静水中で等速沈降する異比重粒子の 水の振動による沈降速度変化*

大 木 達 也¹ 大 和 田 秀 二² 四 松 元 弘³
小 林 幹 男⁴ 松 浦 太 毅⁵

The Settling Velocity in Oscillating Water of Two Kinds of Particles Having the Same Settling Velocity in Stationary Water

by Tatsuya OKI^a, Shuji OWADA^b, Hiroki YOTSUMOTO^c,
Mikio KOBAYASHI^d and Daiki MATSUURA^e

- a. National Institute of Advanced Industry and Technology (AIST), Senior Research Scientist,
16-1 Onogawa, Tsukuba, Ibaraki 305-8569, Japan
(Corresponding author: E-mail t-oki@aist.go.jp / FAX 029-861-8472)
- b. Waseda University, Professor, 3-4-1 Ohkubo, Shinjuku, Tokyo 169-8555, Japan
- c. National Institute of Advanced Industry and Technology (AIST), Senior Planning Officer,
1-1-1 Higashi, Tsukuba, Ibaraki 305-8561, Japan
- d. National Institute of Advanced Industry and Technology (AIST), Principal Research Scientist,
16-1 Onogawa, Tsukuba, Ibaraki 305-8569, Japan
- e. Waseda University, Student, 3-4-1 Ohkubo, Shinjuku, Tokyo 169-8555, Japan

The velocity of a particle in water depends on both its size and specific gravity. For separation methods, in which separation is done by the difference of particle velocities, such as a jig, a cyclone, or a shaking table, separation by size or specific gravity cannot be completely achieved unless either condition is adjusted to a suitable range in advance. When using the difference of the settling velocity, the size range that should be adjusted before separation is especially called the equal settling ratio. This has only been defined for stationary water, although water movement must be taken into account in the actual separator. In this study, the change of the settling velocity in oscillating water was experimentally investigated for two kinds of particles, which have different specific gravities but the same settling velocity in stationary water, by focusing on the oscillation field which is one of the element movements of a separator. Zirconia (202 μm in average) and glass (435 μm in average) samples, that are spherical and mono-disperse systems were used. The equal settling ratio becomes smaller while the setting velocities of both samples decrease in oscillating water. That is, the settling velocity in oscillating water becomes more dependent on particle size rather than specific gravity compared to the case in stationary water.

KEYWORDS: Settling Velocity, Equal Settling Ratio, Particles, Gravity Concentration, Oscillation, Particle size

1. 結 言

水中の運動差により粒子を比重や粒径別に分離する技術は、古くから実用化されている。ジグ、サイクロン、揺動テーブルに代表される媒体に水だけを用いたこれらの技術は、ケミカルフリーで分離可能なため、低環境負荷技術として益々の利用拡大が見込まれる。これらの分離法では、水より比重が大きく水中で沈降する粒子同士の分離を前提としている。すなわち、個々の粒子速度の違いを巧みに利用することにより、粒子搬送方向や搬送距離に差を生じさせ分離を達成させる。このとき、粒子速度は粒子の比重と粒径の両方に依存するので、どちらか一方を事前に揃えてお

かなければ、他方の性質による分離が達成できない。ジグなど沈降速度差を利用する比重分離においては、事前に揃えておくべき粒度幅を特に等速沈降比と呼んでいる。沈降以外の速度差を利用する場合、あるいは粒径別に分離する場合の事前調整すべき粒度や比重については、筆者の知る限り特に固有の名称は与えられていない。しかし、粒子運動をもたす力が重力か、遠心力か、摩擦力的かの違いはあるものの、速度が粒子比重と粒径の両方に依存することには変わりなく、いずれの場合も等速沈降比に類する粒度幅や比重幅が存在する。

粒径数 mm ～数 cm の比較的大きな粒子では、スクリーン等により容易に事前整粒が可能のため、等速沈降比の制約が分離の弊害になることはあまりない。しかし、粒径が小さくなるにつれ、精度良い整粒を工業的にこなすことが難しくなり、さらに、粒径数 100 μm 以下になると次第に等速沈降比自体が狭くなって、より厳密な事前整粒が要求されるようになる。微粒子分離には、通常、遠心力利用の装置が適用されるが¹⁻⁴⁾、これは分離速度の向上や粒子群の迅速な濃縮を狙いとしたもので、等速沈降比の制約を解消する効果はあまりない。また、整粒法として見た場合には、数 μm の粒子まで対応できる装置も存在するが⁵⁻⁷⁾、その精度が

*2004 年 11 月 30 日受付 2005 年 5 月 26 日受理 平成 16 年度資源・素材学会秋季大会にて一部発表

1. 普通会員 産業技術総合研究所 主任研究員 環境管理技術研究部門
リサイクル基盤技術研究グループ

2. 普通会員 早稲田大学教授 理工学部 環境資源工学科

3. 普通会員 産業技術総合研究所 企画本部 総括企画主幹

4. 普通会員 産業技術総合研究所 環境管理技術研究部門 総括研究員

5. 学生会員 早稲田大学 学生 理工学部 環境資源工学科

[著者連絡先] FAX: 029-861-8472(産総研・大木)

