論文

改良 4 次元ネットワーク緩和法を用いた露天掘鉱山の
最適生産規模と生産計画*

茂 木 源 人¹ 安 達 毅²
赤 池 敦 史³ 山 富 二 郎⁴

Optimum Production Scale and Scheduling of Open Pit Mines Using Revised 4-D Network Relaxation Method

by Gento MOGI^a, Tsuyoshi ADACHI^a, Atsushi AKAIKE^b and Jiro YAMATOMI^a

a. Graduate School of Engineering, The University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo 113-8656, Japan

b. McKinsey and Company Inc. Japan

Although the general production scheduling problem, which seeks to maximize the NPV of a cash flow of a multi-period open pit mine development project, can be formulated as an IP problem, it can virtually not be solved by ordinary PCs. Therefore, the 4-D network relaxation method, in which production capacity constraints will be relaxed by a Lagrangian multiplier method so that the problem can be solved by LG method or Max-Flow method and in combination with a subgradient method iteratively converged to the optimum solution, has been developed. Akaike (1999) proposed a new 4-D network relaxation method, in which the processing method of each block will also be optimized, and further revised it to decrease the possibility of gap problem generation.

The algorithm to obtain the optimum production scale and the production schedule at the scale, using this revised 4-D network relaxation method, is proposed. Case study on a North American gold deposit apparently showed an influence of the discount rate on the optimum production scale. It took two and a half days approximately to solve a 5 period (10 years) project scheduling problem for an ore body model with 129,500 blocks.

KEY WORDS : Maximizing NPV, Production Scheduling, Optimum Production Scale, Subgradient Method, 4-D Network Relaxation Method, Gap Problem

1. 結 言

露天掘による鉱山開発においては、対象となる範囲のブロックモデルにおいて、ピット斜面の最大許容傾斜角を制約条件とし、ディスカウントレートをゼロとした上で収益を最大化する掘削ブロック群（最終ピット形状）を求めるアルゴリズムが数多く提案されており、このようにして得られたピット形状を最適最終ピットと称している。中でも Lerchs と Grossmann によるグラフ理論を用いたアルゴリズム (LG 法)¹⁾ と、それを改良し、計算時間を短縮した Zhao と Kim のアルゴリズム²⁾、あるいは、Johnson と Barnes によるネットワークフローを用いたアルゴリズム (Max-Flow 法)³⁾ などが、PC 上で現実的な規模のモデルの最適解が求められるアルゴリズムとして有名である。

一方、実際の鉱山の操業においては、ピット斜面の傾斜角以外にも、一期当たりの総掘削量（採鉱設備容量制約）、鉱石生産量（選鉱受け入れ容量制約）等の制約があり、開発プロジェクトは通常多期間にわたる。多期間プロジェクトには常に政治的、経済的リスクが伴うため、その評価を行う際には適切なディスカウント

レートを設定する必要がある。このような多期間プロジェクトの各期の生産を規定し、キャッシュフローの NPV (Net Present Value: 正味現在価) 最大化を試みるのがプロダクションスケジューリングと呼ばれる問題である。これには様々なアプローチがあるが、現在商用ソフトなどで用いられているアルゴリズムは、ほとんどが最適最終ピット形状問題を発展させた発見的 (heuristic) 手法である。

一般的にプロダクションスケジューリング問題は IP 問題として定式化できるが、そのままでは通常の PC で現実的なモデルを解くことはできない。そこで LG 法や Max-Flow 法により解けるような形にするため、生産量制約をラグランジュ乗数法で緩和し、さらに劣勾配法を用いてラグランジュ乗数を変化させながらこの緩和問題を繰り返し解き、原問題の最適解に収束させる 4 次元ネットワーク緩和法が提案されている⁴⁾。赤池は、個々のブロックがいつ掘削されるべきかのみならず、どのように処理されるべきかをも含めて最適化する独自の 4 次元ネットワーク緩和法を開発し、さらに実行可能解が得られないことに起因するギャップ問題を緩和すべく改良された改良 4 次元ネットワーク緩和法を提案している⁵⁾。ブロックの処理法は通常、鉱石処理、ズリ処理の 2 通りであるが、ここでは個々のブロックに、処理方法に応じた複数の経済価値を持たせることにより、リーチングのような通常の選鉱処理とは異なる鉱石処理も選択対象とすることが可能である。

