閉口モードの節理先端破壊 —岩盤内の均質化亀裂進展 (第1報)—*

菅原 勝彦¹ 鈴木 康正²

Closing Mode Fracture at Joint-tips —Homogenized Crack Propagation in Rock (1st Report) —

by Katsuhiko SUGAWARA^{a*}, Yasumasa SUZUKI^a

a. Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University, Address: Kurokami
2-39-1, Kumamoto 860-8555, Japan
(*Corresponding author: E-mail sugawara@gpo.kumamoto-u.ac.jp)

Fracture at joint-tips in a closing mode ($K_I < 0$), which is opposite from the opening mode ($K_I > 0$), is discussed upon an analysis of the pure mode I crack propagation from tips of kinked joints, taking an overall slide on the joint surface and a possible closure of the joint into consideration. The stress intensity factors $\{K_{IB}, K_{IIB}\}$ at tips of kinks are accurately analyzed by the Stress Compensation-Displacement Discontinuity Method (SC-DDM), and they are successfully applied to the pure mode I crack propagation analysis, which is conditioned only by $K_{IIB} = 0$. The fracture initiation in the closing mode is evaluated by minimizing the size of kink and open-crack in the model, and it is clarified that the fracture locus in the closing mode is well described by the maximum circumferential stress criterion which is widely used to evaluate the fracture initiation in the mixed mode of the opening mode and in-plane sliding mode.

KEY WORDS: Rock, Fracture, Homogenization, Closing Mode, Maximum Circumferential Stress Criterion, Displacement Discontinuity Method

1. 緒 言

亀裂先端の応力拡大係数や破壊靱性などで記述される破壊力学のミクロなモデルを用いて、岩盤の遅れ破壊や封圧効果など、岩盤のマクロな挙動を陽に解析する方法の開発を目指し、筆者らは、多節理問題への変位食い違い法^{1,2)}の適用を検討し、無数の開口節理が相互に影響を及ぼす場において節理先端の応力拡大係数や節理面の変位不連続を精密に解析できる応力補償変位不連続法(SC-DDM)^{3,4)}を開発した。本論文では、SC-DDMによる亀裂進展解析法を提案し、これを閉口モードにおける節理先端破壊の解析に適用する。

亀裂先端破壊に関しては、すでに多くの理論的研究⁵⁻⁹⁾があり、閉口モードの応力拡大係数($K_I \geq 0$)と面内せん断モードの応力拡大係数(K_{II})を用いて、亀裂先端に微小な開口亀裂(Kink)が発生する条件などが様々に論じられてきた。圧縮場の亀裂進展に関しては、亀裂面の摩擦を考慮した非圧縮性の純粋な面内せん断モードの研究¹⁰⁻¹⁷⁾がある。これらの研究では、亀裂を理想化して幅の無い有限長さの切れ目で表す。したがって、閉口は可能である

が、閉口時の亀裂上下面の垂直相対変位は零であると考え、 $K_I \geq 0$ を仮定している。しかし、天然の亀裂は有限な幅を有し、多くは充填物で満たされている。このような場合には、充填物の圧縮が可能であるから、閉口時の亀裂上下面の垂直相対変位は零ではなく、充填物の圧縮に応じて有限な閉塞変形が生じる。すなわち、 $K_I < 0$ の変形モードが亀裂の先端に作用する。この変形モードを本論文では閉口モードと呼んでいる。閉口モードに関する研究は皆無である。

非圧縮性の純粋な面内せん断モードに関して、Cottrellら¹²⁾やHori¹³⁾は、Kinkの先端の応力拡大係数 $\{K_{IB}, K_{IIB}\}$ を既存の非圧縮性亀裂のKink発生前の K_{II} を用いて定式化し、純粋な面内せん断モードでのKinkの発生と成長について論じた。Steiffら¹⁴⁾は種々の方向と長さの直線状Kinkの K_{IB} を解析し、これが最大値(K_{IBmax})を示す方向のKinkと既存亀裂の交角はKinkの長さの増加とともに減少すること、 K_{IBmax} の方向が $K_{IIB} = 0$ の方向にほぼ一致することなどを見出した。また、Melin¹⁷⁾は K_{IBmax} の解析から既存亀裂と純粋な面内せん断モードで生じるKinkの交角(分岐角)が約70度であることを示し、Kinkが純粋な開口モード($K_{IIB} = 0$)で成長するならば、滑らかなカーブを描いて最大圧縮の方向に進展すると論じた。また、非圧縮性の亀裂が純粋なモードIIの破壊($K_I = 0$)によって方向を変えずに成長する条件を検討し、どちらの破壊が生じるかを決定するには、 K_{II} とその臨界値(K_{IIC})の比較、並びに K_{IB} とその臨界値(K_{IBC})の比較が必要であると論じた。