Email: t-oki@aist.go.jp

キーワード: 沈降速度, 等速沈降比, 粒子, 比重分離, 振動, 粒径

保証されるのは単一種類の粒子に対する分級操作に限定される。このように現在の微粒子用分離装置は、等速沈降比の制約解消を目的としていないため、多成分・多分散系に対する高精度比重分離、あるいは整粒を達成することは原理的に困難といえる。そればかりか、事前調整すべき粒度幅や比重幅について十分な検討を行っていない例もありない。これは、装置内の粒子運動の厳密な計算が困難なことに起因するが、多くの装置で利用される振動場や遠心場といった要素運動が等速沈降比にもたらす影響でさえ考慮されないことが多い。例えば、鉛直振動する水の中では、粒子の沈降速度が遅くなることが古くから知られているが、このことを考慮して等速沈降比を求めた例はない。

粒子分離技術の視点から見れば、静水中で等速沈降する異比重粒子、特に技術的に克服すべき点の多い微粒子が、振動水中でどのような運動をするのかについては興味深い点である。本研究では、分離装置の要素運動の1つである振動場を取り上げ、静水中で等速沈降する0.5mm以下の異比重粒子に対し、振動水中の沈降速度を実測するとともに、等速沈降比の変化について検討を行った。

2. 背景

2・1 等速沈降比の概念

Fig.1は比重の異なる2種類の粒子の沈降速度の大小関係を示した概念図である。粒子の沈降速度は比重と粒径の両者に依存するので、Fig.1(a)のように高比重の大粒子が最も速く、低比重の小粒子が最も遅い。例えば、沈降速度差によりFig.1(a)の点線で比重分離することを考えると、低比重の大粒子は高比重産物(High density products)に紛れ込み、高比重の小粒子は低比重産物(Low density products)に紛れ込むことになる。このとき、予め、等速で沈降する異比重粒子の粒径比以内(図中の矢印)に粒子の大きさを揃えておけば、Fig.1(a)の最大粒子と最小粒子が排除されるので、Fig.1(b)のように紛れ込みなく比重分離が達成できる。このように理想的比重分離を可能にするため事前整粒すべき粒度幅

Fig.1 The necessity of pre-sizing within the equal settling ratio for accurate gravity separation.

は、水中を等速で沈降する異比重粒子の粒径比で表されるので、等速沈降比(R)と呼ばれ、通常、Reynolds数(Re)により式(1)あるいは式(2)で表される⁸⁾。

$$R = \frac{D_{pl} v_{=x}}{D_{ph} v_{=x}} = \frac{\rho_{ph} - \rho_f}{\rho_{pl} - \rho_f} \quad (500 < Re < 10^5, \text{Newton 域}) \quad (1)$$

$$= \sqrt{\frac{\rho_{ph} - \rho_f}{\rho_{pl} - \rho_f}} \quad (10^{-4} < Re < 2, \text{Stokes 域}) \quad (2)$$

ここで、 $D_{pl} v_{=x}$ 、 $D_{ph} v_{=x}$ は静水中の終末沈降速度が x であるそれぞれ低比重及び高比重粒子の粒径、 ρ_{ph} は高比重粒子の密度、 ρ_{pl} は低比重粒子の密度、 ρ_f は水の密度である。これらは、静水中の粒子にかかる重力、浮力と水の抵抗力を考慮した式(3)の運動方程式を元に、左辺の粒子加速度が0になるときの粒子速度、すなわち終末沈降速度より求められたものである⁸⁾。

$$\frac{\pi}{6} d^3 \rho_p \frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{6} d^3 g (\rho_f - \rho_p) - F_d \quad (3)$$

ここで d は粒径、 ρ_p は粒子密度、 g は重力加速度、 F_d は水の抵抗力である。Newton域における式(1)に対し、その平方根をとったものがStokes域の式(2)となっているが、これは F_d に対する以下の n 次抵抗式の次数に起因する。

$$F_d = 0.55 \pi d^2 \rho_f (v-u)^n \quad (n=2) \text{ (Newton 域)} \quad (4)$$

$$F_d = 3 \pi \mu_f d (v-u)^n \quad (n=1) \text{ (Stokes 域)} \quad (5)$$

ここで、 v は粒子速度、 u は水の水速、 μ_f は水の粘度。式(1),(2)は自然沈降時の値を示すものであるが、水の密度の代わりに懸濁液密度を代入すれば干渉沈降時の等速沈降比となる。また、粒径が小さくなると Re の低下に伴い、式(1)から式(2)の関係に従うようになり、等速沈降比が小さくなって事前整粒すべき粒度幅が狭くなることが理解できる。しかし、実際の装置内では水は運動しており、粒子は非定常運動をしているため、静水中の等速沈降比を定義した式(1),(2)は目安でしかない。さらに、両式は Re が $500 \sim 10^5$ 付近(Newton域)と、 $10^{-4} \sim 2$ 付近(Stokes域)の等速沈降比を示しているが、多くの分離装置で起こるその中間領域の値を知ることができない。等速沈降比は比重分離をする上で重要な指標であるが、従来はこれらの式による解釈に留まっており、正確な値を求めた例はほとんど見られない。