本研究では、個々の生産規模に応じたブロック経済価値を持つ、

* 2001 年 1 月 25 日受付 4 月 6 日受理

1. 正会員 工博 東京大学助教授 大学院工学系研究科

2. 正会員 東京大学助手 大学院工学系研究科

3. Ph. D. マッキンゼー・アンド・カンパニー・インク・ジャパン

4. 正会員 工博 東京大学教授 大学院工学系研究科

[著者連絡先] FAX 03-5841-7035 (東大・地球システム)

キーワード: NPV 最大化, プロダクションスケジューリング, 最適生産規模, 劣勾配法, 4 次元ネットワーク緩和法, ギャップ問題

それぞれのグラフ (4 次元ネットワーク) の最大閉包 (Maximum Closure) に含まれるブロック価値の総和, つまり個々の規模に応じた最適プロダクションスケジューリングにおける利益のNPVから, 初期投資額を差し引いた, 個々の生産規模に応じたプロジェクトNPVを比較することにより, 露天掘りプロジェクトの最適規模及び, その際の最適プロダクションスケジューリングを求める方法を提案する。

2. プロダクションスケジューリング問題の定式化

2・1 記号

n : ブロック番号 ($n=1, \dots, n_{\max}$)

$n_{\max}$: 総ブロック数

b_n : n 番目のブロック

g_n : b_n の品位

m : ブロックの処理方法インデックス

$m_{\max}$: 処理方法の種類

c_{mn}^t : t 期において採掘され処理方法 m で処理された場合のブロック b_n の経済価値

x_{mn}^t : ブロック b_n が t 期に処理方法 m で採掘される場合 $x_{mn}^t = 1$, そうでない場合 $x_{mn}^t = 0$

Γ_n : ピットの壁面傾斜角度制約を満たす, b_n の上載ブロックの集合。つまり, b_n を採掘するまでに取り除かれていなければならないブロックの集合。

u_n : Γ_n に含まれるブロックの数

Z : 目的関数

N_p : 処理方法 p で採掘されるブロックのブロック番号の集合

λ_p^t : t 期に処理方法 p で採掘する際の採掘量制約に関するラグランジュ乗数

2・2 整数計画法による定式化

ここではまず, t 期における処理方法 p の採掘量に v_p^t という制約がある場合のプロダクションスケジューリング問題をIP問題として定式化し, これを主問題 (primal problem) Max Z_p とする。

$$\text{Max } Z_p = \sum_t \sum_m \sum_n c_{mn}^t x_{mn}^t \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{s=1}^t \sum_m x_{mj}^s - \sum_{s=1}^t \sum_m x_{mn}^s \geq 0 \quad \text{for } \forall n, \forall t, \forall j \in \Gamma_n \quad (\text{幾何学的制約条件})$$

$$\sum_t \sum_m x_{mn}^t \leq 1 \quad \text{for } \forall n \quad (\text{採掘回数制約})$$

$$\sum_n x_{pn}^t \leq v_p^t \quad \text{for } \forall t \quad (\text{採掘量制約})$$

$$x_{mn}^t = \{0, 1\} \quad \text{for } \forall m, \forall n, \forall t$$

2・3 幾何学的制約式の統合

幾何学的制約式によって, 任意のブロック b_n が採掘されるまでに採掘されていなければならない u_n 個のブロックからなる上載ブロック群が規定される。つまり, これによりピットの壁面傾斜角が規定される。

任意のブロック b_n に対する t 期における幾何学的制約条件式は u_n 個ある。これを書き下すと

$$\sum_{s=1}^t \sum_m x_{mj_1}^s - \sum_{s=1}^t \sum_m x_{mn}^s \geq 0 \quad \text{for } \forall t$$

$$\sum_{s=1}^t \sum_m x_{mj_2}^s - \sum_{s=1}^t \sum_m x_{mn}^s \geq 0 \quad \text{for } \forall t$$

$$\vdots$$

$$\sum_{s=1}^t \sum_m x_{mj_{u_n}}^s - \sum_{s=1}^t \sum_m x_{mn}^s \geq 0 \quad \text{for } \forall t$$

