論文 高濃度粗粒固液混相流の3次元シミュレーション*

朝倉 國臣¹ 舟山 高明²
原田 周作³ 中島 巖⁴

Three-Dimensional Simulation of Solid-liquid Flows with Highly Concentrated and Large Particles

by Kuniomi ASAKURA¹, Takaaki FUNAYAMA²
Syusaku HARADA³ and Iwao NAKAJIMA¹

1. Graduate School of Engineering, Hokkaido University, Kita-ku, Sapporo 060-8628
2. Hitachi Tohoku Software Co., Ltd.
3. Graduate student of Osaka University

In this study, solid-liquid flows with coarse particles, which form a highly concentrated zone in a pipe, were simulated. In general, the cell size of the continuous phase is larger than the particle size. However, with increases in particle size, the cell size must be close to the particle size in order to maintain high resolution of the fluid velocity. Simulation using equal cell and particle sizes was carried out to investigate the effects of fluid velocity, pressure gradient and void fraction on the settling motion of a particle in rest water. For simulating a particle cloud, a conventional Lagrangian/Eulerian method using the drag coefficient of a particle cloud was employed. The results so obtained were compared with the results using the drag coefficient of a single particle under the same flow and particle conditions.

KEY WORDS : Simulation, Large Particle, Cell Size, Solid-Liquid Flow, DEM

1. はじめに

粗粒子を含む固液混相流の圧力損失は、沈殿層を伴う低速領域で高く、限界流速近傍で最小値に近づき、限界流速を超えると増大する凹型の形状になる。この流れについて層モデルに代表される諸提案¹⁾²⁾がなされているが、いずれも流れの単純化が行われているため、モデル作成上の矛盾が式中的実験定数にしろ寄せられる問題や、流れ現象のリアルな解析には不向きであるという弱点を抱えている。これらのモデルは管路設計に必要な圧力損失などの概略値をなるべく簡単な計算で求めるには一定の貢献はするが、それ以外の使用は困難である。

前報³⁾では、より汎用性のある計算方法の確立を目的に、流体力学の基礎方程式と離散要素法 (DEM) を用いて、円筒容器中を落下する粒子群と流れについて報告した。しかし流れを軸対称流として取り扱ったため、本報では流れも3次元で計算した結果について述べる。

流体速度の解像度を下げずに3次元で粗大粒子を含むシミュレーションを行うためには、流体の計算セル幅を粒子径に近づけることが必要である。このような計算は小径粒子を対象に行われる通常の方法と異なるため、セル幅と粒子サイズが等しい条件で大径単粒子の計算を行い、粒子の運動方程式中の流体速度および流体

圧力の選択方法について検討を加えた。また粒子がセル面で流体の運動量の出入りを妨げることが予想されるため、セル面の流体濃度 (面積分率) を導入し単粒子と粒子群でその影響を調べた。さらに、粒子をラグランジュ的に計算し、流体を場の方程式から計算する Lagrangian/Eulerian 法 (以後 L/E 法と略記) を群粒子抗力を用いて行う際に留意しなければならない基本事項を整理し、それらの結果をもとに粒子群の計算を行った。

群粒子抗力を用いた計算は均一粒子を前提としているため、粒度分布を持った粒子群の計算には不向きである。この問題の解決を目指して単粒子抗力を用いた粒子群の計算も試みた。

2. 計算方法と計算条件

液相および粒子の運動方程式は3次元カーテシアン座標で表す。粒子径が大きいと、Fig. 1 に模式的に示すように流体セルに占める各粒子の寄与割合が異なる。そのため、各粒子の流体セルに与える運動量をセルに占める粒子の体積分率に応じて配分した。基礎方程式には各面の液相面積分率 (面積濃度) ϵ_a と液相体積分率 (体積分率) ϵ_v を組み込んだ。これらの分率の計算方法を以下に示す。

セルを各方向に N 分割すると、セル内部および表面上に $(N+1)^3$ 個の分割面の交点ができる。おのおのの交点には、セルに対する位置によって次のような微小体積 δV 、微小面積 δA を割り当てる。点がセルの内部に位置するときは、

$$\delta V = 1$$

$$\delta A = 0$$

点がセルの面上にあるときは、

$$\delta V = 1/2$$

* 1997年10月14日受付 1998年4月7日受理

1. 正会員 工博 北海道大学助教授 大学院工学研究科環境資源工学専攻

2. 日立東北ソフトウェア(株)