2・2 鉛直振動流中の粒子運動

鉛直方向に振動した水中の粒子は、水を追随して振動しながら、その平均した沈降速度は静水中に比べ遅くなるという現象が古くから知られている。通常、これらの計算には、Tchen式あるいはBBO(Basset, Boussinesq, Oseen)式と呼ばれる以下の式が用いられる⁹⁾。

$$\frac{\pi}{6} d^3 \rho_p \frac{dv}{dt} = \frac{\pi}{6} d^3 g (\rho_f - \rho_p) + C_d \frac{\pi}{8} d^2 \rho_f |u-v| (u-v) + \frac{\pi}{6} d^3 \rho_f \frac{du}{dt} + \chi \frac{\pi}{6} d^3 \rho_f \left(\frac{du}{dt} - \frac{dv}{dt} \right) + B(t) \quad (6)$$

ここで、 t は時間、 C_d は抵抗係数、 χ は付加質量係数である。右辺第1項、第2項は、既述の式(3)と同様に粒子にかかる重力・浮力、および水の抵抗力(F_d)である。第3項は流体運動により粒子が受ける圧力勾配項、第4項は粒子近傍の水を加速させるのににかかる付加質量項である。第4項の付加質量係数 χ は種々検討

されてきた経緯があるが、一般に 0.5 が用いられる^{10,11)}。 $B(t)$ は Basset 項で、非定常流による定常流からの運動履歴のずれを表したもので、以下の式 (7) で表される。

$$B(t) = \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \rho_f \mu_f} \int_0^t \left(\frac{du}{dt'} - \frac{dv}{dt'} \right) \frac{dt'}{\sqrt{t-t'}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

これらの計算は、主として 1960 年代から盛んに検討がなされるようになった。Houghton と Tunstall¹²⁻¹⁵⁾ は一連の研究の中で、 n 次抵抗指数を関数とした沈降速度の計算を実施した。Basset 項を省略、周期運動中の抵抗係数の変化も考慮しない擬定常的計算を行ない、振動水中で粒子の沈降速度が遅くなることを示すとともに、実験試料の抵抗指数が $n=1.25$ となることを示した。Baird¹⁶⁾ は粒径 3.2～12.7mm の球形粒子を用い、周波数 0.88～2.37Hz の正弦波振動下で、粒子の沈降速度が最大 28% 減速することを実証した。1980 年頃から、Runge-Kutta 法等により式 (6) の微分方程式を解き、非定常運動をより高精度に近似計算するとともに、数少ない過去の実験データを元に計算精度を検証する例が多く見られるようになる。Hwang¹⁷⁾ は Ho の結果を元に、高橋¹⁸⁾ は Baird の結果を元に計算予測との比較を行なった。また、関根¹⁹⁾ や池田²⁰⁾ は Houghton や Hwang による計算の問題点を検証している。山本²¹⁾ は Basset 項について詳しい検討を行っているが、その影響は比較的小さいことから、近年でも多くの報告で省略される傾向にある。計算機の発達に伴って予測精度は向上しているものの、現在でもなお各種係数や付加因子の影響などが検討されている。

3. 試料および実験方法

3・1 試料

試料にはガラスおよびジルコニア製の球形ボールを用い、極粒度幅が狭く、両者が静水中で等速度で沈降するよう粒度調整をした。ガラスビーズ (TGK:#0.40) は 355 μ m の標準篩上でエタノールを滴下しながら脱泥後、425 μ m の標準篩を用い 355～425 μ m の粒度幅に調整した。ジルコニアビーズ (ニッカー: YTZ ball ϕ 0.2) も標準篩により同様に 180～212 μ m に調整した。試料の特性を Table 1 に示す。表中、Average size の上段は、約 1000 粒子の透過顕微鏡像を画像処理して求めた Heywood 径に対する、球相当体積基準の 50% 粒径を示している。また、後述するように、粒子の沈降速度は個数平均で求めているため、その速度に対応する代表径として個数平均値も下段に併記した。しかし、試料は極めて粒度幅が狭いため両者の違いはほとんどない。なお、いずれの試料も完全に球形ではないが、特にガラスビーズは粒子の短径が 425 μ m の篩目やと通る粒子が多く、結果として Heywood 径に基づいた平均径は篩目の上限より大きくなった。

Table 1 Sample properties.