となる。これらの制約条件式が実質的な意味を持つのはあるブロック b_n が掘削されるとき, つまり, $x_{mn}^t = 1$ のときだけなので, これらの式を足し合わせた,

$$\sum_{s=1}^t \sum_m \sum_{j \in \Gamma_n} x_{mj}^s - u_n \sum_{s=1}^t \sum_m x_{mn}^s \geq 0$$

を満たせばよい。

3. ラグランジュ緩和法と劣勾配法の適用

3・1 採掘量制約の緩和と劣勾配法

式 (1) で定式化される実規模の IP 問題は大きすぎて PC レベルでは実質的に解けない。このため, この問題の採掘量制約を緩和し, LG 法や Max-Flow 法により解ける形にした上で, 劣勾配法を適用して収束解を求めるのが現実的である。

採掘量制約を, ラグランジュ乗数 λ_p^t を用いて緩和し, 次式のよう緩和問題 (relaxed problem) Max Z_{RP} として定式化する。

$$\text{Max } Z_{RP} = \sum_t \sum_m \sum_n c_{mn}^t x_{mn}^t + \sum_t \lambda_p^t \left(v_p^t - \sum_{n \in N_p} x_{pn}^t \right) \quad \dots (2)$$

$$\text{s.t. } \sum_{s=1}^t \sum_m \sum_{j \in \Gamma_n} x_{mj}^s - u_n \sum_{s=1}^t \sum_m x_{mn}^s \geq 0 \quad \text{for } \forall n \quad \forall t$$

$$\sum_t \sum_m x_{mn}^t \leq 1 \quad \text{for } \forall n$$

$$x_{mn}^t = 0 \text{ or } 1 \quad \text{for } \forall m \quad \forall n \quad \forall t$$

処理方法 p に着目して目的関数を変形することにより式 (2) の目的関数は次のように書き換えることができる。

$$\text{MAX } Z_{RP} = \sum_t \sum_{n \in N_p} \sum_n c_{mn}^t x_{mn}^t + \sum_t \sum_n (c_{pn}^t - \lambda_p^t) x_{pn}^t + \sum_t \lambda_p^t v_p^t \quad \dots (3)$$

式 (3) の最後の項は定数であり, 目的関数の最大化という観点からは無視することができる。

この式 (1) と式 (3) とによる相対問題に対して劣勾配法を適用する。この際, $k+1$ 回目のラグランジュ乗数は式 (4) により決定される。

$$\lambda_p^{t(k+1)} = \text{Max} \left\{ 0, \lambda_p^{t(k)} - t_k \left(v_p^t - \sum_{n \in N_p} x_{pn}^{t(k)} \right) \right\} \quad \text{for } \forall t \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで, ステップ幅 t_k は

$$t_k = \gamma_k \cdot \frac{Z_{RP}^{(k)} - Z_p^*}{\sum_t \left(v_p^t - \sum_{n \in N_p} x_{pn}^{t(k)} \right)^2}$$

ただし, γ_k は $0 < \gamma_k < 2$ の係数, Z_p^* は, それまでに得られている主問題のもっともよい解である。一般的には, 反復回数の増大とともに γ_k を減少させていくのがよいとされている。主問題の最適解は, この相対問題が収束した際に得られる。

3・2 目的関数の変数変換

緩和問題を LG 法や Max-Flow 法により解ける形にするために, まず目的関数の変数変換を行う。前出の理由から式 (3) の定数項を無視し, $\hat{c}_{mn}^t$ を, 処理方法 p の場合 $\hat{c}_{mn}^t = (c_{mn}^t - \lambda_p^t)$, それ以外の場合, $\hat{c}_{mn}^t = c_{mn}^t$ となるように定義すると, 式 (3) の緩和問題は式 (5) のように表される。

$$\text{MAX } Z_{RP} = \sum_t \sum_m \sum_n \hat{c}_{mn}^t x_{mn}^t \quad \dots\dots\dots (5)$$

また, 新たな 2 値変数 $\bar{x}_{mn}^t$ を,

$$\bar{x}_{mn}^t = \sum_{s=1}^{t-1} \sum_m x_{mn}^s + \sum_{l=1}^m x_{ln}^t \quad \dots\dots\dots (6)$$

