要素として、4面体要素、5面体要素(三角柱)、6面体要素(直方体)を使用できるが、2次元の計算結果と比較がしやすいように5面体要素を標準とした。図3に要素分割の例を示す。要素の強度は、変動係数 C_v の正規分布に従って要素ごとにばらつくとした。具体的には正規乱数を発生させ、各乱数を要素の強度とし、一軸圧縮強度と一軸引張強度の比であるぜい性度は全要素を通じて一定値とした。したがって、強度については各要素に1つの乱数を与えるのみでよい。乱数系列が異なると図4に示すように結果は少しずつ異なる。そこで、同一条件で10個の乱数系列に基づく計算を行い、強度などは10回の計算の単純平均値を示し、応力-歪曲線などは代表的と思われるものを示すことにした。

3・2 要素の種類、破壊規準および端面拘束の影響

まず、最も基礎的と思われる、要素の種類、破壊規準および端面拘束の影響について検討した。

検討した要素は、4節点4面体要素、6節点5面体要素、8節点6面体要素の3種類であり、いずれも節点を要素の隅にとった1次要素である。表1の標準条件を仮定したときの応力-歪曲線を

図3 要素分割の例。(a)5面体要素で要素数1008、(b)6面体要素で要素数1008

図4 強度の割り当て方(乱数系列)を変えたときの応力-歪曲線。
3次元4面体要素で要素数1008

図5 要素の種類を変えたときの応力-歪曲線。要素の種類以外は標準値とした。

図6 破壊規準を変えたときの応力-歪曲線

図7 各破壊規準で、試験片全体のコンプライアンスが初期値の1.2倍となったときの破壊要素(黒塗りの要素)の分布状況。ここでいう破壊要素とは、要素のコンプライアンスが初期値の1.2倍以上となった要素である。

図5に示す。各々の要素に対して、強度の割り当て方を変えて10回の計算を行い、標準的と思われるものを1例ずつ示したが、4, 5, 6面体要素の間の相違は実用上問題にならない程度であった。なお、要素の強度のばらつきのない場合を念のため行ったが、4, 5, 6面体のいずれの要素を使用した場合も計算結果は良い精度で1次元構成方程式の解析解と一致した。

次に破壊規準の影響について検討した。得られた応力-歪曲線の代表例を図6に示す。ピーク強度までは差がほとんど認められない。ピーク強度を過ぎるとCoulombがやや先に耐荷能力を失う。これは図2よりわかるようにCoulombの破壊条件では σ_3 が引張側での条件が厳しく、ピーク強度以降要素の破壊が急激に進むためである。一方、正規化した歪が1.5を超える領域での残留応力はCoulombが他の2つよりやや大きい。この領域では、引張による要素の破壊が一段落しており、今度は σ_3 が圧縮の部分でCoulombの破壊規準が甘いことが効いてくるためである。JanachとMohrの差は小さいが興味深いことにJanachの応力-歪曲線は常に3者の中間となった。この結果は図2においてJanachの規準が常に3者の中間であったことに起因すると思われる。以上の計算結果をまとめると、Coulombの破壊規準だけやや異なるが、3つの破壊規準を仮定した応力-歪曲線の計算結果の差は比較的小さいといえる。参考までに、図7に試験片全体のコンプライアンスが初期の1.2倍となったときの破壊要素(要素のコンプライアンスが初期値

の1.2倍以上)の分布の例を示す。同図でCoulombの場合やや斜めの帯域に破壊要素が並びがちであったが、初期の強度の割り当て方の影響が大きく、各破壊規準ごとに明瞭な差は認められなかった。

実験における端面の拘束条件は複雑であり、端面はプラテンに対してやや横方向に滑ることが多く、このような実験の状況をシミュレートすることは現状では無理であるが、端面が完全に固定された場合と、横方向に自由に滑ることが可能な場合を計算してみた。得られた応力-歪曲線の例を図8に、試験片全体のコンプライアンスが初期の1.2倍となったときの破壊要素の分布を図9に示す。横方向の端面の変位を固定すると、端面近傍の要素の破壊は妨げられ残留強度が大きくなり、この計算結果は定性的には過去の実験結果と一致している(Vutukuriら, 1974)。

3・3 強度のばらつきと要素数

大久保ら(1994)は、コンプライアンス可変型構成方程式を用いた2次元有限要素法による計算を行い、要素ごとの強度の変動係数 C_v と試験片モデルの要素分割数について検討した。本研究では、対比のため3次元にて C_v と要素分割数を変えて計算を行い、2次元で得られた結果と比較・検討することにした。

図10に5面体要素を用いた3次元での計算結果を、図11に3角形要素を用いた2次元での計算結果を示す。図3(a)に示したように3次元試験片モデルを要素分割したので、3次元モデルの z