3. 大阪大学大学院生

4. 正会員 工博 北海道大学助教授 大学院工学研究科環境資源工学専攻

[著者連絡先] FAX 011-716-6175 (北大・環境資源)

キーワード: シミュレーション, 粗粒子, セルサイズ, 固液混相流, 離散要素法

Fig. 1 Coarse particles in a fluid cell.

$$\delta A = 1$$

点がセルの辺上にあるときは、

$$\delta V = 1/4$$

$$\delta A = 1/2$$

点がセルの頂点にあるときは、

$$\delta V = 1/8$$

$$\delta A = 1/4$$

である。次に、すべての点について粒子の内部にあるか否かを判定した後、次式で流体の体積分率と面積分率を求める。

$$\varepsilon_v = \frac{N^3 - \sum \delta V}{N^3}, \quad \varepsilon_a = \frac{N^2 - \sum \delta A}{N^2}$$

ここで、 Σ は粒子内にある点に関する総和を表す。計算では分割数 N を 17 とした。球粒子の直径は 1 cm、密度は 2500 kg/m³、セルは 1 cm³ の立方体であり、矩形管内には 5 × 5 × 40 個のセルを配置し、SIMPLE 法⁴⁾による計算を行った。以下に離散化を前提に ε_a と ε_v を組み込んだ液相の基礎方程式を示す。

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_a u_j}{\partial x_j} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} & \rho_f \left(\frac{\partial \varepsilon_v u_i}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_a u_j u_i}{\partial x_j} \right) \\ &= -\varepsilon_v \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \varepsilon_a \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} + \varepsilon_v f_{pi} \\ & \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここで f_p は粒子による単位体積当たりの相互作用力、 p は圧力、 t は時間、 u は流体流速、 ρ_f は流体密度、 μ は粘性係数である。

流体中の粒子には、粒子表面の圧力および剪断応力の運動方向成分を面積積分した力が作用する。圧力の積分は浮力と形状抗力になり、剪断応力の積分は粘性抗力になる。両抗力を足し合わせると、その物体の抗力（(3)式右辺第1項）が得られる。非定常運動による仮想質量力項（第2項）、圧力項（第3項）、回転によるマグナス揚力項（第4項）、速度勾配によるサフマン揚力項（第5項）、粒子の接触力項（第6項）、粒子重量項（第7項）を加え、粒子径が大きい場合バセット項は無視⁵⁾すると粒子の運動方程式が得られる。

$$\begin{aligned} m_p \frac{du_{pi}}{dt} &= \beta u_{ri} + \frac{m_f}{2} \frac{du_{ri}}{dt} - \frac{\pi d_p^3}{6} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ & - C_L \rho_f \frac{\pi}{8} d_p^2 |u_r|^2 \frac{(u_r \times \omega_r)_i}{|u_r \times \omega_r|} \\ & + 1.62 u_{rj} d_p^2 \sqrt{\rho_f \mu} \frac{|du_{ji}/dx_i|}{|du_{ji}/dx_i|} + F_{ci} + m_p g_i \\ & \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで C_L は揚力係数、 d_p は粒子径、 F_c は DEM で計算した

Table 1 Time steps and physical properties.

time step (s)	
fluid phase	1×10^{-2}
particle phase	1×10^{-4}
density (kg/m ³)	
fluid	1000
particle	2500
fluid viscosity (kg/m/s)	1.002×10^{-3}
particle diameter (mm)	10
Young's modulus (N/m ²)	
particle	3×10^8
wall	3×10^8
Poisson's ratio (-)	
particle	0.27
wall	0.33
coefficient of friction (-)	
particle - particle	0.126
particle - wall	0.328