のように定義すると,

$$\begin{aligned}\bar{x}_{1n}^1 &= x_{1n}^1 \\ \bar{x}_{2n}^1 &= \bar{x}_{1n}^1 + x_{2n}^1 \\ &\vdots \\ \bar{x}_{mn}^1 &= \bar{x}_{m-1,n}^1 + x_{mn}^1 \\ &\vdots \\ \bar{x}_{1n}^t &= \bar{x}_{m_{\max},n}^{t-1} + x_{1n}^t \\ &\vdots \\ \bar{x}_{mn}^t &= \bar{x}_{m-1,n}^t + x_{mn}^t\end{aligned}$$

となるので、式 (5) の x_{mn}^t を $\bar{x}_{mn}^t$ に置き換えると、

$$\begin{aligned}Z_{RP} &= \sum_n \hat{c}_{1n}^1 \bar{x}_{1n}^1 + \sum_n \hat{c}_{2n}^1 (\bar{x}_{2n}^1 - \bar{x}_{1n}^1) + \cdots + \sum_n \hat{c}_{m_{\max},n}^1 (\bar{x}_{m_{\max},n}^1 - \bar{x}_{m_{\max}-1,n}^1) \\ &\quad + \sum_n \hat{c}_{1n}^2 (\bar{x}_{1n}^2 - \bar{x}_{m_{\max},n}^1) + \sum_n \hat{c}_{2n}^2 (\bar{x}_{2n}^2 - \bar{x}_{1n}^2) + \cdots + \sum_n \hat{c}_{m_{\max},n}^2 (\bar{x}_{m_{\max},n}^2 - \bar{x}_{m_{\max}-1,n}^2) \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \sum_n \hat{c}_{1n}^t (\bar{x}_{1n}^t - \bar{x}_{m_{\max},n}^{t-1}) + \sum_n \hat{c}_{2n}^t (\bar{x}_{2n}^t - \bar{x}_{1n}^t) + \cdots + \sum_n \hat{c}_{m_{\max},n}^t (\bar{x}_{m_{\max},n}^t - \bar{x}_{m_{\max}-1,n}^t) \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \sum_n \hat{c}_{1n}^{t_{\max}} (\bar{x}_{1n}^{t_{\max}} - \bar{x}_{m_{\max},n}^{t-1}) + \sum_n \hat{c}_{2n}^{t_{\max}} (\bar{x}_{2n}^{t_{\max}} - \bar{x}_{1n}^{t_{\max}}) + \cdots \\ &\quad + \sum_n \hat{c}_{m_{\max},n}^{t_{\max}} (\bar{x}_{m_{\max},n}^{t_{\max}} - \bar{x}_{m_{\max}-1,n}^{t_{\max}}) \\ \Leftrightarrow \\ Z_{RP} &= \sum_n (\hat{c}_{1n}^1 - \hat{c}_{2n}^1) \bar{x}_{1n}^1 + \sum_n (\hat{c}_{2n}^1 - \hat{c}_{3n}^1) \bar{x}_{2n}^1 + \cdots + \sum_n (\hat{c}_{m_{\max},n}^1 - \hat{c}_{1n}^2) \bar{x}_{m_{\max},n}^1 \\ &\quad + \sum_n (\hat{c}_{1n}^2 - \hat{c}_{2n}^2) \bar{x}_{1n}^2 + \sum_n (\hat{c}_{2n}^2 - \hat{c}_{3n}^2) \bar{x}_{2n}^2 + \cdots + \sum_n (\hat{c}_{m_{\max},n}^2 - \hat{c}_{1n}^3) \bar{x}_{m_{\max},n}^2 \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \sum_n (\hat{c}_{1n}^t - \hat{c}_{2n}^t) \bar{x}_{1n}^t + \sum_n (\hat{c}_{2n}^t - \hat{c}_{3n}^t) \bar{x}_{2n}^t + \cdots + \sum_n (\hat{c}_{m_{\max},n}^t - \hat{c}_{1n}^{t+1}) \bar{x}_{m_{\max},n}^t \\ &\quad \vdots \\ &\quad + \sum_n (\hat{c}_{1n}^{t_{\max}} - \hat{c}_{2n}^{t_{\max}}) \bar{x}_{1n}^{t_{\max}} + \sum_n (\hat{c}_{2n}^{t_{\max}} - \hat{c}_{3n}^{t_{\max}}) \bar{x}_{2n}^{t_{\max}} + \cdots + \sum_n \hat{c}_{m_{\max},n}^{t_{\max}} \bar{x}_{m_{\max},n}^{t_{\max}}\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}m < m_{\max} \text{ のとき } \quad \bar{c}_{mn}^t &= \hat{c}_{mn}^t - \hat{c}_{m+1,n}^t \\ m = m_{\max} \cap t < t_{\max} \text{ のとき } \quad \bar{c}_{m_{\max},n}^t &= \hat{c}_{m_{\max},n}^t - \hat{c}_{1n}^{t+1}\end{aligned}$$

