Analysis of the Secondary Growth of Surface Cracks on Continuously Cast Steel Slabs

by Hiroshi KAMETANI¹

1. Science University of Tokyo, Faculty of Science, Department of Chemistry (non-fulltime),
1-3 Kagurazaka, Shinjuku-ku, Tokyo 162-8601

The fractal distribution of the longitudinal primary surface cracks has shown the presence of secondary growth which yields longer cracks. To illustrate the secondary growth, a model which consists of two processes is considered; one is the foregoing probability process for generation of the crack growth, and the subsequent growth process concerning the degree of growth: δ . Variations in distribution and integral functions and also in interval and cumulative frequencies for the secondary cracks and the residual primary cracks is given as a function of the dimensionless length, the ratio of crack length: L to the critical length: L_c at which the probability is assumed to be 1.

Three data sets were analysed and calculated distributions for the grown secondary cracks and the residual primary cracks were in good accordance with those expected from the model. The correlation between L_c and δ suggested that there were two types of the growth process. One type showed the product of L_c and δ being constant in the range $L = 1$ to 2 m; this type included data of the lower face of two slabs. The other showed δ being constant at about 2, regardless of L_c ; this type included data of the upper face.

KEY WORDS: Continuously Cast Steel Slabs, Surface Cracks on Slabs, Secondary Growth, Primary Cracks, Secondary Cracks

1. 緒 言

著者は製鋼連続スラブの表面縦疵の分布について、実操業データを用いて解析した。その結果、操業条件の影響を除くための標準化をした後のスラブ表面の縦疵（1次疵）の疵長ささと累積頻度との関係は、フラクタル分布で表されることが判明した。さらにこの分布を基にして、ある臨界長さ以上で、フラクタル分布により期待される長さの数倍に長くなる縦疵、すなわち2次成長した疵（2次疵）があることを見出した¹⁾。

このように成長した疵は2mを超えるものがあり、次の圧延工程にて支障を来すことが多い。このため多くの研究、改良が行われていることは前報¹⁾で説明した。ここでは簡明なモデルを用いて、この2次成長データの解析を試みた。

2. 1次疵のフラクタル分布と2次成長の概要¹⁾

製鋼連続スラブでは、さまざまな操業条件の影響によりスラブ表面の疵頻度は変動する。縦疵長さ L と累積頻度（主にヒート単位で L の大きい方から累計）との関係について両対数を用いてプロットすると、疵長さが大きいと累積頻度は小さくなる傾向がある。この関係をより明確にするため、図上でそれぞれのヒート

単位のプロットを長さを同じままで上下に平行移動（標準化）させて全データが重なるようにすると、標準化後の累積頻度 N はFig. 1 (Fig. 5¹⁾)中の直線Aにまとめることができる。これより直線Aで表される縦疵の分布は、フラクタル次元がほぼ1.5であるフラクタル分布になることが判明した。

疵長さが大きくなると、直線Aから右側に離れた点が認められる。これらの点は、図ではほぼ3本の点線でまとめることができる。同じヒートの点はすべて1つの点線の上に並ぶが、異なるヒートの点が同じ点線上に並ぶこともある。

以上の結果より、直線Aの分布を示す疵は主にモールド付近で発生した1次疵とし、右側に離れた点は連続の下流にて1次疵が成長（2次成長）した疵と考えてこれを2次疵とした。この2次成長について、直線Aから点線が右に逸れる長さを臨界長さ L_c （図示）とし、直線Aから点線の間の水平距離（倍率）を成長率 δ として整理した結果、これらの積はほぼ一定であることが判明した¹⁾。以上の結果をさらに検討して今回のモデルとした。なお、今回は数式が増えたので、記号（Nomenclature 参照）の中には前報¹⁾と異なるものがある。

3. 2次成長のモデル

3・1 仮定

2次成長の実態を把握するために、次の2つの仮定を含むモデルを用いてデータを解析することとした。

【仮定1 1次疵が成長する確率】

縦疵頻度の分布をフラクタル分布と関連させたのは、地震の分

* 1999年3月19日受付 10月19日受理（「掲載特例」論文） 資源・素材学会平成10年度（1998年）春季大会にて一部発表

1. 正会員 東京理科大学理学部2部化学科（非常勤講師）

〔著者連絡先〕 FAX 045-351-2872（自宅）

キーワード：製鋼連続スラブ、スラブ表面疵、2次成長、1次疵、2次疵

Fig. 1 Fractal distribution of the primary cracks and the secondary growth to yield longer cracks (three dotted curves) for Data sets, A and B.
 L : length of surface crack, L_c : critical length, N : cumulative frequency after normalization, and δ : degree of crack growth. (quoted from Ref. 1, Fig. 5).