Material	Density [kg/m ³]	Particle size			Average sphericity [—]
		Screen Size [μ m]	Average size [†] [μ m]	Standard deviation [μ m]	
Glass	2490	355-425	431.5* 434.6**	17.4	0.963
Zirconia	6070	180-212	202.6* 202.4**	5.6	0.966

[†] Measured by image analysis
* Heywood diameter at 50 volume%
** Average diameter by number

Fig.2 は、静水中における各試料の沈降速度の個数分布 (各 500 粒子測定) を 2mm/s 刻みで示したものである。両試料とも極めて狭い速度範囲に分布し、個数平均値はガラス試料が 66.1mm/s、ジルコニア試料が 66.9mm/s で、ほぼ等速で沈降する粒子群であるといえる。

3・2 実験装置

静水中および鉛直振動水中の粒子運動と沈降速度の測定は、Fig.3 に示す装置を作製して実施した。装置は、最大加振力 1300N の加振機 (エミック:F1300-BM) に円柱形の振動板 (ϕ 30mm～66mm) を取り付け、その上部に透明な角柱水槽 (長さ 1100mm) を備えた構造を持つ。幅広い水の振動条件を実現させるため、水槽断面は振動板断面積より小さい 10mm 角の正方形とした。波形発信機による任意周波数の正弦波信号が、アンプにより任意の振幅に増幅され、振動板を通じて水槽内に満たされた水を下方から上下に振動させる。振動板には加速度ピックアップを設置し、振動周期中の最大加速度をモニターする。(以後、加速度とは全て振動周期中の最大加速度を示す。) 水槽上部より粒子を投入後、測定点における粒子像を顕微鏡等を介して高速度カメラ (フォトリソ: FASTCAM Ultima-1024) で受像した。また、沈降速度の測定においては、建物の振動、水の温度や対流、気泡の存在などに十分配慮することが必要である。本研究では、地下のない 1 階実験室に装置を設置するとともに、空調により室温を常に 25℃ に調整した。また、高速度カメラの照明には、冷光源であるメタルハライドランプを測定部より 2m 離して設置するとともに、熱線カットフィルター (HOYA: HA-15) を装着、さらにトレーサ紙により光を散乱させた。また、水槽の周囲には測定部 (10mm×50mm) のみ穴の開いたウォータージャケットを装着し、恒温槽で 25℃±0.1℃ に調整した水を絶えず循環させた。

3・3 粒子の沈降速度測定

Fig.3 の水槽に純水を 240ml 注入後、真空ポンプで脱気し、そのまま 10min. 静置した。その後、10min. ごとに水中の温度を測定し、25℃±0.1℃ で安定することを確認する。さらに 10min. 静置後、高速度カメラ像により、水が対流しておらず気泡も存在しないことを確認した。100 個程度の粒子を含む懸濁液 1ml をマイクロピペットにより水槽上部から静かに投入し、水槽下部の測定点で沈降する粒子像を高速度カメラにより受像した。撮影条件は必要に応じ、フレームレート 60fps～8000fps、シャッタースピード 1/1000s～1/128000s、レゾリューションは幅 128～1000 pixel×高さ 256～1000 pixel で行なった。高速度カメラの内蔵メモリ

Fig.2 Distribution of the terminal settling velocity of samples in stationary water.

Fig.3 Measuring system for the settling velocity of fine particles in water.

Fig.4 Relationship between the acceleration of water and the acceleration of the oscillating plate.

の関係から、上記の条件で撮影可能な時間はおおよそ 4s ～ 64s である。また、撮影の際には、水槽壁面の影響による沈降速度変化を考慮し、水槽を正確に垂直調整するとともに、中心の幅 3mm 以内を通過する粒子のみを測定した。Kehlenbeck and DiFelice 式²²⁾から、この条件下での壁面効果による粒子速度の低下はいずれの試料も 0.1% 以下である。高速度カメラで得た水中の粒子像は、制御用コンピュータに入力され、動画解析ソフト（フォトン：Movie Ruler）により運動解析を行ない、粒子運動および沈降速度を測定した。

3・4 水の振動加速度の測定

水の振動加速度をそのままの状態ですべて正確に測定することは難し

い。本研究の装置では加速度ピックアップにより、振動板加速度を電氣的に測定することが可能である。しかし、振動板によって振動させられる水は、水槽内部の剛性、気密性や界面張力などの影響で、必ずしも振動板と水槽の断面積比を反映した加速度が出ているとは限らない。そこで、試料粒子の沈降運動測定とは別に、トレーサ粒子を用いて水槽内の水の流れを可視化し、その振動運動により、加速度ピックアップによる振動板加速度と水の加速度の関係を求めた。トレーサ粒子には粒径 1 ～ 10 μ m に整粒したガラスビーズを用い、固体濃度 0.05% になるよう水に懸濁させて使用した。Fig.4 は周波数 10Hz の結果であるが、振動板加速度と水の加速度の間には良好な直線関係が認められた。そこで本研究では、これを検量線として用い、加速度ピックアップによる振動板加速度を水の加速度に換算した。なお、振動板加速度 0.5m/s² 付近では、水槽上部の気液界面はメニスカスの中心部だけが振動した状態にあり、他のプロットと若干傾向が異なった。このことから、検量線はこのプロットを除いたものから求めた。また、振動 1 周期当たりのトレーサ粒子の沈降距離は加速度換算時の誤差となるが、最大加速度時の振幅に対するトレーサ粒子の沈降割合は 0.003 ～ 0.3% と非常に小さい。