その他のとき $\bar{c}_{m_{\max},n}^{t_{\max}} = \hat{c}_{m_{\max},n}^{t_{\max}}$

となるような係数 $\bar{c}_{mn}^t$ を導入すると、緩和問題は

$$\text{MAX } Z_{RP} = \sum_t \sum_m \sum_n \bar{c}_{mn}^t \bar{x}_{mn}^t \quad \dots \dots \dots (7)$$

と表される。

3・3 幾何学的制約式の変数変換

式 (6) から

$$\bar{x}_{m_{\max},n}^t = \sum_{s=1}^t \sum_{l=1}^{m_{\max}} \bar{x}_{ln}^s$$

が得られるので、幾何学的制約式も、

$$\sum_{j \in \Gamma_n} \bar{x}_{m_{\max},j}^t - u_n \cdot \bar{x}_{m_{\max},n}^t \geq 0 \quad \text{for } \forall n \quad \forall t$$

のように若干簡略化される。 $\bar{x}_{m_{\max},n}^t = 1$ は、ブロック b_n が t 期までに何らかの処理方法により採掘されていることを意味する。したがって、この制約式は、 t 期に任意のブロック b_n を採掘するためには、すべての上載ブロック $b_j \in \Gamma_n$ が、 t 期までに何らかの処理方法で採掘されていなければならないことを示す。

3・4 採掘回数制約式の変数変換

採掘回数制約は、新たな 2 値変数 $\bar{x}_{mn}^t$ を用いると、

$$\begin{aligned}\bar{x}_{mn}^t - \bar{x}_{m+1,n}^t &\leq 0 \quad \text{for } \forall n \quad \forall t \quad \text{and } \forall m < m_{\max} \\ \bar{x}_{m_{\max},n}^t - \bar{x}_{1n}^{t+1} &\leq 0 \quad \text{for } \forall n \quad \text{and } \forall t < t_{\max}\end{aligned}$$

のようになる。

3・5 グラフ問題として解ける形の 4 次元ネットワーク緩和問題

3・4 までの変形をまとめると、変形された緩和問題は

$$\begin{aligned}\text{Max } Z_{RP} &= \sum_t \sum_m \sum_n \bar{c}_{mn}^t \bar{x}_{mn}^t \\ \text{s.t. } \sum_{j \in \Gamma_n} \bar{x}_{m_{\max},j}^t - u_n \cdot \bar{x}_{m_{\max},n}^t &\geq 0 \quad \text{for } \forall n \quad \forall t \\ \bar{x}_{mn}^t - \bar{x}_{m+1,n}^t &\leq 0 \quad \text{for } \forall t \quad \forall n \quad \text{and } \forall m < m_{\max} \\ \bar{x}_{m_{\max},n}^t - \bar{x}_{1n}^{t+1} &\leq 0 \quad \text{for } \forall n \quad \text{and } \forall t < t_{\max}\end{aligned}$$

となり、グラフ理論に基づく既存のアルゴリズムで解くことが可能となる。しかし、この緩和問題においては、ラグランジュ乗数を決めた時点で最適な処理方法が固定され、実質的には式 (8) のように縮小されたグラフの問題を解くことになるため、ある期間において実行可能解が得られないギャップ問題が発生する可能性が高くなる。

$$\text{Max } Z = \sum_t \sum_n \hat{c}_n^{t*} \cdot x_n^t \quad \dots \dots \dots (8)$$

$$\begin{aligned}\text{s.t. } \sum_{s=1}^t \sum_{j \in \Gamma_n} x_j^s - u_n \sum_{s=1}^t x_n^s &\geq 0 \quad \text{for } \forall n \quad \forall t \\ \sum_t x_n^t &\leq 1 \quad \text{for } \forall n\end{aligned}$$

$$\text{ただし } \hat{c}_n^{t*} = \max_m \{ \hat{c}_{mn}^t \}$$

ここでは、 t 期におけるブロック b_n の処理方法は、ラグランジュ乗数に応じて $\hat{c}_n^{t*} = \max_m \{ \hat{c}_{mn}^t \}$ が求められた時点で固定されるため、2 値変数 x_{mn}^t の処理方法を表すインデックスは無視されている。