粒子の接触力、 g は重力加速度、 m_p は粒子質量、 m_f は粒子体積に相当する流体の質量、 β は流体と粒子の摩擦係数、 μ は流体の粘性係数、 ω は角速度である。添え字 p, f は粒子と流体、 r は相対値（粒子から見た流体の値）、 i と j はカーテシアン座標の各成分 (x, y, z)、太字はベクトルを表す。粒子の回転は流体と粒子の相対角速度と接触トルクを組み込んだ回転減衰方程式⁶⁾を用いて計算する。

$$I \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{h_1}{Re_{\omega}^{0.5}} + \frac{h_2}{Re_{\omega}} \right) \rho_f \left(\frac{d_p}{2} \right)^5 |\omega_r| \omega_{ri} + T_{Ci} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$Re_{\omega} = \frac{\rho_f |\omega_r| \left(\frac{d_p}{2} \right)^2}{\mu} \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式において I は粒子の慣性モーメント、 h_1, h_2 は実験定数、 Re_{ω} は相対角速度を用いた粒子レイノルズ数、 T_c は粒子が粒子および壁と接触する際のトルクである。粒子の接触力は前報と同様に球に適用される非線形バネを組み込んだ DEM モデルにより計算した。

Table 1 には計算に用いた球粒子、容器および流体の物性値と時間刻みを示す。

3. 単粒子の計算

粒子群の運動を正確に計算するには、単粒子の運動を正しく求めることが必要である。計算では粒子とセルサイズが等しい条件を用いたため、最も条件の簡単な静止流体中を落下する単粒子の計算を行い、代表流体速度、圧力および濃度の影響について検討した。

3・1 代表流体速度の選択

容器の上部から静止流体中を落下する単粒子の速度変化を Fig. 2 と Fig. 3 に示す。流体は静止しているとして粒子の運動方程式のみを解いた計算を破線で、粒子と流体の連成計算を実線で示す。圧力は静水圧として解いた。Fig. 2 の実線は粒子の存在する流体セルの速度と粒子の速度から相対速度を求めて粒子の運動を計算した結果である。この計算では粒子が流体セルに占める最大の体積分率はおおよそ 0.52 であり粒子の存在するセルには流体速度がある。この流体速度は粒子と同方向の速度成分を持つため、相対速度が小さくなり、抗力の減少に伴う終速度の増加が起きる。この誤差を解消するため粒子を囲む 27 個のセルの平均速度を用いて計算した結果が Fig. 3 である。粒子は沈降開始後おおよそ 0.3 秒で終速度に達し、実線と破線は一致する。この結果より、以後の計算では粒子の運動方程式に用いる流体の代表速度は粒子径の 3 倍のセルサイズを基に計算した。

3・2 圧力の選択

Fig. 2 Settling velocity of a particle using the relative velocity at the particle position.

Fig. 3 Settling velocity of a particle using the averaged fluid velocity in 27 cells.

Fig. 4 Fluid velocity around a settling particle.

Fig. 5 Settling velocity of a particle with numerical pressure (solid line).

Fig. 6 Fluid velocity profiles around a settling particle with three types of concentration.

静止流体中を単粒子が非回転で定常沈降する場合を考えると、(3)式は単純化され、圧力勾配項、抗力項、粒子重量項が釣り合った次式になる。

$$0 = -V_p \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_f C_{D0} \frac{\pi d_p^2 u_r^2}{8} - V_p \rho_p g \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで C_{D0} は単粒子の抗力係数、 V_p は粒子体積である。以下の考察は(6)式を用いて行う。

粒子の終沈降速度を求めるには(6)式の右辺第1項を浮力項として計算すればよいが、粒子周りの流れを求めるには流体相との連成計算が必要になる。(6)式は流体相の圧力勾配項を含むため、その取り扱いについて検討する。(6)式の圧力勾配は流体相の運動方程式の数値解を用いる方法と、NS方程式をいくつかの仮定の基に簡略化した(7)式を用いる方法⁷⁾がある。

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} = \rho_f \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho_f g_i \quad \dots\dots\dots (7)$$