4. 数値計算結果

4・1 振動条件と沈降速度低下割合の関係

本研究で用いた試料粒子に合わせ、静水中の沈降速度が計算上 66mm/s となるガラス粒子とジルコニア粒子を想定し、式 (6),(7) により種々の振動条件下における沈降速度を算出した。計算は、初期条件 $t=0$, $v=u=0$ とし、周波数に応じタイムステップ 2×10^{-4} s ～ 2×10^{-5} s で、Butcher 公式による 6 段 5 次 Runge-Kutta 法により実施した。Fig.5 の概念図のように、計算された粒子の同

Fig.5 Average settling velocity calculated from the particle movement.

一位相（図中の●）の沈降距離と時間の関係から、粒子の平均沈降速度を求めた。計算対象とした粒子運動時間は、最後の1s間の速度変化が0.01%未満となるまで、条件により2s～30sとした。ここで、付加質量係数 x は0.5を採用した。また、 C_d と Re の関係についてはいくつかの式が提案されているが、ここでは式(8)のHaider and Levenspielによる式を用いた²³⁾。

$$C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.1806 Re^{0.6459}) + \frac{0.4251}{1 + \frac{6880.95}{Re}} \quad (8)$$

周波数10Hz, 100Hz, 1000Hzにおける水の振動加速度と沈降速度の関係を、ガラス粒子およびジルコニア粒子についてそれぞれFig.6(a)(b)に示す。計算の結果、いずれの粒子も沈降速度は低周波数ほど低下割合が大きく、この加速度領域では1000Hzではほとんど低下しない。また、同一周波数では、振動加速度の増大に伴って、沈降速度が低下して行く傾向が示された。これらの傾向は従来の報告⁹⁻²⁰⁾と一致している。

4・2 異比重粒子間の沈降速度の比較

Fig.6(a)(b)の結果より、水の振動周波数および加速度の条件によって、沈降速度がどのように変化するかが大よそ示された。しかし、本報の主題である静水中で等速沈降する両粒子の振動水中における速度の違いについては、同図の関係から読みとることは難しい。そこで、沈降速度の変化が大きい10Hzに着目し、 C_d を求めるいくつかの公式を用いてガラス、ジルコニア両粒子の沈降速度の変化を比較した。試料粒子の静水中の Re はガラスが31、ジルコニアが15程度であり、また、各振動条件下の最大 Re は15～150の範囲で、いわゆるAllen域に属する。そこで、古典 n 次式のAllen式(式(9))⁸⁾、前節で用いたHaider and Levenspiel式(式(8))の他、この Re 範囲を網羅するClift and Gauvin式(式(10))²⁴⁾、Turton and Levenspiel式(式(11))^{25,26)}、Flemmer and Banks式(式(12))²⁷⁾、Khan and Richardson式(式(13))²³⁾を用いて、計算結果を比較した。

$$C_d = \frac{10}{Re^{0.5}} \quad (9)$$

$$C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.150 Re^{0.687}) + \frac{0.42}{1 + 42500 Re^{-1.16}} \quad (10)$$

$$C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.173 Re^{0.657}) + \frac{0.413}{1 + 16300 Re^{-1.09}} \quad (11)$$

$$C_d = \frac{24}{Re} \cdot 10^{\frac{0.261 Re^{0.369} - 0.105 Re^{0.431} - 0.124}{1 + (\log_{10} Re)^2}} \quad (12)$$

$$C_d = (2.25 Re^{-0.31} + 0.36 Re^{0.06})^{3.45} \quad (13)$$

Fig.6 Calculated settling velocity of samples in oscillating water.

Fig.7 Calculation results obtained from several equations for the relationship between the diameter of zirconia and glass particles, which have the same settling velocity of 66mm/s in stationary water.

なお、式(6),(7)の解法やその他のパラメータは4・1と同様である。静水中で66mm/sの終末沈降速度を持つガラスおよびジルコニア粒子の粒径を比較した結果をFig.7に、10Hzにおける水の振動加速度と、両試料粒子の沈降速度を比較した結果をFig.8(a)～(f)に示す。静水中66mm/sの速度を持つガラスおよびジルコニアの粒径(Fig.7)は、Allen式を用いた場合のみやや粒径が小さく、他に比べ抵抗が大きめに見積もられるが、それ以外の5式では概ね同じような粒径を示した。また、実験値(図中×)は、Allen式以外の5式による計算結果とほぼ一致した。中でもClift and Gauvin式とKhan and Richardson式が実験値に近い値を示したが、粒度分布や沈降速度の測定精度を考えれば、この結果から5式の中での優劣は付け難い。一方、Fig.8の振動水中の沈降速

Fig.8 Settling velocity of samples calculated from several equations.