*2006年5月29日受付 7月18日受理

1. 普通会員 工学博士 熊本大学大学院教授 自然科学研究科

2. 普通員 熊本大学大学院 自然科学研究科

[著者連絡先] FAX: 096-342-3685

E-mail: sugawara@gpo.kumamoto-u.ac.jp

キーワード: 岩盤, 破壊, 均質化, 閉口モード, 最大周方向応力基準, 変位不連続法

Fig.1 A schematic view of an elliptic compressible joint in rock and internal stresses (σ_c, τ_c).

これらの研究を踏まえ、本研究では、既存節理の先端に Kink が発生することを前提として、SC-DDM を用いて、Kink が成長した段階の亀裂進展を解析する。ただし、多様な変形特性をもち、岩盤の力学的特性を支配する節理群^{18,19)}の相互干渉を定量化するために、内部が充填物で満たされた節理セットを均質化する。この場合、節理先端に開口モードの変形が加えられて、Kink が顕在化すると考える。しかし、前述したように開口モードでの節理先端破壊は未解明である。そこで、本論文では、節理先端に発生する開口亀裂の先端の K_{IB} と K_{IIB} を求め、その純粋な開口モード ($K_{IIB} = 0$) の成長を解析する。この数値解析は最大周方向応力規準⁵⁾のような既存の破壊基準を用いないで実行できる点に著しい特徴がある。つぎに、開口亀裂の寸法が異なる数値解から無限小亀裂の生成 (破壊開始) を外挿し、既往の破壊基準との比較などを通じて開口モードの節理先端破壊を分析する。

2. 均質化された節理の全面滑り問題

2・1 節理セットの均質化

節理は、Fig.1 のように、長さが $2a_0$ の扁平な楕円形の開口であり、内部は充填物で完全に満たされているとする。充填物のヤング率を E_f 、ポアソン比を ν_f で表す。無数の節理が無限弾性体に内包され、Fig.2(a) のように、全て直角座標系 (x, y) の x 軸に平行、かつ千鳥配置であるとする。節理中心の x 軸方向の間隔を $2w$ 、 y 軸方向の間隔を $2h$ とすると、巨視構造は Fig.2(b) のように中央に1つの節理をもつ矩形ユニット・セル (幅 $2w$ 、高さ $2h$) の無限集合で表される。無限弾性体のヤング率を E 、ポアソン比を ν で表す。

平面ひずみ状態で巨視的な意味で一樣な負荷応力 $\{\sigma^\infty\}$ が作用するとき、全てのユニット・セルの巨視的な負荷応力は $\{\sigma^\infty\}$ に等しく、ユニット・セルは互いに共同に変形し、節理先端の応力拡大係数は全ての節理について同一である^{12,13)}。したがって、Kink の発生と成長も全ての節理について同一であるとする。

2・2 無限遠の負荷応力と節理の内部応力

無限遠の負荷応力として巨視的な意味で一樣な1軸圧縮を考える。Fig.2(a) のように、負荷する圧力の平均値を p とし、軸圧と呼ぶ (圧縮: 正)。また、 x 軸から反時計に計った p の角度 (載荷角) を θ_p で表す。以下、応力は引張を正とすると、無限遠での平均応力 (負荷応力) の座標系成分 $\{\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty\}$ は次式で表される。

$$\sigma_x^\infty = -p \cos^2 \theta_p, \sigma_y^\infty = -p \sin^2 \theta_p, \tau_{xy}^\infty = -p \sin \theta_p \cos \theta_p \dots \dots \dots (1)$$