まず始めに数値解を用いた計算について検討する。定常沈降している粒子の周りには Fig. 4 に示すように粒子の運動に伴う流れが発生する。計算で得られる粒子周りの圧力はこの流れを反映した値である。前述したように粒子周りの流れによる圧力は既に抗力として組み込み済みなので、数値解による圧力勾配を(6)式に代入すると圧力の部分的な2重評価になり、沈降速度に誤差が生じる。Fig. 5 に流体相を解かない計算と流れ場の数値解による圧力勾配を用いた計算の比較を示す。ただし静水圧の寄与は粒子の運動方程式に組み込んで計算したので、数値解による圧力勾配は流れに伴う成分である。図示した結果より、数値解を用いると沈降速度の低下がおきていることが分かる。(7)式を用いた場合に右辺第2項は静水圧による浮力になり問題はないが、第1項の時間微分項は粒子が沈降するためゼロにはならず、この場合にも終速度に誤差が生じる。(7)式は場の方程式を簡略化した式で、粒子の存在とは無関係に流体相が非定常運動をしている場合に考

慮しなければならない量⁸⁾であるから、粒子によって乱された流れの値を用いると誤差が生じる。セル幅に対して粒子径が十分小さいとこのような誤差は少なく、本計算のようにセル幅と粒子径が近づくと同化する。したがってセルと粒子のサイズに近い連成解では、粒子運動の影響のない元々の流体圧による計算が必要である。Fig. 5 は圧力を静水圧として計算した結果であり、正しい終速度が計算できる。粒子周りの流れは Fig. 4 に示した。

3・3 面積、体積分率の影響

濃度の影響を調べるため、単粒子の沈降によって起きる流体速度を体積分率と面積分率を入れた計算 (case 0)、面積分率を除いた計算 (case 1)、体積分率と面積分率を除いた計算 (case 2) の3種で比較した。Fig. 6 に矩形管の中心を落下する粒子によって生じる流れを示す。

面積分率のみ違う case 0 と case 1 では結果にはほとんど差が生じない。case 1 と case 2 では粒子周りの流れが大きく異なり、体積分率も省略した case 2 では粒子の後流 (wake) は計算できるが、粒子周りの流れを表現できない。これらの比較より単粒子周りの流れに大きな影響をもたらすのは体積分率であり、面積分率の計算 (6面×4(速度3成分とスカラー)) を省略しても大きな誤差にはならないことが分かる。なお、粒子群の沈降に及ぼす面積分率の影響については後述する。

4. 群粒子抗力を用いた L/E 法

4・1 理論的検討

群粒子抗力を用いた解析の基礎は場の方程式であるため、二流体モデルの基本点について述べる。単粒子の(6)式を場の方程式に変換するため、セル内にある N 個の粒子を単純加算しセル体積 V で割る。一般に垂直管や流動層では流体のみを流すために必要な圧力勾配は静水圧による勾配よりもはるかに低いため、粒子に作用する圧力勾配項を次式のように浮力としても一般性は失

われない。

$$0 = (1-\varepsilon)\rho_f g + \frac{1-\varepsilon}{V_p} \rho_f C_{D0} \frac{\pi d_p^2}{4} \frac{u_r^2}{2} - \frac{1-\varepsilon}{V_p} m_p g \quad \cdots (8)$$

この式の抗力項は単粒子抗力を加算しただけなので、空塔補正と抗力係数の群粒子補正を施すと、(9)式に示す粒子相の場の方程式が得られる。

$$0 = (1-\varepsilon)\rho_f g + \frac{3}{4} \rho_f C_D \frac{u_r^2}{d_p} \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^{2.65}} - (1-\varepsilon)\rho_p g \quad \cdots (9)$$

この式の第二項は体積当たりの群粒子抗力を表す Wallis の式⁹⁾として知られている。抗力係数 C_D は次のレイノルズ数 Re で計算する。

$$Re = \frac{u_r \rho \varepsilon d_p}{\mu}$$

(9)式の抗力項を F とおくと(10)式が得られる。

$$F = (1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g \quad \cdots (10)$$

これより群粒子抗力項 F は流体中にある粒子群の水中比重量であることが分かる。この式は粒子群中の個々の粒子が単相流体の静水圧による浮力を受けることを前提に導かれている。すなわち群粒子抗力項は単相に粒子を混入することによる単相流への付加量として評価されている。(9)式と対になる流体相の方程式は、粘性による運動量の拡散項や慣性項が群粒子抗力項 F と比較しはるかに小さいため次式になる。

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} - F - \rho_f g \quad \cdots (11)$$