Fig.9 Measurable oscillating condition for the settling velocity of fine particles.

度は、いずれの式でも、 10m/s^2 以下では両粒子とも同じように沈降速度が低下し、加速度の増大に伴ってジルコニア粒子の沈降速度がより大きく低下する傾向を示した。また Allen 式を除く 5 式では、 40m/s^2 付近で両粒子の沈降速度が再び一致するような傾向を示している。これら 5 式では、沈降速度に若干の違いはあるが、どの式でもほぼ同じ傾向を示しているといえる。

5. 実験結果

5・1 沈降速度の測定限界

振動水中の沈降運動を測定する際、水は静かに振動し、その上下運動のみが粒子の沈降運動に関与する環境でなければならない。しかし、振動加速度を増大させてゆくと、低周波数域では、ゆっくりと気液界面より気泡が取り込まれ始め、次第にその気泡は激

しく水槽内を上下して、静的な振動場が失われる²⁸⁾。また、高周波数域では、ある加速度からキャビテーションによる微細気泡が水槽内から一斉に発生し、静的環境が失われる。このような気泡発生段階に至っては精度良い測定が困難となるため、その境界を明らかにすることは重要である。Fig.9 は、周波数 5Hz ～ 1000Hz において、本実験装置における気泡発生開始時の振動板の加速度を示したものである。なお、本来は水の加速度との関係を示すのが望ましいが、気泡発生領域のトレーサ粒子の追跡が困難であったため、ここでは振動板の加速度との関係を示した。また、気泡発生開始点を厳密に特定することは困難であったので、状況に応じて以下の 3 つの基準でプロットした。

1. 極僅かの気泡が確認できるが測定は可能な点。
2. 一部に気泡が見られるが辛うじて測定可能な点。
3. 大量の気泡が発生し始め測定不可能となった点。

したがって、同一周波数で 3 つ (1,2,3 の境界が明確でない場合には 2 つないし 1 つ) のプロットが存在するが、比較的狭い領域に分布しており、測定限界を示す境界は両対数グラフにおいてほぼ直線として示される。また、この実験を通じて、界面からの気泡の取り込みが先に起こる周波数帯は概ね 100Hz までであり、それ以上の周波数領域ではキャビテーションが先に発生することで、静的環境が失われることが確かめられた。

5・2 振動による沈降速度低下

10Hz, 100Hz, 1000Hz における水の振動加速度と試料の沈降速度の関係を Fig.10,11,12 に示す。各図の最大加速度の測定点は、概ね各周波数における測定限界を示している。既に多くの報告⁹⁻²⁰⁾があるように、振動水中の粒子は静水中に比べ沈降速度が低下することがわかる。また、1000Hz ではやや不明瞭であるが、いずれの周波数、試料においても、加速度の増大に伴って沈降速度は低下する傾向を示した。各周波数における沈降速度の低下割合は、同一加速度であれば低周波数の方が大きく、測定限界加速

Fig.10 Experimental results of the settling velocity of samples in oscillating water (frequency of water oscillation: 10Hz).

Fig.12 Experimental results of the settling velocity of samples in oscillating water (frequency of water oscillation: 1000Hz).

Fig.11 Experimental results of the settling velocity of samples in oscillating water (frequency of water oscillation: 100Hz).

度で比較しても低周波数の方が大きくなる。例えばジルコニア試料では、水の加速度 50m/s^2 における沈降速度低下率^{*}は、10Hzで約36%に対し、100Hzでは約3%となり、1000Hzではほとんど変化しなくなる。これらの実験結果は、Fig.6の計算結果と概ね一致している。ここで、粒子と水の相対速度を考えると、振動水中では水の周期運動とそれを追随する粒子の周期運動には少なからず位相のずれが伴うので、静水中に比べ相対速度は大きくなる。また、同一周波数では加速度の増大に伴って、同一加速度では振幅の大きな低周波数の方が相対速度も大きくなることは容易に理解できる。増速によって Re が増大すると、例えば式(8)～(13)に従って C_d が小さくなり、式(6)右辺第2項に従って F_d は非線形的に大きくなる。振動水中で粒子運動をもたらす力は重力と水の圧力勾配力であるが、後者は上下で力が相殺されるため、結局、静水中と同様に重力成分しか残らない。すなわち、振動水中の粒子の慣性は静水中と同じであるのに対し、水から受ける F_d は静水中より大きくなる。その結果、振動水中の粒子運動は静水中に比べ粘性の影響が強くなり、例えば、液粘度が増大したかのように平均沈降速度が低下する。

なお、Fig.11における正方形のプロットは、界面からの気泡の取り込みを回避するため、水で満たした水槽を脱気して密閉し、水槽ごと上下に振動させた際の沈降速度を示している。この試み