布を両対数プロットで表した文献²⁴⁾による。その後の地震モデル³⁾⁴⁾では、体積当たりの歪みエネルギーを一定として、震源の体積に貯えられた歪みエネルギーと、地震による断層の長さとの間には比例関係があることが報告されている。地震と表面疵は規模で大差があるが、固体表面の破壊現象として見ればなんらかの共通性がある。これにより、2次成長が始まる過程として次の仮定を設けた。

Fig. 1のデータを見ると最大の1次疵は1mで、2次疵の発生は10cm以上で散発的に認められる。表面疵については通常その長さ L (mm)のみに注目しているが、疵の幅、深さも考慮疵全体の形を相似とすると、疵の体積は L^3 に比例する。さらに体積当たりの歪みエネルギーを一定として(上記)、1次疵が成長を始める確率 P_G は、1次疵の歪みエネルギー、したがって L^3 に比例すると仮定した。 P_G の上限は1であり、 $P_G \geq 1$ の疵はすべて成長するが、 $P_G < 1$ の1次疵はその一部のみが成長し他は1次疵のまま残存する。1次疵の分布は $L^{-1.5}$ に比例するので、この残存1次疵の分布は $L^{-1.5} \times P_G$ 、すなわち $L^{-1.5}$ に比例する。以上のようにこの仮定では $P_G = 1$ のときの L が重要なので、これを臨界長さ L_c とした。前回はプロットの折点を L_c とし図上で決めることができたが、このモデルでは2次疵と残存1次疵の分布を調べてから L_c が決まる。

[仮定2 成長率]

上記の確率は、疵が成長する前提である。地震では歪みエネルギーによって自発的に断層が進行するが、2次成長は連铸の弯曲部でスラブに作用するさまざまな応力により進行すると考えられる¹⁾。この応力(エネルギー)は、疵自身の歪みエネルギーより大きいであろう。Fig. 1では、直線から右方に離れた点線は下方に弯曲して直線Aにはほぼ平行になる。これは各ヒートについて成長の倍率がほぼ一定であることを示唆する。これより、成長が始まった疵は内部、外部からの応力が一定であれば、一定の成長率 δ 、成長後/成長前の疵長さの比で成長すると仮定した。

以上の2つの仮定をまとめると、1次疵が成長するかしないかは、疵の長さに係わる P_G および L_c で決まる。成長し始めた疵は、 L_c の大小に係わらず一定の δ で成長する。ただし、この δ が一定であるのは、スラブあるいはヒート単位などの作業条件が

一定である場合に限り、操業や铸造機の条件が変われば δ も変わると考えられる。

3・2 モデルの模式図

実操業データはかなり便宜的で、3・3のように多くの問題がある。このため、まず疵分布の模式化を試みた。このモデルは仮定1の P_G に特徴があるので、縦疵長さ L の代わりに新しく定義した臨界長さ L_c ($P_G = 1$)より求めた無次元長さ $L = L/L_c$ を変数とした。これより P_G と L^3 の間の比例定数は1になる。

分布を表す関数は連続型が望ましいが、数学的な「分布関数」は累積分布関数の意味がある。ここではこの名前を借用し、フラクタル次元を1.5としたときの区間頻度の中央値(区間内の幾何平均)を繋いだ連続型の分布関数 $N_D(1)$ 、式(1)を用いた。この関数はある L の単独の疵頻度を含む。また区間幅の影響は次節で説明する。

$$N_D(1) = L^{-1.5} \dots\dots\dots (1)$$

次の基礎的な関数は $N_D(1)$ を $L = \infty$ から L まで積分した連続型の積分関数 $N_I(1')$ 、式(1')で、これが上記の累積分布関数に対応する。

$$N_I(1') = - \int_{L=\infty}^L L^{-1.5} d \log L = 0.2895 L^{-1.5} \dots\dots\dots (1')$$

なお、式(1')の負号は L の長い方から積分することによるもので、係数0.2895は $0.4343/1.5$ である。

このモデルの模式図をFig. 2に示した。図の縦軸は、 $L = 1$ のときの $N_D(1) = 1$ とし、図中の点P ($L = 1$, $P_G = 1$, $N_D = 1$)を原点とした。なお図中の各線に付けた番号は式番号であり、番号のダッシュの有無で関数を区別した。

図は $L = 1$ および δ (図では $\delta = 5$)の2つの垂直の境界によって、3領域に区分される。 $L \geq 1$ の1次疵はすべて成長する。 $L < 1$ の1次疵の一部は P_G の確率により成長するが、成長しない残存1次疵の分布の右限は $L = 1$ である。次に分布関数と積分関数に分けて説明する。

[分布関数 N_D (実線)による表示]

1次疵の分布は基本的に $N_D(1)$ の直線で表される。この直線は境界($L = 1$)と点P ($P_G = 1$)で交わり、2次成長によって点Pは点Q ($L = \delta$)に移動する。これに伴って点Pの右下方

Fig. 2 Simplified illustration of the model, showing variations in the distribution function: N_D (solid lines) and the integral function: N_I (broken lines) as a function of dimensionless length: $L = L/L_c$. Point P (origin): $N_D = 1$ and $L = 1$, δ : degree of crack growth (assumed to be 5). Dotted line: the cumulative frequency for $m = 3$, see Fig. 3.