図8 端面拘束を変えたときの応力-歪曲線

 図10 強度のばらつき方(C_v)を変えたときの応力-歪曲線(3次元)

x -断面は2次元モデルと一致する。変動係数 C_v は0.1より0.4まで変えた。図10からわかるように、強度のばらつきが大きくなると、ピーク強度は次第に低下するが、残留強度は変化しない。この傾向は2次元でもみられており、図10と図11を見比べてわかるように、応力-歪曲線も2次元と3次元でほとんど変わらない。わずかに異なるのは、ばらつきが小さいときのピーク強度を過ぎた直後の応力の低下で、2次元の方が若干急速である。この理由は、試験片モデル中に1個の破壊要素が生じた場合、まわりの要素の受ける影響が2次元の方が大きいからである。これは、薄い板中の円孔まわりの応力集中係数の方が、3次元弾性体中の球状空洞のまわりの応力集中係数より大きいことから予見できる。なお、3次元モデルの z - x 断面と2次元モデルとが一致するので、破壊要素の進展を比較・検討してみたが、この場合も初期に各要素に与える強度の分布の方が支配的であり、2次元と3次元の差は明瞭でなかった。

図12に要素数を変えたときの応力-歪曲線の3次元での計算例を示す。2次元の場合(大久保ら, 1994)と同様に、要素数が大きくなると次第に強度が低下することがわかる。図13には、2次元と比較しつつ、要素数によるピーク強度の変化を示す。これよりわかるように、要素数が16あたりまでは2次元も3次元も強度の低下が明瞭であり、要素数1ないし強度のばらつきを考えない均質モデルの強度と比べて12%ほどの低下となる。3次元では要素数がそれ以上増えてもピーク強度の変化はほとんど観察されな

図9 端面拘束無しと有りとで、試験片全体のコンプライアンスが初期値の1.2倍となったときの破壊要素(黒塗りの要素)の分布状況。ここでいう破壊要素とは、要素のコンプライアンスが初期値の1.2倍以上となった要素である。

 図11 強度のばらつき方(C_v)を変えたときの応力-歪曲線(2次元)

図12 要素数を変えたときの応力-歪曲線。図中の数字は要素数

った。他方2次元では若干ではあるがさらに強度が低下し要素数1008での低下率は15%となった。この2次元と3次元の差はわずかであり、原因を特定することはできなかった。

3・4 载荷速度依存性

今回使用した構成方程式の特徴の一つは、粘弾性現象あるいは時間依存性現象の一つであるピーク強度の载荷速度依存性を説明できることである。趙ら(1995)はこの利点を生かし、2次元有限

図13 要素数の増加に伴う一軸圧縮強度の低下

図14 載荷速度 $C = 1/t_0$ を変えたときの応力-歪曲線 図15 各破壊規準での応力-歪曲線の載荷速度依存性。 $C = 1/t_0$ 図16 各破壊規準での強度の載荷速度依存性。横軸は正規化した載荷速度で、 $C = 1/120s^{-1}$ ($t_0 = 120s$) を1とした。縦軸は $C = 1/120s^{-1}$ のときの強度で正規化した。

要素法を用いて定歪速度試験のシミュレーションを行った。本研究では、3次元における計算を行い、2次元の結果と比較しつつ、載荷速度依存性について検討することにした。

図14に載荷速度 $C = 1/t_0$ を変えたときの応力-歪曲線を示す。これからわかるように載荷速度が大きくなると次第にピーク強度が上昇する。載荷速度が速いときの曲線は、遅いときの曲線を内包する傾向がみられた。以上の結果は、2次元の場合と一致する(趙ら, 1995)。

載荷速度依存性には、採用した破壊規準が影響する懸念があったので、計算を行い検討してみた。図15に3種の破壊規準を採用した場合の応力-歪曲線を示す。各破壊規準ごとの応力-歪曲線の形状の差は図6で説明したようにわずかながら見受けられるが、載荷速度が大きくなるとピーク強度が上昇する点、載荷速度の大きい曲線が遅いものを内包する点では、破壊規準による差はない。殊にピーク強度の載荷速度依存性に関しては、図16に示すように、採用した破壊規準による差はほとんど見受けられなかった。

念のため端面の拘束条件と要素ごとの強度のばらつきが載荷速度依存性に及ぼす影響も検討した。端面が無拘束の場合と完全に拘束している場合について、 t_0 を1.2sより12,000sまで10倍ずつ変えて計算を行ったが、載荷速度依存性は無拘束と完全拘束とでほとんど変わらなかった。

次に、強度の変動係数 C_v が0.1, 0.2, 0.3, 0.4の場合につき、それぞれ t_0 を1.2sから12,000sまで10倍ずつ変えて計算を行っ

図17 強度のばらつき方を変えたときの強度の載荷速度依存性。横軸は正規化した載荷速度で、 $C = 1/120s^{-1}$ ($t_0 = 120s$) を1とした。縦軸は $C = 1/120s^{-1}$ のときの強度で正規化した。

た。横軸に載荷速度 $C = 1/t_0$ をとり、ピーク強度の変化を図17に示す。これからわかるように、わずかではあるが C_v が大きくなると傾きが小さくなり、載荷速度依存性が小さくなることがわか