充填物の圧縮などに起因し、Fig.1 のように、節理の上下面に直応力 (σ_c) とせん断応力 (τ_c) が発生する。これらを節理の内部応力と呼ぶ。これは充填物の弾性と非弾性、節理の細長比、摩擦滑り条件などに依存し、その節理面上での分布は一般に一樣ではなく、Kink の発生前後で変化し、さらにその成長に伴って増減する。しかし、本論文では、節理の内部応力について一様性を

Fig.2 Homogenized model of a single set of compressible joints; (a) an alternative arrangement of unit-cells loaded by the uniaxial pressure (p) at infinity; (b) an example of unit-cell including a single joint of a length of $2a_0$ in the centre.

仮定する。このために、節理面上で摩擦係数 μ の滑り基準:

$$\tau_c = \mu \cdot \sigma_c \dots \dots \dots (2)$$

が満たされ、節理は全面滑り状態にあると仮定する。

2・3 全面滑り問題における節理応力伝達率

内部応力が一樣な全面滑り問題では、内部応力の垂直成分 (σ_c) が y 軸方向の負荷応力 (σ_y^∞) に比例するので、非負の定数 (α_n) を用いて、内部応力 $\{\sigma_c, \tau_c\}$ は、

$$\sigma_c = \alpha_n \cdot \sigma_y^\infty, \tau_c = \mu \cdot \alpha_n \cdot \sigma_y^\infty \dots \dots \dots (3)$$

で表される。 $\alpha_n = 0$ は開口節理に対応し、 $\alpha_n = 1$ は非圧縮性の亀裂の純粋な面内せん断モードに対応する¹⁰⁻¹⁷⁾。以下、 α_n を節理応力伝達率と呼ぶ。

3. 節理の先端の応力拡大係数

充填物が全て取り除かれた状態の開口節理を考える。その均質化モデルに負荷応力 $\{\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty\}$ と一樣な節理の内部応力 $\{\sigma_c, \tau_c\}$ が作用するとき、節理先端の応力拡大係数 $\{K_I, K_{II}\}$ は、

$$K_I = \gamma \cdot (\sigma_y^\infty - \sigma_c) \cdot (\pi a_0)^{1/2}, K_{II} = \eta \cdot (\tau_{xy}^\infty - \tau_c) \cdot (\pi a_0)^{1/2} \dots (4)$$

で与えられる。正の係数 $\{\gamma, \eta\}$ は正規化された応力拡大係数であり、Fig.3 に示すように、矩形ユニット・セルの形状 $\{h/w, a_0/w\}$ に依存する³⁾。図中の解は SC-DDM による。単一亀裂 ($h, w \rightarrow \infty$) の理論解は、 $\gamma = \eta = 1$ である。

ここで、無限弾性体に含まれる長さ $2a_0$ の単一開口節理の内部に、引張強度 (T) に等しい一様内圧が作用する場合のモード I の応力拡大係数 (K_I) はその臨界値 (K_{IC}) に等しいと仮定して、

$$K_{IC} = T \cdot (\pi a_0)^{1/2} \dots \dots \dots (5)$$

Fig.3 Normalized stress intensity factors (γ , η) at joint-tips; (a) γ as a function of a_0/w ; (b) η as a function of a_0/w .

と置くと、式(4)はつぎのように無次元表示できる。

$$\begin{aligned} K_I^* &= K_I/K_{IC} = \gamma \cdot (\sigma_y^{\infty*} - \sigma_c^*), \\ K_{II}^* &= K_{II}/K_{IC} = \eta \cdot (\tau_{xy}^{\infty*} - \tau_c^*) \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、上添字の*は無次元を示す。応力は T で除し、

$$\begin{aligned} \sigma_y^{\infty*} &= \sigma_y^{\infty}/T, \tau_{xy}^{\infty*} = \tau_{xy}^{\infty}/T, \\ \sigma_c^* &= \sigma_c/T, \tau_c^* = \tau_c/T, p^* = p/T \end{aligned} \quad (7)$$