の1次疵 ($N_D(1)$, $L \geq 1$) はすべて成長し、点Qの右下方の直線、 $N_D(2)$ に移る。

$$N_D(2) = \left(\frac{L}{\delta}\right)^{-1.5} \dots\dots\dots (2)$$

$L < 1$ の1次疵の一部は $P_G = L^3$ の確率により成長するが、成長する前の分布は点Pより左下方の直線、 $N_D(3)$ で表される。 $N_D(1)$ と $N_D(3)$ の間の垂直距離が P_G に対応し、成長後は点Qの左下方の直線、 $N_D(4)$ になる。

$$N_D(3) = N_D(1) \times P_G = L^{1.5} \dots\dots\dots (3)$$

$$N_D(4) = \left(\frac{L}{\delta}\right)^{1.5} \dots\dots\dots (4)$$

成長しない残存1次疵は $N_D(1)$ と $N_D(3)$ の差で、 $N_D(1)$ と境界 ($L = 1$) を漸近線とする曲線、 $N_D(5)$ で表される。

$$N_D(5) = N_D(1) - N_D(3) = L^{-1.5} - L^{1.5} \dots\dots\dots (5)$$

[積分関数 N_I (破線) による表示]

成長前の N_I は $L = \infty$ より L の短い方への積分、 $N_I(1')$ で、その分布は全体として N_D の下方、0.2895 に位置し、点PおよびQはそれぞれ点P'およびQ'に移る。点Q'の右側 ($P_G = 1$) の成長した疵はその右下方の破線 $N_I(2')$ で、残存1次疵は破線 $N_I(5')$ で表される。

$$N_I(2') = 0.2895 \left(\frac{L}{\delta}\right)^{-1.5} \dots\dots\dots (2')$$

$$N_I(5') = 0.2895 (L^{-1.5} - L^{1.5}) \dots\dots\dots (5')$$

点Q'とP'の間の領域は、点Q'までの積分値 (0.2895) と $N_D(4)$ の積分値の合計 $N_I(6')$ で表され、 L の減少とともに $0.2895 \times 2 = 0.579$ に漸近する。しかし、 $L = 1$ の境界との交点P'' ($N_{P''}$, (7') 式) に至ると残存1次疵、 $N_I(5')$ が加わるので、その左側で $N_I(8')$ に変わる。さらに L が減少すると、 $N_I(8')$ は上方より $N_I(1')$ に漸近する。

$$N_I(6') = 0.2895 \left\{ 2 - \left(\frac{L}{\delta}\right)^{1.5} \right\} \dots\dots\dots (6')$$

$$N_{P''} = 0.2895 \left\{ 2 - \left(\frac{L}{\delta}\right)^{1.5} \right\} \dots\dots\dots (7')$$

$$N_I(8') = 0.2895 \left[\left\{ 2 - \left(\frac{L}{\delta}\right)^{1.5} \right\} + (L^{-1.5} - L^{1.5}) \right] \dots\dots\dots (8')$$

δ が小さくなると、点Q'および $N_I(2')$ が左方に動く。これに伴って $N_I(6')$ も図上で同じ形のまま左方に移動し、交点P''は式(7')にしたがって下方に移動して点P'に近づく。

3・3 データの区間および累積頻度

Fig. 2 では1次疵の $N_I(1')/N_D(1)$ の比は0.2895で、 N_D は N_I より大きい。データにある区間頻度 N_i と累積頻度 N_c はそれぞれ N_D と N_I に対比して考えられるが、 $N_i < N_c$ である。この差について Fig. 3 により模式的に説明する。

通常のデータには疵長さの上限 L_u (図では $L/L_u = 1$) があり、この点から L の短い方に累計する。図の直線Aは N_D (連続関数) で、この左端に L_u がある。データの N_i は実際は左上がりの階段状 (不連続変化、離散型) で、各区間の中央値が直線A上にある。

$N_D(1)$ の分布を基にして、 $\log 1 \sim \log 10$ の区間を m 分割して $1/m$ の区間とする。このときの N_i の単純な累計 ΣN_i は、白丸 ($m = 10$) のように初めは急速に増大するが、 $L/L_u \sim 1/10$ 以下で直線Aに平行な直線Cになる。直線Cは m の増加とともに上方に移動し、(9)¹⁾ 近似式で表される。

$$\Sigma N_i / L_u = 0.633 + 0.253 m^{1.03} \dots\dots\dots (9)$$

ここで $m = 1$ のときに右辺が1より小さいのは、区間中央値を

Fig. 3 Schematic illustration showing mutual correlations among N_D (line A), N_I (line B), ΣN_i (broken lines C), and $\Sigma (N_i/m)$ (dot-bar lines D) as a function of L/L_u . L_u : the upper limit of L (assumed to be 1), N_i : interval frequency, m : the number of partitioned intervals between $\log(L = 10)$ and $\log 1$. White and black circles: initial stepwise increasing in ΣN_i and $\Sigma (N_i/m)$, respectively, for $m = 10$.