このようなギャップ問題の発生を抑制するため、式 (7) で表される縮小される前のグラフに対して、以下のようなアルゴリズムにより弧を付加し、採掘量制約にかかるブロックの処理方法に自由度を持たせる。

ステップ 1 t 期の処理方法 m に対して採掘量制約がある場合ステップ 2 へ。

ステップ 2 t 期において処理方法が m に固定されるブロック b_n を求める。

ステップ 3 b_n を底とし幾何学的制約条件を満たすコーンを形成する。

ステップ 4 コーンの下から上に向かって、 t 期において処理方法が m に固定されるブロック b_j を求めその数をカウントする。

ステップ 5 採掘量制約を上回るすべてのノード $\bar{c}_{mj}^t$ に関して $\bar{c}_{mn}^t$ から $\bar{c}_{m-1,j}^t$ に向けて弧を形成する。

このようなプロセスを含む 4 次元ネットワーク緩和法を、本論文では改良 4 次元ネットワーク緩和法と称する。このプロセスを経てもなお発生するギャップに対しては以下のような修正を行い各期に対する実行可能解を求める。

まず、採掘量制約を満たす t 期の解 (小さすぎるプッシュバック) と満たさない解 (大きすぎるプッシュバック) をそれぞれ求め、計算から得られるカットオフ品位と最大ピット傾斜角制約を考慮しつつ、採掘量制約を満たすプッシュバック (1 期間に掘削されるブロックの集合) が得られるまで、大きすぎるプッシュバックからブロックを未掘削ブロックの集合に戻す。次に、このようにして得られたプッシュバックを取り除き、改めて $t+1$ 期のプッシュバックを求める。

4. 規模を考慮したプロダクションスケジューリング問題

ある鉱床の開発を行う際の最適生産規模を求める問題の解を求めるアルゴリズムは以下の通りである。

- ステップ 1 想定される生産規模の範囲で、複数の生産規模を設定する。
- ステップ 2 個々の生産規模に応じた各時点におけるブロック価値を設定する。
- ステップ 3 個々の生産規模に応じた生産量制約を用いて改良 4 次元ネットワーク緩和法を用いてスケジューリングを行う。
- ステップ 4 得られたそれぞれの解、つまりそれぞれの生産規模における最適スケジューリングがもたらす利益の NPV から、個々の生産規模に応じた初期投資額を差し引く。
- ステップ 5 想定したそれぞれの生産規模に対する、ステップ 4 で得られる値を比較検討した上で、必要に応じて異なる生産規模を設定しステップ 2 から 4 を繰り返し、最適生産規模を求める。

4・1 生産コストと初期投資額のスケールメリット

基準となる生産規模 v_0 の場合の生産コストを C_0 、初期投資額を I_0 とし、任意の生産規模 v_q における生産コストを C_q 、初期投資額を I_q としたときに、

$$C_q = C_0 \left(\frac{v_q}{v_0} \right)^{-\alpha} \quad (9a)$$

$$I_q = I_0 \left(\frac{v_q}{v_0} \right)^{-\beta} \quad (9b)$$

という関係が成り立つものとして、複数の鉱山操業に関する実際のデータに式 (9a)、(9b) をフィッティングし α 、 β を求める。本研究では得られるデータの関係から、ミルが受け入れる年間鉱石生産量を生産規模とした。よって、ここでの生産量制約とは鉱石の最大可能年間採掘量を示す。

5. ケーススタディー

ある北米の金鉱床に関して、ケーススタディーを行った。この鉱床では東西 7,000 ft、南北 3,700 ft、深さ方向 1,000 ft の対象領域が、大きさが、それぞれの方向に 100 ft × 50 ft × 40 ft で、約 15,000 t の直方体ブロックにより、東西 70 ブロック、南北 74 ブロック、深さ方向 25 ブロックの計 129,500 のブロックに区切られ