る。同様のことは2次元での計算結果に基づいて趙ら(1995)も指摘している。この原因は趙らが指摘したように、変動係数の大きな場合には、試験片全体では一軸応力下でも計算モデルの中の強度の弱い要素から徐々に破壊が進行し、計算モデルの内部は三軸応力状態におかれるので、試験片全体の n が大きくなったものと思われる。

4. ま と め

今回得られた結果を箇条書きにすると次のようになる。

1. 要素の種類：4面体, 5面体(三角柱), 6面体を使用した計算結果に大きな差異は認められなかった。
2. 破壊規準：Janach, Coulomb, Mohrの破壊規準を使用した計算結果に大きな差異は認められなかった。
3. 端面拘束：端面の横方向の拘束がない場合と、完全に拘束した場合の計算結果に大きな差異は認められなかった。
4. 要素の強度のばらつき：要素ごとに強度がばらつくとピーク強度は低下するが、残留強度は低下しない。
5. 載荷速度依存性：載荷速度が増加するとピーク強度が上昇するとの結果を得た。このピーク強度の載荷速度依存性は、破壊規準や端面拘束には影響されないが、要素の強度のばらつきの程度にはわずかながら影響を受け、ばらつきが大きいと載荷速度依存性がわずかに小さくなる。
6. 2次元との比較：要素の強度のばらつきの及ぼす影響と、載荷速度依存性は、2次元での計算結果とよく一致する。

本研究で取り上げた解析対象に関する限り、3次元における計算結果は2次元とさほど変わらないことがわかった。今回使用したプログラムの開発にはかなりの検討を要した。最も多くの試行錯誤を繰り返した点は、ポアソン比に関する仮定であり、最終的に(3)式を採用した。よく知られているように、岩石はある程度の応力以上で体積膨張(ダイラタンシー)を示す。この現象を再現しようとして、種々の試行を繰り返したが、安定した結果を得るプログラムの開発に成功しなかった。ここで安定した結果というのは、計算条件を徐々に変えたとき、計算結果も連続的に徐々に変わっていくような状況を指す。

3次元有限要素法による計算を従来通りの方法で行うのは、要素数の増大に伴う計算時間の増大が著しいので、限りがあると考えられる。特に長期にわたる岩盤内構造物の安定性の検討、地質現象の予測を目的とする場合、適当な時間刻みでくり返し計算を行う必要があるため、必要な情報を得るのに十分な規模(要素数)の計算モデルで計算を実施することが困難である。今回採用したコンプライアンス可変型構成方程式は簡単な形をしており扱いが簡単で、結果の検証が容易である。この利点を生かして、最近検討が進められている領域分割法(矢川ら, 1991)を取り入れたプログラムの開発を今後の課題の第一に挙げておく。

謝辞 仮定3は、東京大学名誉教授西松裕一氏の示唆によるものが大きい。ここに謝意を表する。

引用文献

- Hill, R. (1950): The mathematical theory of plasticity, p. 38-41, Clarendon press (Oxford)
- Janach, W. (1977): Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 14, p. 209-215
- Johnson, W. & Mellor, P. B. (共訳：清田堅吉・山田嘉昭・葉山益次郎) (1965)：塑性加工学1(基礎の理論), p. 57-59, 培風館(東京)
- Lodge, A. S. (共訳：倉田道夫・尾崎邦宏) (1975)：弾性液体, p. 209, 吉岡書店(京都)
- Smith, I. M. & Griffiths, D. V. (1988): Programming the finite element method (2nd ed.), John Wiley & Sons (New York)
- Vutukuri, V. S., Lama, R. D. & Saluja, S. S. (1974): Handbook on mechanical properties of rocks, p. 29-32, Trans Tech Publications (Clauthal)
- 大久保誠介・何昌榮・西松裕一(1987a)：日本鉱業会誌, Vol. 103, p. 177-181
- 大久保誠介・西松裕一・緒方義弘(1987b)：日本鉱業会誌, Vol. 103, p. 293-296
- 大久保誠介(1992)：資源と素材, Vol. 108, p. 601-606
- 大久保誠介・金豊年(1993)：資源と素材, Vol. 109, p. 209-214
- 大久保誠介・趙頌(1994)：資源と素材, Vol. 110, p. 109-114
- 田中忠治・鶴飼恵三・河邑 真・坂上最一・大津宏康(1996)：地盤の三次元弾塑性有限要素法解析, 丸善(東京)
- 趙 頌・福井勝則・大久保誠介(1995)：資源と素材, Vol. 111, p. 595-600
- 西松裕一・大久保誠介・福井勝則(1994)：資源と素材, Vol. 110, p. 343-346
- 矢川元基・曾根田直樹(1991)：パラレルコンピューティング, 3章, 培風館(東京)

【編集委員会注】本論文は、電子媒体による原稿提出のモニター論文として著者にご協力いただき、ワードで作成した原稿をそのままフィルムに出力し印刷いたしました。(1998. 2)