用いているためである。

一方、区間幅を含めた累計 $\Sigma (N_i/m)$ は、黒丸 (同) のように低い値から始まり、 L_u の $1/10$ 以下で直線Aに平行な直線Dになる。この直線は m の増加とともに下方に移動し、 $m \rightarrow \infty$ (区間幅 $\rightarrow 0$) のときに直線B、すなわち $N_I(1')$ と同じになる。

Fig. 3 は模式化した場合で、実際のデータは次の点で異なる。

① L_u に近い疵は、検査目的により、各疵 (疵1個) の長さが記録される場合 (データセットA, B) と区間頻度の場合 (同E) がある。前者は単独の疵1個の頻度、または単純な累積頻度として整理されることが多い (6・3参照)。

② 疵数がある程度増えると、いずれも区間頻度になる。このときの区間幅は便宜的であり、等差的な区分が多い。

③ 区間頻度より単純な累積頻度を求めることができるが、Fig. 3 が示すように区間幅により累積頻度が異なる。

④ 2次疵の解析には1次疵の分布を知る必要があるが、一般に短い疵の観察は省略される傾向があり、1次疵の分布についてのデータが少ない。

①と②はデータの中に単独の疵頻度と区間幅が一定でない N_i が混ざっていることになり、③と④はフラクタル分布の解析とデータ相互の比較を困難にしている。

③については、ここで用いたデータセットAの m はほぼ2~4の範囲にある。この平均を3とすると N_c は $N_D(1)$ のほぼ1.4倍になる。 $L \leq 1$ のときの N_c を Fig. 2 の点線 $N_c(m = 3)$ で示した。

この $N_c(m = 3)$ の L による変化は、 $L < 1$, $1 \leq L \leq \delta$, $\delta \leq L$ の各領域にてそれぞれ $N_I(8')$, $N_I(6')$, および $N_I(2')$ に準じるが、これらは図では省略した。

以上の検討を含めた上で、単独の長い疵はその L における頻度として区間頻度 N_i に含め、上記の単純な累計 ΣN_i を累計頻度 N_c とした。

Fig. 1 の1次疵の $N (= N_c)$ の分布は観察の上限、1,000 mm

まではほぼ直線である。これは上記の1.4の変動がデータのバラツキより小さいためであろう。地震の N_i のフラクタル分布⁴⁾は $m \sim 9$ (ほぼ等比区分)で、上限まではほぼ直線である。一方、Fig. 1の2次疵(点線)では、Fig. 3の黒丸に類似した累計の初めの増大が認められる。

4. データ

この解析では、前報¹⁾で用いた2つの操業データ(データセットA, B)に、普通鋼および合金鋼のスラブの不良率に関する操業データ(データセットE)を追加した。

データセットA, Bは普通鋼, C: 0.09 ~ 0.17 wt-%で、いずれもヒート単位(一部はスラブ1枚の上下面別の観察)の縦疵の単独頻度および区間頻度である(詳細は前報¹⁾)。区間幅はまちまちで、ヒート単位ではスラブ上下面の区別が明らかでない。

データセットEは鋼種によりE-1: 普通鋼, E-2: Nb合金鋼, E-3: V合金鋼, およびE-4: Nb, V合金鋼に分けた。合金成分はいずれも0.03%以下である。スラブ観察で疵が見出されたときにその最大の長さを500以下, 500 ~ 1,000, 1,000 mm以上に区分し、ヒート単位、ストランド別(1および2)に不良スラブ数を集計したデータである。ここではヒストグラム作成の便宜

上、Fig. 1を参考にして長さの上下限を設け、100 ~ 500, 500 ~ 1,000, 1,000 ~ 2,000 mmとした。各区間の不良スラブ(scrap slabs)の数とヒートの全スラブ数より不良率-%SSを求めた。

これらのデータセットは実操業データであるため、疵頻度、不良率、合金組成などの数値、その他を明らかにすることはできない。解析の図は $\log 1 \sim \log 10$ の幅を示した相対値とし、総括的なFig. 10ではFig. 1の累積頻度(目安値)を基準とした。図はすべて両対数グラフで、図形の相似性がある。

5. データ解析結果

5・1 データセットAおよびB

データセットA中の2次成長のあるデータをA-1 ~ 7に区別しこれにデータセットB(2例中の1例)を加えて、Fig. 2に準じたFig. 4-1 ~ 8に結果を示した。これらのデータの長い疵はそれぞれの L と頻度がはっきりしているので N_i (●印、実線)として取り扱い、 N_c (○印、破線)とともに図示した。

Fig. 4-1(データA-1)内の測定点は3個で、他の点は左上方の図の外(破線の延長上)にある。最も長い点(●)と次の点をそれぞれ $N_D(2)$ および $N_D(4)$ の直線の上に乗せると、第3の点は残存1次疵の分布を示す $N_D(5)$ (点線)の近くにある。Fig.

Fig. 4-1

Fig. 4-2

Fig. 4-3

Fig. 4-4

Fig. 4-5

Fig. 4-6

Fig. 4-7

Fig. 4-8

Fig. 4 Analyses of Data sets A (Fig. 4-1 to 7) and B (Fig. 4-8)

Fig. 4-6 and 7: observations of the upper and lower faces of one slab, respectively, ● and solid lines: interval frequency, ○ and broken curves: cumulative frequency (ΣN_i), dotted curve: distribution of the residual primary cracks. Symbols: see Fig. 2.