などで、無次元応力を表記する。なお、式(5)の T は K_I がその臨界値 (K_{IC}) に等しい臨界状態の強度であり、岩石試験で求められる加圧速度などに依存する通常の引張強度 (S_p) とは異なる。そこで、本研究では、規準応力としての T を臨界引張強度と呼ぶ。

負荷応力の座標系成分 $\{\sigma_y^{\infty*}, \sigma_y^{\infty*}, \tau_{xy}^{\infty*}\}$ と節理の内部応力 $\{\sigma_c^*, \tau_c^*\}$ はともに軸圧 (p^*) に比例するので、式(6)の応力拡大係数は、

$$K_I^* = \Phi_I \cdot p^*, K_{II}^* = \Phi_{II} \cdot p^* \quad (8)$$

と表記できる。上式の無次元係数 $\{\Phi_I, \Phi_{II}\}$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Phi_I &= -\gamma \cdot (1 - \alpha_n) \cdot \sin^2 \theta_p, \\ \Phi_{II} &= -\eta \cdot (\sin \theta_p \cos \theta_p - \mu \alpha_n \sin^2 \theta_p) \end{aligned} \quad (9)$$

したがって、応力拡大係数の比 (κ) は、

$$\kappa = K_I/K_{II} = \gamma/\eta \cdot (1 - \alpha_n)/(\cot \theta_p - \mu \alpha_n) \quad (10)$$

で求められる。

4. 節理先端破壊の開始に関する検討

式(9)から解るように、 α_n 値が1未満のとき $K_I^* < 0$ で、開口モードと正反対の閉口モードが生じる。本章では、閉口モードへの拡張が容易である最大周方向応力基準⁵⁾に従い検討を進める。

本基準は、Fig.4のように亀裂先端を原点とする極座標系 (r, θ) の周方向応力 (σ_θ) が亀裂先端で最大となる方向に亀裂が進展すると仮定する。亀裂先端の近傍の応力は $r^{-1/2}$ の特性を有し、

$$\sigma_\theta = \cos(\theta/2) \cdot \{K_I \cos^2(\theta/2) - 1.5K_{II} \sin \theta\} \cdot (2\pi r)^{-1/2} \quad (11)$$

$$\tau_{r\theta} = 0.5 \cos(\theta/2) \cdot \{K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)\} \cdot (2\pi r)^{-1/2} \quad (12)$$

で与えられる。モードIの場合、 $\theta = 0$ で σ_θ が最大値 ($\sigma_{\theta \max}$) をとり、せん断応力 ($\tau_{r\theta}$) は零である。 $\sigma_{\theta \max}$ は K_I の臨界値 (K_{IC}) を用いて、

Fig.4 The maximum circumferential stress criterion; (a) fracture mode I (opening); (b) fracture mode II (in-plane sliding); (c) fracture locus; (d) crack propagation angle (β).

Fig.5 Fracture initiation at a tip of pre-existing crack in the mixed mode of K_I and K_{II} , and subsequent movement of the critical stress distribution (σ_θ), depending upon the stress intensity factors $\{K_{IB}, K_{IIB}\}$ at the tip of a minute kink.

$$\sigma_{\theta \max} = K_{IC} \cdot (2\pi r)^{-1/2} \quad (13)$$

で表される。混合モードの場合にも、亀裂進展方向 ($\theta = \beta$) で、 $\sigma_\theta = \sigma_{\theta \max}$, $\tau_{r\theta} = 0$ が成立するので、 $\sigma_\theta = \sigma_{\theta \max}$ から得られる式:

$$K_I \cos^3(\beta/2) - 1.5K_{II} \sin \beta \cdot \cos(\beta/2) = K_{IC} \quad (14)$$

と、 $\tau_{r\theta} = 0$ から得られる式:

$$K_I \sin \beta \cdot \cos(\beta/2) + K_{II} (3 \cos \beta - 1) \cdot \cos(\beta/2) = 0 \quad (15)$$

が亀裂進展条件を与える。ここで、 β は亀裂進展角と呼ばれる。

本基準による破壊ローカス (K_I^* と K_{II}^* の関係) を Fig.4(c) に、 K_I^* 値と亀裂進展角 (β) の関係を Fig.4(d) に示す。純粋な面内剪断変形モード ($K_I^* = 0$) では、 $\beta = 70.5^\circ$, $K_{II}^* = -0.866$ である。