(9)式と(11)式の組みは二流体モデルの一つである。(10)式を(11)式に代入すると圧力勾配は次式に示す混合体の比重量になる。

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_f g + (1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g \quad \cdots (12)$$

(12)式は垂直管内の粒子濃度や最低流動速度の推定にしばしば使用される。(9)、(11)式を基に L/E 法を行うには、個々の粒子の運動方程式が必要である。(9)式を導いた手続きの逆を行い、セル内の 1 粒子の運動方程式を求めると(13)式になる。

$$0 = \rho_f g V_p + F \frac{V_p}{1-\varepsilon} - \rho_p g V_p \quad \cdots (13)$$

この式は単粒子の運動方程式であるから、右辺第 1 項を(3)式のように圧力勾配を含む形に書き替える。

$$0 = -V_p \frac{\partial p}{\partial x} + F \frac{V_p}{1-\varepsilon} - \rho_p g V_p \quad \cdots (14)$$

(12)式を(14)式を代入すると(15)式になり(10)式と整合しない。

$$F = \varepsilon(1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g \quad \cdots (15)$$

これは群粒子抗力の前提が単相流への付加量であることを無視したために生じた誤りである。群粒子抗力を用いる場合には、単粒子の運動方程式の圧力勾配項を模擬してはならないことが分かる。(14)式を用いて流れとの連成計算をするには、単粒子の場合と同様に、粒子群によって作られる圧力の影響は群粒子抗力によって既に評価されているので、粒子が存在しないときの圧力が既知ならその値を用い、未知の場合には静水圧を用いる必要がある。

混相流の計算では(9)式と(11)式のモデルの他にさまざまなモデルが提案されている。それらの中で、もっとも広く用いられているのが(16)、(17)式を用いた二流体モデルである¹⁰⁾。ただし、(11)式と同じ単純化を行った。

$$0 = -\varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} - F_a - \rho_f \varepsilon g \quad \cdots (16)$$

$$0 = -(1-\varepsilon) \frac{\partial p}{\partial x} + F_a - \rho_p(1-\varepsilon)g \quad \cdots (17)$$

ここで F_a はこの二流体モデルにおける相互作用項である。両式

より F_a を求めると(18)式になる。

$$F_a = \varepsilon(1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g \quad \cdots (18)$$

これは(10)式に ε を掛けた式である。

$$F_a = \varepsilon F \quad \cdots (19)$$

圧力勾配は(12)式と同じになる。(19)式を(16)式に代入して ε で割ると(11)式になることより、この二流体モデルの流体相の式は(11)式に流体の寄与としての ε を掛けた式であり、同様に固相の式は(11)式に $(1-\varepsilon)$ を掛けて相互作用項 F_a の符号を逆にして組み込んだ式になっている。

(16)、(17)式の二流体モデルを基に L/E 法を行うには、個々の粒子の運動方程式を(17)式から求めなければならない。(17)式にセル体積 V を掛けて粒子数 N で割ると(20)式になる。

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} V_p + F_a \frac{V_p}{1-\varepsilon} - \rho_p g V_p \quad \cdots (20)$$

(16)式より圧力勾配は次式になる。

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{F_a}{\varepsilon} + \rho_f g \quad \cdots (21)$$

(21)式を(20)式に代入すると、

$$F_a = \varepsilon(1-\varepsilon)(\rho_p - \rho_f)g$$

になり(18)式と一致する。したがって(20)式で個々の粒子の運動を表す場合には、圧力勾配は(12)式あるいは(21)式を使用しなければならない。このようにモデルによって各項の寄与が異なるため注意深い取り扱いが必要である。

次に、粒子の運動方程式には群粒子抗力を基にした(14)式、流体相には(16)式を用いた L/E 法について述べる。(13)式の誘導より自明であるが、粒子群中の 1 粒子には単相の静水圧による浮力が作用している。もし浮力項を(14)式のように圧力勾配に粒子体積を掛け量と考えて(16)式の圧力勾配を粒子の運動方程式に代入すると(22)式になる。

$$F = \frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon}(\rho_p - \rho_f)g \quad \cdots (22)$$

これより粒子に作用する F の過小評価が起きることが分かる。

(16)式で重力項を省略した計算がしばしば行われるが、重力項を省略した式の圧力勾配を用いると、(23)式になり F 値の過大評価になる。

$$F = \frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon} \rho_p g \quad \cdots (23)$$