4-2 (A-2) には4点あるが、左端と次の点を $N_D(2)$ の両側に配置すると、第3、4の点はそれぞれ $N_D(4)$ と $N_D(5)$ に近い。Fig. 4-3 (A-3) では、右端の点を Q 点とすると右側の2点はほぼ $N_D(5)$ に沿って並んでいる。この図では左上方に○が多い。これらの点は区間が狭いので、左端の●で代表した。

Fig. 4-4 (A-4) では右端と次の点が接近しているの、これらの間に点 Q があるとすると、第3の点は $N_D(5)$ の近くにある。Fig. 4-5 (A-5) では右方に上下に離れた点が2点あり、その間に $N_D(2)$ があるとすると、第3の点は $N_D(4)$ の近くにある。

データ A-6 と 7 は1個のスラブの上下面の疵を観察したデータである。上面の Fig. 4-6 (A-6) は Fig. 4-1 と類似しているが、 δ が小さい。このため、 N_c を用いた前回の解析では見落としていた。下面の Fig. 4-7 (A-7) は、右端の●の δ が著しく大きく、また同じレベルに次の点がある。他の図と同じようにこれらの点から点 Q を決めると、 L_c は残存1次疵の分布の上限より短くなる。このため例外として、右側の2点を結ぶ水平線と $N_D(1)$ の交点を点 P とすると、左方の3点は $N_D(5)$ に沿って並ぶ。

Fig. 4-6 と 7 を比べると、スラブ上面と下面の2次成長が著しく異なることを示唆する。上下面別の観察には他に1例がある。このデータでは、上面には疵は認められず下面のみに A-7 とほぼ同じ長さの疵があったが、Fig. 4-7 とほぼ同じなので省略した (Fig. 7¹⁾ 参照)。

Fig. 4-8 (B) はデータセット B の一部である (Fig. 1 参照)。この2次成長は、 L_c が著しく大きく δ が小さい特徴がある。

以上の結果を L を用いて整理した結果が Fig. 5 である (データ A-7 の右2点は除き、残存1次疵、2次疵の区別のできない2点は重複)。図の左半分は残存1次疵で、全体として $N_D(5)$ の曲線に沿って分布している。右半分は成長した2次疵の分布で、各データの δ が異なるため逆 V 型の頂点 Q を $L = \delta$ として揃えた結果である。

Fig. 4-1 ~ 8 の点 Q の決め方は便宜的にみえるが、図のようにパラッキを含めて全体として見ると、2次成長の概要をこのモデルで説明できる。またこの解析により、操業上は問題にならない短い1次疵の分布が明らかでないと、2次疵の解析は困難であることが分かる。

5・2 データセット E

データ E-1 ~ 4 のストランド (Str.) 別の %SS と L の区間の関係をヒストグラムで表したのが Fig. 6 ~ 9 である。図示のように分布の形はさまざまで、右下がりが多いが水平や右上がりも

Fig. 5 Distributions of the secondary cracks after growth (the right-hand half) and the residual primary cracks (the left-hand half), in response to Fig. 2. Point Q: various values of δ are shown by $L = \delta$.

ある。

区間の幅に大小があるため、ここでは N_c を用い○印と破線で示した。累計の初めの右端の区間は、単独の疵頻度が多く分布に偏りがあるので、○の位置はその区間内で動かすことができるとした。第2の区間以後は、 N_c は区間の左端にある。

N_c による解析は、まず Fig. 2 を基本とした図形とデータを重ね合わせて L_c と δ の概略値を求める。次に計算により数値を確認するが、ここでは区間数が少ないので精度の高い値は望めない。

$L = 100$ mm の N_c は Nb 合金鋼, Str. 2 を除くと平均値 (図の Av.) の $\pm 20\%$ 以内で、全体として安定した操業と思われる。Fig. 6 の普通鋼は、Str. 1 の L_c が 110 mm, δ が 4.5 であるのに対し Str. 2 はそれぞれ 230 mm, 2.2 で、両者の間には L_c と δ で逆になったほぼ2倍の差が認められる。他方、Fig. 7 の Nb 合金鋼ではストランドの間に Fig. 6 と逆の差がある。もし熔鋼の条件に差がなければ、これらの結果はストランドによって、すなわち装置の条件によって2次成長が著しく変わることを示唆する。Fig. 8 の V 合金鋼および Fig. 9 の Nb, V 合金鋼は Str. 2 のみである。V 合金鋼では2次成長は認められず、一方 Nb, V 合金鋼の δ はこれらのデータの中で最も大きい値であった。

以上のように、不良率のデータからも2次成長の解析は可能と思われる。この解析結果はストランド間にかかりの差があることを示している。なお解析をより確実にするために、区間の幅を狭くし全体を等比で揃えることが望ましい。

Fig. 6 Analysis of Data E-1 (carbon steel), str. 1 and 2. %SS: percentage of scrap slabs/total slabs, ○ and broken line: cumulative frequency, Av.: average value of %SS at $L = 100$ mm, except for Data E-2, str. 2. Points P' and Q': see Fig. 2.