上述のように、最大周方向応力基準では、亀裂先端を原点とする極座標系 (r, θ) の角度 (θ) で亀裂進展角 (β) を定義する。したがって、これを既存亀裂の先端に適用して得られる亀裂進展角 (β) は、当然に、既存亀裂と Kink の交角、すなわち、分岐角 (β_0) に等しい。 β_0 の下添字の 0 は既存亀裂の破壊開始を示す。このように破壊開始時の亀裂進展角を分岐角と呼んで、Kink の成長段階の亀裂進展角 (β) と区別するので注意されたい。

最大周方向応力基準は、Kink の発生に伴う応力場の変化に触れていない。しかし、Fig.5のように、臨界応力分布が微小な

Fig.6 Effects of the C -value upon the fracture locus (K_I^* versus K_{II}^*) and the crack-tip inclination angle (θ_a); (a) fracture loci; (b) θ_a versus K_I^* .

Kink の成長に伴い分岐角 (β_0) の方向に平行移動すると考える。なぜならば、臨界応力分布の平行移動により連続的に破壊条件が満たされ、Kink は顕在化できる。そこで、臨界状態の Kink の先端の応力拡大係数 $\{K_{IB}, K_{IIB}\}$ に関して、

$$K_{IB} = K_I \cos^3(\beta_0/2) - 1.5 K_{II} \sin \beta_0 \cdot \cos(\beta_0/2) = K_{IC} \quad (16)$$

$$K_{IIB} = K_I \sin \beta_0 \cdot \cos(\beta_0/2) + K_{II} (3 \cos \beta_0 - 1) \cdot \cos(\beta_0/2) = 0 \quad (17)$$

を仮定する。式 (16) は式 (14) に対応し、Kink の延長面に作用する直応力が臨界状態にあることを示す。また、式 (17) は式 (15) に対応し、その面上のせん断応力が零であり、Kink が分岐角 (β_0) の方向に成長することを表す。さらに、Kink の先端の応力拡大係数 $\{K_{IB}, K_{IIB}\}$ が既存亀裂の先端の応力拡大係数 $\{K_I, K_{II}\}$ の寄与の総和で与えられることを示している^{12,13)}。この関係は、つぎのように一般的に表記できよう。

$$K_{IB} = e_{I,I} \cdot K_I + e_{I,II} \cdot K_{II} = K_{IC},$$

$$K_{IIB} = e_{II,I} \cdot K_I + e_{II,II} \cdot K_{II} = 0 \quad (18)$$

ここに、係数 $\{e_{I,I}, e_{I,II}, e_{II,I}, e_{II,II}\}$ は $\{K_I, K_{II}\}$ の寄与を示す影響係数である。言うまでもなく、この表記は Kink の長さ (a) が十分に短いことを前提としている。この考え方に立つと、Kink の成長プロセスをより詳細に理解するために、影響係数の分析が不可欠であると考えられる¹⁴⁻¹⁷⁾。

ここでは、影響係数の分析の重要性を具体的に説明するために、また、後述する数値解析結果の分析に資するために、 K_I の K_{IIB} への寄与を示す影響係数 ($e_{II,I}$) が最大周方向応力基準の値、すなわち、式 (17) の左辺第 1 項の $\sin \beta_0 \cdot \cos(\beta_0/2)$ の C 倍である場合について述べる。ただし、分岐角 (β_0) を亀裂先端傾斜角 (θ_a) に置き換え、

$$e_{I,I} = \cos^3(\theta_a/2), e_{I,II} = -1.5 \sin \theta_a \cdot \cos(\theta_a/2) \quad (19)$$

$$e_{II,I} = C \cdot \sin \theta_a \cdot \cos(\theta_a/2), \\ e_{II,II} = (3 \cos \theta_a - 1) \cdot \cos(\theta_a/2) \quad (20)$$

と仮定する。以下、正の定数 C を C 値と呼ぶ。当然に、 $C = 1$ は最大周方向応力基準であり、Kink の初生段階 ($\theta_a = \beta_0$) に対応する。