Fig. 7 には粒子と水の密度をそれぞれ 2,500 kg/m³、1,000 kg/m³ とした(10)、(22)、(23)式の関係を示す。このような誤りが生じるのはモデルの混用による。ここまでの検討結果は粒子およびセルサイズに関係なく一般的に成り立つことである。

粒子群中の 1 粒子の運動を表す(13)式は、単粒子の加算を基に導かれているため(20)式より分かりやすい。したがって、(13)式で粒子を計算し流体相は流体の体積分率を考慮した(16)式で計算するモデルの混用が行われる場合も多い。本計算もこの方法を用い

Fig. 7 Comparison of frictional interaction forces.

ている。その際に混用に伴う誤りを避けるために、(13)式の群粒子抗力に、サフマン、マグナス項などを必要に応じて加え、それらをセル内粒子数で加算し、セル体積で割り f_p を求め、流体相に戻すさいには(2)式のように体積分率をかける方法を用いるとよい。

次に群粒子抗力を用いた粒子の運動方程式の仮想質量項について述べる。例えば(9)式の右辺第二項に示した Wallis の式は群粒子抗力を求める計算式として広く用いられているが、群粒子抗力の実験式とドリフトフラックスモデルを合体させた式⁹⁾であり、基礎的には実験式である。流動層中の個々の粒子は平均的な浮遊高さは一定でも常に動いているため、それぞれの粒子には仮想質量力が作用するが、実験ではそれらを個別に評価することはできない。そのため系全体を定常とし、粒子と流体の相対運動によって生じるすべての相互作用を群粒子抗力に含めた処理が行われると考えられる。そのため本計算では群粒子抗力を用いて粒子群の浮遊高さを計算する場合には仮想質量項を削った準定常の取り扱いをした。

4・2 粒子群の計算

4・2・1 沈降粒子群の計算結果 面積分率が粒子群の運動に与える影響を調べるため、密閉管の上部に密に配置した30個の粒子の沈降について比較計算を行った。Fig. 8は体積および面積分率をいれた計算、Fig. 9は体積分率のみとした計算を示す。面積分率の省略は落下粒子間の相対位置の違いをもたらすが、粒子の着底時間には大きな差が生じなかった。面積分率の導入は、粒子間の相対運動や相互作用、あるいは粒子の空間分布が重要な場合には省略できないが、全体の大ざっぱな特徴を捉えるためには省いてもかまわないのではないと思われる。Fig. 10はFig. 8における0.5秒後の各断面流体速度である。管内の速度分布は大まかに見ると、管上部の4隅で上昇流、中央で下降流になっている。粒子濃度の高い領域には粒子による流体の置換作用による上向き流が支配的であることが分かる。

4・2・2 浮遊粒子群の計算 初期条件として150個の粒子をDEMによる計算で矩形管の下端に堆積させた後、入り口に0.4 m/sの流速を与えた。相互作用力として群粒子抗力、サフマン揚力、マグナス揚力を流体相に戻した。流体のみが流れるために必要な圧力勾配は粒子が浮遊したときの圧力勾配の500分の1ほどなので、粒子には静水圧による浮力が作用するとして計算した。群粒子抗力は前報で行った Wallis と Ergun の値の混合値を用いた。濃度は面と体積の両方の値を使用した。Fig. 11に6秒までの計算結果を示す。1秒まで0.1秒刻み、それ以降は0.5秒刻みである。通水により堆積していた粒子群は浮き上がり、先端の高濃度粒子群が塊状に上昇するに伴い疎密が生じる。粒子が分散すると抗力の減少により粒子は下部に落下し、集合すると再浮上する。また粒子の少ない空洞状の領域が上昇していく現象も見られる。実際の現象と比較する上で最も客観的なのは粒子群の平均浮遊高さであるが、計算と測定の結果はよい一致を示す。ビデオ画像との比較から浮遊粒子群の濃度むらなどの過渡現象も似ていることが分かるが、類似度を客観的に示す指標を求めることは意外に困難であり、必要な解析機器もないため、厳密な検討は今後の課題である。

Fig. 8 Sedimentation of 30 particles in rest water using the volumetric and sectional fractions of fluid in the cell.