Fig. 7 Analysis of Data E-2 (Nb alloy steel), str. 1 and 2 (refer to Fig. 6).

Fig. 8 Analysis of Data E-3 (V alloy steel), str. 2. The secondary growth was not found (refer to Fig. 6).

Fig. 9 Analysis of Data E-4 (Nb, V alloy steel), str. 2 (refer to Fig. 6).

Fig. 10 Summary illustration of the secondary growth, showing variations in N_i of L_c , δL_c , and L_u for all data. Constitution of figure: shown in the small box. %SS in Figs. 6 to 9 are converted into N_i .

6. 検 討

2次成長のデータは、もともと数が少ないので解析結果の検討には問題が多いが、これは与えられた条件として検討を試みる。

6・1 モデルについて

このモデルの特徴は、2次成長が始まる条件として1次疵の長さに係わる確率を考えた仮定1である。この仮定はデータセットA, Bの解析による2次疵の逆V型の分布と残存1次疵の分布 (Fig. 5) によって、概略であるが検証することができた。不良率で記録されたデータの解析は、データが粗いため正確さに欠けるがモデルとの間に矛盾はなく、またここで得られた L_c , δ とデータセットA, Bの L_c , δ とは整合性がある (6・2参照)。もし、ある L_c 以上の1次疵がすべて成長しそれ以下の疵が残ると仮定すると、Fig. 2で点Qの右側のみに2次疵が認められ点PとQの間は空白になる。また残存1次疵は点Pのレベル以下では認められないはずである。

スラブ下面の δ の大きい2次疵 (データA-7, 他に1例) は、このモデルでは説明できないが、残存1次疵の分布は他のデータと同じである。したがってこのデータの2次成長の開始は仮定1に従うが、成長する過程が他のデータと異なると考えられる。

2次成長が始まる確率は L^3 に比例するとしているので、この比例係数がどのような操業条件によって決まるのか、に興味がある。Fig. 6でストランド間に L_c の2倍の差があることが判明したが、これは比例係数に8倍の差があることになる。しかし、ここで用いたデータセットは疵頻度の分布のみであり、この差の原因について検討できる資料はない。

%Cおよび熔鋼温度と不良率との関係については、別のデータセット (普通鋼, 0.05 ~ 0.40 %C) を用いて解析した。その結果不良率には2種類あり、その1つは熔鋼温度に関係しないほぼ一定の不良率である。これは連铸後の圧延で多く認められ、連铸時には少ない。他の1つは熔鋼温度により不良率が変わる。 %Cが同じであればこの変化はV型を示し、ある温度で最小値を与える。この最小不良率の熔鋼温度とFe-C系の状態図の液相線の温度との差は、0.1 %Cのときは20℃であるが0.40 %Cではほぼ7℃に低下する。また最小点の温度から数℃離れると、不良率が10倍に増加することがある⁵⁾。

不良スラブがすべて2次疵とはいえないが、上記の結果はモデル付近で発生した1次疵に、2次成長に関わる要因、例えば P_G が記憶されていることを示唆する。しかしこのデータセットは

Symbol	①~⑤	⊥ T TT	⑧	△ ▲ ▽ ▼ ■
Dataset	A-1~5	6 7 *	B E-Str.	1 2 4
Fig.	4-1~5	6 7 *	8	5 6 8
Face		uf lf lf		

uf: upper face, lf: lower face, *: the same as Fig. 4-7 (omitted).

ヒート単位の不良スラブの有無をチャージ単位にまとめたもので、これから2次成長を求めることはできなかった。したがって L_c の変化の原因については、今後のデータの蓄積、検討に従いたい。

6・2 L_c と δ の関係

各データの点PおよびQを L と N_i の図にまとめたのがFig. 10である (点の表示は図中の小枠参照)。スラブの上, 下面別のデータは図中の記号で区別し、 δ の長さを水平破線で示した。データセットEは解析には N_c を用いたが、図を簡略にするためこれに対応する N_i で記入し、疵長さの上限 L_u はヒストグラムによる概略値を用いた。なお、 N_i の目盛りは目安値である。

L_c に対応する点Pは区間頻度を示す直線 N_i の上にある。点Qの位置はスラブ下面の2例を含めて垂直破線I (ほぼ1,000 mm) の近くにあることが多い。2次成長後の L_u は1,000 ~ 2,000 mmの範囲にあるが、 L_c が長くなるのとともに長くなる傾向がある。

データA-6 (スラブ上面) とA-5は δ が小さく、これらとデータBを結ぶと左方の破線IIに沿っている。データセットEの点Pは L の100 mm付近に多く、点Qはほぼ600 mmの垂直破線IIIの近くにある。この破線IIIの L が破線Iより短いことと、このデータ全体としては頻度が高い所にまとまっていることは、データ採取の差によると思われる。

Fig. 10で点Qが垂直破線Iの近くあることは、 δ は L_c に反比例することを示している。この関係は前報¹⁾ (Fig. 8参照) で指摘されたが、前回はスラブの上面の短い疵 (データA-6) を見落としていたこと、臨界長さ、成長率の定義を変えたことにより、Fig. 11で再検討した。図中の破線I ~ IIIはそれぞれFig. 10の破線I ~ IIIに対応する。破線IとIIIの勾配はいずれもほぼ-1で、上記の指摘と一致している。

一方、 δ が小さいスラブ上面のデータとデータA-5の2点は破線IIの近くにある。これらの点と右方にある3点をバラツキを含めて眺めると、水平破線IVで表すことができる。

Fig. 11 Correlation between L_c and δ .
Symbols and broken lines : see Fig. 10.