影響係数が式 (19) と式 (20) で与えられる場合、式 (18) の $K_{IIB} = 0$ より、亀裂先端傾斜角 (θ_a) は $\kappa_e = C \cdot K_I / K_{II}$ の関数として、

$$K_{II} > 0 \text{ の場合: } \tan(\theta_a/2) = 1/4 \cdot \{\kappa_e - (\kappa_e^2 + 8)^{1/2}\} \quad (21)$$

$$K_{II} < 0 \text{ の場合: } \tan(\theta_a/2) = 1/4 \cdot \{\kappa_e + (\kappa_e^2 + 8)^{1/2}\} \quad (22)$$

で与えられる。また、式 (18) の $K_{IB} = K_{IC}$ から、応力拡大係数 $\{K_I^*, K_{II}^*\}$ は式 (10) の $\kappa = K_I / K_{II}$ の関数としてつぎのように求められ

Fig.7 Schematic view of the growth of minute kink upon the hypothesis that the C -value increases with the growth; (a) the closing mode of $K_I < 0$; (b) the pure in-plane sliding mode of $K_I = 0$.

る。

$$K_I^* = \kappa / S(\kappa, \theta_a), K_{II}^* = 1 / S(\kappa, \theta_a) \quad (23)$$

$$S(\kappa, \theta_a) = \kappa \cdot \cos^3(\theta_a/2) - 1.5 \sin \theta_a \cdot \cos(\theta_a/2) \quad (24)$$

Kink の成長に伴って C 値が増大する場合の亀裂進展形状を考えるために、 C 値が 1 ~ 2 の範囲の破壊ローカスを Fig.6(a) に、 K_I^* 値と亀裂先端傾斜角 (θ_a) の関係を Fig.6(b) に示す。図より、 K_I^* 値が一定であるとき、Kink の成長に伴い、閉口モードでは K_{II}^* の絶対値と亀裂先端傾斜角 (θ_a) がともに増加して亀裂進展条件を満たすことが解る。ここで、負荷を変化させない場合、すなわち、既存亀裂の先端の応力拡大係数 $\{K_I^*, K_{II}^*\}$ が一定の環境で進行する Kink の成長を議論するために、その成長速度 (da/dt) は K_{IB} 値に依存し、 K_{IB} 値の増減が成長速度の増減に対応すると仮定する。この仮定に従うと、閉口モードでは亀裂先端傾斜角 (θ_a) が増加する成長過程で成長速度が減少する。 $K_I^* = 0$ の場合は、一定速度で一定方向に成長する。したがって、Kink の成長に伴い C 値が増加するならば、Fig.7 に示すように、 $K_I^* < 0$ の Kink は成長速度を減じつつ、 β_0 の方向から図上で左側にそれる。 $K_I^* = 0$ の Kink は 70.5 度の方向に直線的に一定速度で成長すると考えられる。この試算から解るように、影響係数の分析は節理先端破壊のより詳細な理解を助ける。

上述のように、Kink は式 (18) に従って $K_{IIB} = 0$ を満たす方向に成長し、 $K_{IB} = K_{IC}$ が満たされると、Kink の先端に臨界応力分布が出現すると考えられる。このような臨界状態での亀裂進展を生起させる軸圧 (p^*) を、本研究では、開口亀裂進展の臨界圧と呼び、 p_c^* で表す。また、Kink の初生段階 (破壊開始段階) の臨界圧 (p_c^*) を節理先端破壊の臨界圧と呼び、 p_{c0}^* で表すので注意されたい。なお、下添字の c は臨界状態を、 0 は破壊開始をそれぞれ示す。

5. 均質化亀裂進展解析の原理と方法

既存節理の先端に発生する開口亀裂の長さを a で表し、これと節理の半長 (a_0) との比 $a^* = a/a_0$ で無次元亀裂進展長 (a^*) を定義する。この解析では、 a^* の値が異なる亀裂先端の応力拡大係数 $\{K_I, K_{II}\}$ を正確に求め、その先端に臨界応力 ($\sigma_{\theta \max}$) が生じるための負荷、すなわち、臨界圧 (p_c^*) を求める。したがって、解析の目的は臨界圧 (p_c^*) と亀裂進展長 (a^*) の関係を具体的に求めることである。

さて、Fig.8 のように、開口亀裂は滑らかな曲線を描くと仮定する。局所的に曲線をその接線で置き換え、開口亀裂の亀裂進展角 (β) は近似的に零であると考える。すなわち、

$$\beta = 0 \quad (25)$$

Fig.8 Pure mode I crack propagation, being assumed that the crack propagation angle (β) at the tip of open crack is zero, since it has to propagate, forming a smooth curve, in the tangential direction of it.