Fig. 9 Sedimentation of 30 particles in rest water using only the volumetric fraction of fluid in the cell.

Fig. 10 Velocity profiles of fluid in each cross section at 0.5 seconds in Fig. 8.

5. 単粒子抗力を用いた粒子群の計算

群粒子抗力は均一な粒子を前提にしているため、粒度分布を持った粒子や、密度の異なる粒子群への適用には不便である。流動層の解析には、均一粒子群の詰まった装置内の流れを内部流 (internal flow) として取り扱う方法と、粒子周りの流れを外部流

Fig. 11 Simulation of a fluidized bed with 150 particles using the drag coefficient of a particle cloud.

(external flow) として取り扱う 2 つの方法がある。群粒子抗力は内部流の考えに基づいて導かれているため、異なった粒子からなる粒子群を取り扱うには、外部流による計算方法の確立が必要である。外部流として厳密に扱うには、刻々変化する粒子群に合わせた物体適合座標や非構造格子の導入が考えられるが、現在の計算機の能力ではまだ無理がある。そのため粒子内部も含めて小さなセルを多数配置する試み¹¹⁾も行われているが、粒子に作用する力を求めるためには粒子表面の圧力と応力の積分に加え、メッシュ数も増加するので、まだ粒子群の計算は行われていない。したがって、現状では単粒子抗力を用いて粒度分布や密度の異なる粒子群を取り扱う計算方法が必要である。その試みを以下に述べる。

粒子群中の 1 粒子の運動は他の粒子の運動と存在の影響を受ける。例えば、粒子群中の 1 個の粒子が沈降しているとする。この粒子がつくる下降流により粒子の周りの流体は剪断を受けるが、周りの粒子が自由な剪断を妨げる。この現象は沈降している粒子の周りの流体粘度が増加したのと同じであるため、粘度増加をサスペンションの見かけ粘度の式¹²⁾で評価する。

$$\mu_s = \frac{\mu}{\varepsilon^{2.5}} \quad (24)$$

さらに他粒子の存在は粒子の受ける仮想質量や浮力項にも影響する。仮想質量の増加は次式¹³⁾で計算する。

$$k = \frac{3-2\varepsilon}{\varepsilon} \quad (25)$$

上式で k は粒子濃度の増加に伴う仮想質量の補正項であり単粒子では 1 になる。これらを用いて粒子群中の単粒子の運動方程式

Fig. 12 Simulation of a fluidized bed with 150 particles using the drag coefficient of a single particle.

を表すと次式になる。

$$\begin{aligned} m_p \frac{du_{pi}}{dt} = & \rho_f C_D \frac{\pi d_p^2}{8} |\mathbf{u}_r| u_{ri} + k \frac{m_f}{2} \frac{du_{ri}}{dt} - \frac{\pi d_p^3}{6} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ & - C_L \rho_f \frac{\pi}{8} d_p^2 |\mathbf{u}_r|^2 \frac{(\mathbf{u}_r \times \boldsymbol{\omega}_r)_i}{|\mathbf{u}_r \times \boldsymbol{\omega}_r|} \\ & + 1.62 u_{rj} d_p^2 \sqrt{\rho_f \mu \left| \frac{du_{fj}}{dx_i} \right|} \left| \frac{du_{fj}}{dx_i} \right| \\ & + F_{ci} + (m_p - m_f) g_i \quad \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

上式の右辺第 3 項に示した圧力勾配項は流動に伴う成分であり、静水圧の寄与は第 7 項の浮力項に含めた。

抗力係数 C_D は間隙流速を用いたレイノルズ数より計算する。

$$Re = \frac{u_r \rho_f d_p}{\mu_s} \quad \dots \dots \dots (27)$$

粘度増加は、抗力、揚力、回転減衰にも影響するためそれらの修正も必要である。流体相との相互作用力を計算するために(26)式の右辺第 1 項から 5 項迄を流体相に戻す。(3)式を用いた計算方法との大きな違いは、粘性と仮想質量が増加していること、流動に伴って発生する圧力勾配項による力を流体相に相互作用として戻すことにある。戻す理由は、前述したように群粒子抗力では粒子群によって作られる圧力場の影響が群粒子抗力に含まれているので、単粒子抗力を使う場合も同様な処理が必要だからである。単粒子の沈降計算で述べたように数値圧力を用いると粒子が自ら作り出した圧力の影響が現れるが、粒子群中の 1 粒子では周りの粒子群の圧力への寄与が大きく、この誤差は少ない。