スラブ上下面別の観察データが少ない点に問題はあるが Fig. 11 の結果は、2 次成長には 2 種類の異なる成長過程があることを示唆する。その 1 つ、過程 A (破線 I, III) は、これにより成長した 2 次疵の δL_c はほぼ一定である。この過程は、スラブの移動に伴う持続的な応力が加わる間のみ成長が続く場合であろう。

他の 1 つ、過程 B (破線 IV) は、 L_c の大小にかかわらず δ はほぼ一定 δ で、その値はおおよそ 2 (データ: 1.4 ~ 2.5) である。この過程は 1 次疵に作用する応力が一時的で、歪が解放されると成長がとまる場合と思われる。

過程 A はスラブ下面のデータ (Fig. 4-7) を含み、過程 B はスラブ上面のデータ (Fig. 4-6) を含む。前者の図は例外として右端の●を点 Q としたが、第 2 の点の δ の位置は後者の図の δ とほぼ同じである。この第 2 の点に意味があるのか偶然かはデータでは判断できないが、もし意味があるとすれば過程 A と過程 B が同時に起こったことになる。これは 1 つの疵の成長は δ であるが、疵の密度が高いと相互に連結する可能性を示唆する。図では 5 倍の長さであるが、これは 2, 3 個の 1 次疵の連結になる。

1 次疵は主にモールド内の溶鋼の凝固、すなわちスラブ生成時に発生する¹⁾。この生成時に 2 次疵発生率の確率などが 1 次疵に記憶されている可能性がある。2 次疵は下流の弯曲部で発生、成長すると考えられる¹⁾。この弯曲部ではさまざまな内部、外部応力、例えば冷却による表面収縮、弯曲部の曲率、上下のロールからスラブに加わる力などが作用し、通常スラブ下面の方が上面より疵が多いといわれている。

疵の発生、成長については以前より力学的モデルがある。しかしこのモデルによって、1 次疵のフラクタル分布が予測されたことはない。また、疵そのものに 1 次疵と 2 次疵の 2 種類が見出されたので、1 次疵の成因も含めてそれぞれに適応した力学的モデルが必要と思われる。

6・3 標準化係数と 2 次成長

6・1 で述べたように操業条件と 2 次成長との関係に興味があるが、ここで用いた資料は主に疵頻度のデータで操業条件についての記録は少ない。データ解析の際に得られる標準化係数 γ ¹⁾ が唯一の操業条件の影響を示すパラメータであるが、これも操業条件との具体的な関係は不明である。それはそれとして、 L_c および 2 次成長の観察頻度と γ との関係を調べたのが Fig. 12 である。

図中のデータセット A の γ は、ほぼ 1.5 ~ 0.3 のグループ 1 と、やや離れた 0.1 ~ 0.02 のグループ 2 に分けられる。上図の L_c と γ の関係は、グループ 1 ではスラブ上下面と製造機種の違いを含めて L_c に及ぼす γ の影響は認められない。一方、グループ 2 では L_c は γ により変化しその関係は図中の直線で表され、その勾

Fig. 12 Correlations between L_c (the upper half) and % of troubled heats due to crack growth (the lower half), and the normalizing coefficient: γ .
Ratio attached to the bar : (troubled heats)/(total heats).
Symbols : see Fig. 10.

配は -1.6 である。 δ と γ の関係は省略したが、ほぼ上下逆の関係があり、その直線の勾配は 1.4 である。これらの直線は、結果として γ とは関係なく δL_c が一定であることを示している。

データには 2 次成長が認められないヒートが含まれている。グループ 1 の左側にはデータは 2 例あるが、2 次成長がないための空白である。2 次成長が認められる割合について、各グループを 2 つに分け、(2 次成長の認められたヒート数)/(全ヒート数)の比と、これより求めた γ と γ との関係を下図に示した。このヒストグラムの左半分では、 γ の低下とともに 2 次成長が発生する割合が急激に増加する傾向が認められる。一方、 γ がほぼ 1 のときは両データセットともに 2 ヒート中に 1 例があり、大雑把にみると 50 % になる。ただしこの値はヒート単位であって、そのすべてのスラブが 2 次成長するわけではない。したがって、スラブ単位の発生率はかなり低い値であろう。

データの中から拾い上げることができた γ の影響は以上の 2 件である。標準化の操作は L を変えずに頻度のプロット全体を平行に移動させるので、 L_c 、 δ および δL_c と γ との間には直接の関係はない。Fig. 12 中のグループ 2 の 4 点から L_c (あるいは δ) と γ との関係を判断するのは困難である。また、このグループ 2 には次の問題がある。