Table 1 Number of blocks and average grade in the project

レベル	品位がゼロでないブロック数	平均品位 (g/ton)
1	0	0.0
2	0	0.0
3	2	3.7
4	14	10.0
5	40	11.2
6	74	8.0
7	166	6.6
8	286	8.9
9	334	9.9
10	467	11.7
11	579	12.0
12	644	11.7
13	678	11.1
14	632	12.7
15	621	13.3
16	567	13.5
17	516	13.6
18	498	13.1
19	443	13.5
20	387	13.4
21	333	11.9
22	282	9.5
23	217	7.9
24	184	8.6
25	160	7.7
合計	8124	9.7

ており、個々のブロックの平均品位が既知である。個々のブロックの平均品位データに基づき、それぞれの条件下における個々のブロックの価値が算出される。各レベルの、品位がゼロでないブロックの数とそれらのブロックの平均品位を Table 1 に示す。

5・1 計算に使用した前提条件

金価格： 300 \$/oz

金属実収率： 90 %

最大ピット傾斜角： 45 deg

ブロックの平均比重： 2.7

ブロックの重量： 15,320 t

1 期： 2 年

基準年間鉱石採掘量： 383 万 t (250 ブロック)

基準採掘コスト： 1 \$/t

基準処理コスト： 5 \$/t

基準初期投資額： 283 million\$

α ： 0.157

β ： 0.378

5・2 結果と考察

2 通りのディスカウントレートのもとで、生産量制約を 383 万 t (1 期当たり 500 ブロック) から 766 万 t (1 期当たり 1,000 ブロック) まで 3 段階変化させ、それぞれの生産規模における最適スケジュー

Fig.1 Net present values of the project under different conditions.

Fig.2 Discounted cash flow at 22.4 % discount rate.

Fig.3 Discounted cash flow at 4.9 % discount rate.

Fig.4 Development of the pit.

リングがもたらす利益の NPV から、それぞれの生産規模に応じた初期投資額を差し引いた生産規模別のプロジェクト NPV を Fig.1 に示す。このケースの範囲では、ディスカウントレートを 22.4%(1 期当たり 50%) に設定すると、規模が大きく早期に初期投資を回収するようなピット展開が有利になり、4.9%(1 期当たり 10%) に設定すると、年間 574.5 万 t 規模の生産計画が、もっともプロジェクト NPV を高めることになる。ディスカウントレートが 22.4% における、生産量制約が 574.5 万 t と 766 万 t の場合のキャッシュフローを Fig.2 に、また、ディスカウントレートが 4.9% におけるそれぞれの場合のキャッシュフローを Fig.3 に示す。さらに、ディスカウントレートが 4.9% で、生産量制約が 574.5 万 t の場合の各期のピット展開過程を Fig.4 に示す。

6. 結 論

PC 上で、ディスカウントレートを考慮した実規模の最適スケジューリング問題が解ける 4 次元ネットワーク緩和法に基づく最適生産規模を求めるアルゴリズムを提案した。今回のケーススタ

ディーでは 129,500 ブロックの鉱床モデルに対し 5 期間、10 年のスケジューリングを異なる条件下で繰り返し計算し、最適な生産規模がディスカウントレートに依存することを示すことができた。5 期間のスケジューリングに要する時間は Cerelon500 MHz クラスのウィンドウズマシンでおよそ 2 日半である。このため、今回の結果を得るのに要した PC は延べ約 15 日・台ということになる。これを実用的な計算時間と見るかどうかは意見の分かれるところであるが、昨今の PC の性能向上速度を鑑みれば、任意のディスカウントレートのもとでの最適規模が数時間のうちに計算できるようになるのは時間の問題であると考えられる。

引 用 文 献

- 1) Lerchs, H. and Grossmann, I. F. : Canadian Institute of Mining Bulletin, Vol. 58, No. 633, Jan., p. 47-54, (1965)
- 2) Zhao, Y. and Kim, Y. C. : Proc. of the 23rd APCOM, p. 423-434, (1992)
- 3) Johnson, T. B. and Barnes, R. J. : Engineering Design : Better Results Through Operations Research Method, North Holl and, p. 518-531, (1988)
- 4) Dagdelen, K. and Johnson, T.B. : Proc. of the 19th APCOM, p. 127-142, (1986)
- 5) Akaike, A. : Ph.D. thesis, the Colorado School of Mines, 241p., (1999)