であるとし、開口亀裂の先端のモード II の応力拡大係数 (K_{II}) は、

$$K_{II} = 0 \quad \dots \dots \dots (26)$$

を満たすと仮定する。すなわち、亀裂は純粋な開口モードで成長すると仮定する¹⁷⁾。

上記の亀裂進展条件を念頭に置いて、Fig.9 のように、開口直線亀裂を逐次追加した均質化モデルについて、応力拡大係数 $\{K_I, K_{II}\}$ と亀裂進展角 (β) を解析する。応力拡大係数の SC-DDM による解析では、一定長さ (Δ) の複数の要素を用いて、要素の接続部に発生する不可避免的な雑音を最小化することが肝要である。以下、節理の要素分割数を N 、追加する開口直線亀裂の要素数を K とし、成長段階 i の全要素数を $N + 2iK$ 、要素長さを $\Delta = 2a_0/N$ とする。

第 1 段階 ($i = 1$) の解析はつぎのようである。まず、節理を N 個の DDM 要素で模す。その節理の先端に長さ $K\Delta$ の開口直線亀裂を追加した均質化モデルを作り、開口直線亀裂の傾斜角 (θ_s) を様々に変えて、それぞれの亀裂先端の応力拡大係数 $\{K_I^*, K_{II}^*\}$ を求め、 $K_{II}^* = 0$ を満たす最適な亀裂先端傾斜角 (θ_a) を探索する。最大周方向応力基準を利用する場合には、亀裂先端の応力拡大係数 $\{K_I^*, K_{II}^*\}$ から亀裂進展角 (β) の値が算定できるので、仮定した傾斜角 (θ_s) の関数として亀裂進展角 (β) を定め、条件式 (25) を満たす最適な亀裂先端傾斜角 (θ_a) を探索する。同様の操作を繰り返して、各成長段階の亀裂先端傾斜角 (θ_a) を順次求める。同時に、式 (8) を用いて臨界圧 (p_c^*) の値を求める。たとえば、第 2 段階 ($i = 2$) では、Fig.9(b) のように、第 1 段階 ($i = 1$) で定められた開口亀裂の先端に長さ $K\Delta$ の開口直線亀裂を追加した均質化モデルを作成し、追加部分の傾斜角 (θ_s) を変えることにより、第 1 段階と同様に、追加部分の傾斜角 (θ_s) の関数として応力拡大係数 (K_{II}^*) を求めて、最適な先端傾斜角 (θ_a) を探索し、臨界圧 (p_c^*) を定める。

上記の亀裂進展解析では、先端で $K_{II} = 0$ となる開口亀裂の探索が課題である。このために既往の如何なる破壊基準も必要ではないが、開口亀裂の先端の応力拡大係数を正確に求める必要がある。その方法を次章で説明する。

6. 開口亀裂の先端の応力拡大係数

成長段階 i における亀裂先端の応力拡大係数 $\{K_{II}, K_{III}\}$ は、全体が開口状態にある均質化モデルに負荷応力 $\{\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty\}$ を作用させると同時に、節理の部分にのみその内部応力 $\{\sigma_c, \tau_c\}$ を作用させて求められる。応力拡大係数は全ての応力成分が寄与す

Fig.9 Schematic partial view of the SC-DDM model; (a) elements of the first step ($i = 1$); (b) the second step ($i = 2$).