γ の値が低いことはデータの疵頻度が高いことであるが、グループ 2 のようにグループ 1 の数十倍の疵頻度の差は実際問題として考えにくい。この原因として、データの採取、記録法が異なることと、プロセス開発の試験的な操業、が考えられる。試験操業では短期間にさまざまな条件を変えて実施するので、予想外の結果がでることもある。他方、グループ 1 の γ の値は連铸機種が異なるにも拘らず両データセットともに 1 に近いので、かなり安定した操業であろう。このときのデータはグループ 2 と異なっており安定操業中の品質管理のデータに近い。

7. 結 論

前報¹⁾にて、製鋼連铸スラブの表面縦疵の疵長さとの頻度の分布が、基本的にはフラクタル分布に従うが、この分布よりさらに長い疵 (2 次成長した疵) があることが判明した。この 2 次成長の実態を、モデルを用いて解析することを試みた。

このモデルは、2 次成長が始まる確率過程、仮定 1 と、これに続いて、2 次成長が進行する過程 (疵長さの増大)、仮定 2 の 2

つの仮定を含む。仮定1は、地震発生の確率を参考として、2次成長が始まる確率は疵長さの3乗、すなわち歪みエネルギーに比例するとした。確率=1が疵の臨界長さを与える。これによって成長後の2次疵は確率1と1以下に区分され、また残存1次疵の分布が決まる。また、臨界長さにおける成長後/成長前の長さの比、成長率を定義できる。仮定2は、ヒート単位の場合は疵の長短に関係なく成長率は同じであるとした。この成長率は操業条件や鑄造機種によって値が異なる。これらの仮定より無次元長さ=疵長さ/臨界長さを用いて2次疵および残存1次疵の区間および累積頻度の分布を計算、整理した。

上記の分布を基にして、前報のデータセットA、Bと、追加した合金鋼のスラブ不良率のデータセットEを解析した。その結果、次のことが判明した。

1. データセットA、Bでは、成長した2次疵と残存1次疵の分布は、このモデルによってほぼ説明することができた。データセットEは区間が粗いため精度は低い、モデルと矛盾することはない。

2. データセットA、BとEは、データの採取法が異なるにも拘らず、両者ともに臨界長さと成長率の積がほぼ一定である関係が認められた。

3. 前項で得られた臨界長さと成長率の関係から、2次成長には2種類あると推定された。その1つ(A)は臨界長さと成長率の積がほぼ一定で、スラブ下面のデータを含む。他の1つ(B)は成長率が一定(ほぼ2倍)で、スラブ上面のデータを含む。Aの場合は臨界長さが短いときは成長率は10以上になるが、臨界長さが長くなると成長率は低下しBと区別できなくなる。

4. 以上の結果について標準化係数の影響を調べた。この係数が著しく低い(疵頻度が多い)データで、臨界長さおよび2次成長の発生率とこの係数の間に相関が認められたが、確認に至らなかった。

謝辞 この解析は実操業データを基にしたものであり、貴重

なデータを提供して頂いた2社に謝意を表する。

Nomenclature

L	length of surface crack	(mm)
L_c	critical length	(mm)
L_u	upper limit of L in data	(mm)
L	dimensionless crack length, L/L_c for simulation	(—)
m	number of partitioned intervals between log ($L = 10$) and log 1 for simulation	(—)
N_c	cumulative frequency, ΣN_i	(m^{-2})
N_i	interval frequency including frequency of isolated long crack in one heat	(m^{-2})
N	normalized cumulative frequency, in Fig. 1	(m^{-2})
N_D	continuous distribution function of cracks, $N_D = L^{-1.5}$, for simulation (m^{-2}). $N_D(X)$ in fig's. corresponds to Eq. (X).	
N_I	integral function of N_D from $L = \infty$ to L for simulation (m^{-2}). $N_I(X')$ in fig's. corresponds to Eq. (X').	
$N_{P''}$	N_I at Point P'', in Fig. 2	(m^{-2})
P_G	probability of crack growth (—), assumed to be proportional to L^3 and $P_G = 1$ at $L = 1$ for simulation	
%-SS	percentage of scrap slabs/total slabs	(%)
γ	normalizing coefficient	(—)
δ	degree of crack growth (—), assumed to be constant regardless of L for one heat, for simulation	
δ_0	the lowest value of δ , about 2	(—)

引用文献

- 1) Kametani, H.: Metall. Trans. B, Vol. 29 B, p. 1261–1267, (1998)
- 2) Ishimoto, M. and Ikeda, K.: Bul. Earthq., Vol. 17, p. 443, (1939)
- 3) Tsuboi, Ch.: J. Phys. Earth., Vol. 4, p. 63, (1959)
- 4) 竹内 均・水谷 仁: 科学, Vol. 38, p. 622–624, (1968), 岩波書店(解説)
- 5) 亀谷 博: 資源・素材 '99 春季大会発表, No. 3115, p. 173