によって、測定限界をキャピテーション発生領域まで拡大することができるが、それでも100Hzにおける沈降速度低下率は10Hzの低下率に遠く及ばない。

5・3 振動水中の等速沈降比の評価

Fig.10,11,12に対し、ガラス試料とジルコニア試料の沈降速度の違いに着目してみる。静水中で等速沈降する両試料粒子は、振動場では同じ速度で沈降していないことがわかる。Fig.13は、各振動条件下のガラス試料の沈降速度(v_{pg})とジルコニア試料の沈降速度(v_{pz})の比(v_{pg}/v_{pz})を示したものである。静水中の速度比が $66.1/66.9 = 0.99$ であるのに対し、各周波数の最大加速度における速度比は、1000Hzで1.01、100Hzで1.07、10Hzでは1.16となる。このように本実験条件の範囲では、振動水中の沈降速度は粒径の大きなガラス粒子の方が常に速くなっている。この傾向は低周波数ほど顕著であり、また、同一周波数では、水の加速度が増大するほど顕著となる。これらの結果は、振動水中では静水中に比べ等速沈降比が縮小し、沈降速度がより粒径に依存することを示している。Fig.14は静水中の等速沈降比の計算値と、静水中、振動水中の等速沈降比の実験値を示したものである。図中の曲線は式(6),(7),(8)を使用して求めた等速沈降比の計算値である。Y軸との交点は式(2)によるStokes則に従う等速沈降比であり、ガラスとジルコニアの組み合わせの場合1.84となる。曲線の右方延長線上には式(1)のNewton則に従う等速沈降比3.40があり、曲線は式(1),(2)では知ることができないその中間域を表している。曲線上の○は、沈降速度66mm/sの粒子に対する静水中の等速沈降比の計算値で2.11である。また、●は静水中の等速沈降比の実験値で2.12となった。一方、振動水中の実験値(図中■)は、速度比が最大となった周波数10Hz、水の加速度 69.6m/s^2 時の結果を元に計算した。ここで、等速沈降比への換算は、対象が極狭い粒度域であるので、この Re 領域の粒子の沈降速度が粒径に比例するという近似に基づいた。その結果、上記の振動条件における等速沈降比は1.85となり、静水中に比べ約13%縮小した。すなわち、200～500 μm 程度の粒子群を沈降速度差により分離するとき、水の振動は比重別分離に対しては不利に働き、粒径別分離に対しては有利に働くことを意味している。このような事実は、筆者の知る限りこれまで報告されたことはなく、振動場によって等速沈降比が変化するという事実を、実験的に検証した最初の例であると考えられる。

ここで等速沈降比(沈降速度差)という観点からFig.8の計算結果をあらためて考えてみる。振動水中の等速沈降比が縮小傾向にあるという点は、どの公式においても正しく表現されている。

^{*} 沈降速度低下率 $= (v_{s0} - v_s) / v_{s0} \cdot 100$,
 v_s : 振動水中の平均沈降速度, v_{s0} : 静水中の終末沈降速度

しかし、両者の速度差はいずれも実験値より小さく、また水の加速度の増大に伴って速度差が接近するなど、実験結果とは異なる点も見られる。本報は計算技術の向上を目的としていないのでその追求は省略するが、実験値と計算値の差が何に基づくものなのかは興味深い課題である。また、本研究では、沈降速度差分離の微粒子対応を念頭に、その手始めとして $200 \sim 500 \mu\text{m}$ 程度のガラスおよびジルコニア試料の分離を対象としてきた。しかし、粒径や比重差がこれより小さな場合には、水中の速度差も小さくなるので、Fig.12 の場合のように等速沈降比の縮小傾向が判然としなくなる可能性はある。さらに、振動により F_d は非線形的に変化するので、分離対象の粒子条件によっては等速沈降比の縮小が発現しない領域が存在する可能性も考えられる。この点については、今後さらに検討する予定である。

Fig.13 Experimental results of the settling velocity ratio (v_{pg}/v_{pz}) of samples in several oscillating water conditions.
 v_{pg} : Settling velocity of glass sample
 v_{pz} : Settling velocity of zirconia sample

6. 結 言

本研究では、分離装置の一要素運動である振動場を取り上げ、静水中で等速沈降する 0.5mm 以下のガラスおよびジルコニア粒子に対し、振動水中の沈降速度と等速沈降比の変化を実験的に検証した。以下に本論文の成果の要点を示す。