Fig. 12 に単粒子抗力を用いた粒子群の計算結果を示す。群粒

子抗力を用いた計算と比較すると、通水初期に数個の粒子が粒子群に先行して飛び上がることを除いて、粒子カラムの拡張する1秒間の様子はよく似ている。群粒子抗力を用いた計算で見られた粒子群の蛇行は僅かであり、カラム先端の上下運動も少ない。またカラムの平均高さは若干低くなる傾向が見られる。試みに(24)式の粘性と(25)式の仮想質量を通常値にした計算を行ったが、若干の浮遊高さの低下が起こるものの大きな変化はなかった。これは粒子の抗力係数が(24)式の粘度範囲ではニュートン領域にあるため、粒子を浮遊させる主な力である粒子抗力に大きな差が生じないことによる。これらの結果より、今後改良を加えれば、単粒子抗力を用いた高濃度粗粒子群の計算は可能であると考えられる。

6. ま と め

流体速度の解像度を下げずに3次元で粗大粒子を含むシミュレーションを行うために、セル幅と粒子サイズが等しい条件で単粒子と粒子群の計算を行い、以下の結論を得た。

- 1) 粒子の運動方程式中の流体速度は3セル幅(27セル)の平均値を用いる必要がある。
- 2) セル面の濃度の影響は単粒子では少なく、粒子群では粒子の相対運動に影響するが全般的な様子が著しく変わるほどではない。
- 3) 単粒子の計算で運動方程式中の圧力勾配項に粒子が乱した流れ場の圧力を用いると圧力の二重評価になり終速度に誤差が出る。
- 4) 群粒子抗力を用いたLagrangian/Eulerian法を行う際には、二流体モデルの種類によって粒子の運動方程式の圧力勾配項

と抗力項の寄与が異なるため注意深い計算が必要である。

5) 前項の検討を基にして行った粒子群の計算は、粒子相の平均浮遊高さを含めて実験結果をよく再現しているが、細部の比較は今後の課題である。

6) 改良を加えた単粒子の運動方程式を用いて粒子群の計算を試みた結果、単粒子抗力による計算の可能性が確認できた。

引 用 文 献

- 1) Wilson, K. C. : Hydrotransport 2, Coventry, U. K., Paper B1, (1972)
- 2) Doron, P. and Barnea, D. : International Conf. on Multiphase Flow'95-Kyoto, IF3, p. 1-8, (1995)
- 3) 朝倉國臣・原田周作・舟山高明・中島 巖 : 資源と素材, Vol. 112, p. 219-224, (1996)
- 4) Patankar, S. V. : Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, (1980), Hemisphere
- 5) 朝倉國臣・武内信夫・渡邊慶輝 : 日本鉱業会誌, Vol. 99, No. 1144, p. 457-462, (1983)
- 6) Deniss, S. C. R. : J. Fluid Mech., Vol. 101, part 2, p. 257-279, (1980)
- 7) Crowe, C., Chung, J. N. and Troutt, T. R. : Particulate Two-Phase Flow edited by Roco, M. C., p. 632, (1993), Butterworth Heinemann
- 8) Hinze, J. O. : Turbulence, p. 463-464, (1975), McGraw-Hill
- 9) Wallis, B. W. : One-dimensional Two-phase Flow, p. 182, (1969), McGraw-Hill
- 10) Gidaspow, D. and Ettehadieh, B. : Ind. Eng. Chem. Fundam., Vol. 22, p. 193-201, (1983)
- 11) 瀧口智志・梶島岳夫・三宅 裕 : 混相流シンポジウム '97 講演論文集, p. 299-300, (1997)
- 12) Roscoe, R. : Brit. Appl. Phys., Vol. 3, p. 267, (1952)
- 13) Zuber, N. : Chem. Eng. Science, Vol. 19, p. 897-917, (1964)