- (1) 沈降速度が測定可能な、静的振動場が得られる領域を調べた結果、その境界は水の加速度と周波数の関係を示す XY 両対数グラフにおいて、ほぼ直線として示された。また、 100Hz 以下では界面からの気泡の取り込みが先に起こり、それ以上の周波数ではキャビテーションが先に発生することで、静的環境が失われた。
- (2) 水の加速度と粒子の沈降速度の関係を示した実験結果から、いずれの周波数でも加速度の増大に伴って沈降速度が低下することが示された。各周波数における沈降速度の低下割合は、同一加速度であれば低周波数の方が大きく、測定限界加速度で比較しても低周波数の方が大きくなった。これらの傾向は、計算結果とほぼ一致するものである。
- (3) 静水中で等速沈降するガラスおよびジルコニア試料は、振動水中では粒径の大きなガラス粒子の方が常に速く沈降した。これは、沈降速度がより粒径依存になり、等速沈降比が縮小したことを意味する。この傾向は低周波数ほど顕著であり、同一周波数では水の加速度が増大するほど顕著となる。
- (4) 試料粒子の等速沈降比は静水中の 2.12 に対し、周波数 10Hz 、加速度 69.6m/s^2 の振動条件下では 1.85 となり、約 13% 縮小した。これは、試料粒子を対象に沈降速度差分離を行なうと、水の振動は比重分離には不利に働き、粒径分離には有利に働くこと意味する。等速沈降比の変化は実験的に初めて確かめられた事実であり、同時に、本研究で検討した範囲内では、これを精度良く計算予測することは難しいと判断された。

* Oscillating condition: $f=10\text{Hz}$, $du/dt=69.6\text{m/s}^2$.

△: Calculated R based on the zirconia sample diameter (zirconia : glass = $202.4 \mu\text{m} : 375.0 \mu\text{m}$)

▽: Calculated R based on the glass sample diameter (zirconia : glass = $234.6 \mu\text{m} : 434.6 \mu\text{m}$)

Fig.14 Equal settling velocity of samples in oscillating water calculated from the experimental data.

References

- 1) R.G. Richards, D.M.MacHunter, P.J.Gates and M.K.Palmer: Miner. Eng., **13** (2000), 65-77.
- 2) A.Trapre, P.Conil, R.Houot and M.Save: Miner. Eng., **7** (1995), 767-778.
- 3) M.K.Mohanty, R.Q.Honaker and A.Patwardhan: Miner. Eng., **15** (2002), 157-166.
- 4) M.Delfini, A.Manni and P.Massacci: Miner. Eng., **13** (2000), 663-666.
- 5) J.Galk, W.Peukert and J.Krahen: Powder Technol., **105** (1999), 186-189.
- 6) H.Tsuji, H.Makino and H.Yoshida: Powder Technol., **118** (2001), 45-52.
- 7) H.Morimoto and T.Shakouchi: Powder Technol., **131** (2003), 71-79.
- 8) K.Takakuwa: *Senko-Kogaku Jo-kan* (Kyoritsu Syuppan, Tokyo, 1955) pp.44-65.
- 9) P.R.Schoneborn: Int. J. Multiphase Flow, **2** (1975), 307-317.
- 10) S.Saito: Kagaku-Kogaku, **32** (1968), 980-985.
- 11) M.Minamizawa and K.Endo: Kagaku-Kogaku-Ronbunshu, **9** (1983), 353-358.
- 12) G.Houghton: Proc. Royal Soc., A272(1963), pp.33-43.
- 13) G.Houghton: Can. J. Chem. Eng., **44** (1966), 90-95.
- 14) G.Houghton: Can. J. Chem. Eng., **46** (1968), 79-81.
- 15) E.B.Tunstall and G.Houghton: Chem. Eng. Sci., **23** (1968), 1067-1081.
- 16) M.H.I.Baird, M.G.Senior and R.J.Thompson: Chem. Eng. Sci., **22** (1967), 551-558.
- 17) P.A.Hwang and A.M.Asce: J. Hydraulic Eng., **111** (1985), 485-502.
- 18) K.Takahashi, S.Mori, A.Tanimoto, H.Imai and K.Endoh: Kagaku-Kogaku-Ronbunshu, **17** (1991), 210-213.
- 19) M.Sekine and H.Yoshikawa: Doboku-Gakkai-Ronbunshu, **II-8** (1987), 209-218.
- 20) S.Ikeda, M.Yamasaka, K.Kiuchi and H.Takahashi: Doboku-Gakkai-Ronbunshu, **II-9** (1988), 57-66.
- 21) H.Yamamoto, T.Koso, H.Hayami and K.Hirata: Kyusyu-Daigaku Kino-Bussitsu-Kagaku-Kenkyusyo Hokoku, **8** (1994) 141-147.
- 22) R.P.Chhabra, S.Agarwal and KChaudhary: Powder Technol., **129** (2003), 53-58.
- 23) A.Haider and O.Levenspiel: Powder Technol., **58** (1989), 63-70.
- 24) S.Tran-Cong, M.Gay, E.E.Michaelides: Powder Technol., **139** (2004), 21-32.
- 25) R.Turton and O.Levenspiel: Powder Technol., **47** (1986), 83-86.
- 26) J.P.K.Seville, U.Tuzun and R.Clift: *Processing of Particulate Solids* (Blackie Academic & Professional, London, 1997)pp.53-98.
- 27) R.L.C.Flemmer and C.L.Banks: Powder Technol., **48** (1986), 217-221.
- 28) S.Saito: Kagaku-Kogaku, **32** (1968), 980-985.