るので、

$$K_{II} = (\gamma_{xxi} \sigma_x^\infty + \gamma_{yyi} \sigma_y^\infty + \gamma_{xyi} \tau_{xy}^\infty - \gamma_{\sigma ci} \sigma_c - \gamma_{\tau ci} \tau_c) \cdot (\pi a_0)^{1/2} \quad \dots \dots \dots (27)$$

$$K_{III} = (\eta_{xxi} \sigma_x^\infty + \eta_{yyi} \sigma_y^\infty + \eta_{xyi} \tau_{xy}^\infty - \eta_{\sigma ci} \sigma_c - \eta_{\tau ci} \tau_c) \cdot (\pi a_0)^{1/2} \quad \dots \dots \dots (28)$$

で表される。右辺の無次元係数 $\{\gamma_{xxi}, \gamma_{yyi}, \dots, \eta_{\tau ci}\}$ は各応力成分で正規化された応力拡大係数に相当しており、全て応力補償変位不連続法 (SC-DDM) により求められる。

以下、SC-DDM の原理と諸係数の求め方について述べる。開口亀裂問題の正解 (0) は、重ね合わせの原理から、内部に亀裂を含まない弾性体に負荷応力 $\{\sigma^\infty\}$ が作用する場合の解 (a) と無限遠の負荷応力が零で DDM 要素の中心に負荷応力と等価異符号の応力 $\{\sigma_n, \tau_s\}$ が作用する場合の解 (b) の和で与えられる。すなわち、正解 (0) = 解 (a) + 解 (b) である。なお、傾斜角が θ_a の開口亀裂面の $\{\sigma_n, \tau_s\}$ は、

$$\sigma_n = p \sin^2(\theta_p - \theta_a), \tau_s = p \sin(\theta_p - \theta_a) \cos(\theta_p - \theta_a) \quad \dots \dots \dots (29)$$

である。節理面 ($\theta_a = 0$) では、 $\sigma_n = -\sigma_y^\infty, \tau_s = -\tau_{xy}^\infty$ である。式 (29) の $\{\sigma_n, \tau_s\}$ を作用させて解 (b) を求める問題を内圧問題と呼ぶ。

解 (b) を得るために DDM¹⁰⁾ を適用すると、無限遠の変位を零とする DDM 基本解の特徴から変位拘束を受けた解、すなわち無限遠に拘束応力 $\{\sigma_F^\infty\} = \{\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty\}$ が作用した解 (c) が得られる¹²⁾。ここで、下添字の F は拘束応力を示す。これはユニット・セルの辺上の応力分布から求められる¹²⁾。したがって、解 (a) に解 (c) を加えると、無限遠において拘束応力が余分になる。この影響を除去するために、亀裂面の内圧を零とし、拘束応力と等価異符号の応力を無限遠に作用させる。この重ね合わせで拘束応力の影響を除去して、正解 (0) を求める。

いま、SC-DDM により段階 i の開口亀裂問題が解かれて、正規化された応力拡大係数 $\{\gamma_{xxi}, \gamma_{yyi}, \gamma_{xyi}\}$ と $\{\eta_{xxi}, \eta_{yyi}, \eta_{xyi}\}$ が既知で

Fig.10 Determination of the crack-tip inclination angle (θ_a) upon $\beta = 0$.

あるとすると、残りの係数 $\{\gamma_{\sigma ci}, \gamma_{\tau ci}\}$ と $\{\eta_{\sigma ci}, \eta_{\tau ci}\}$ はつぎに述べる2つのステップのDDM解析から求められる。第1ステップでは、内部応力の垂直成分 (σ_c) だけが作用する内圧問題をDDMで解く。このために、開口亀裂面の応力を零とし、節理面の $\{\sigma_n, \tau_s\}$ を、

$$\sigma_n = \sigma_c, \tau_s = 0 \quad \dots\dots\dots (30)$$

とする。第1ステップのDDM解 $\{K_{II}^{(1)}, K_{III}^{(1)}\}$ は、拘束応力 $\{\sigma_F^{(1)}\}$ の影響を受けるので、つぎのように表される。

$$K_{II}^{(1)} = (\gamma_{xci} \sigma_x^\infty F^{(1)} + \gamma_{yyi} \sigma_y^\infty F^{(1)} + \gamma_{xyi} \tau_{xy}^\infty F^{(1)} - \gamma_{\sigma ci} \sigma_c) \cdot (\pi a_0)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$K_{III}^{(1)} = (\eta_{xci} \sigma_x^\infty F^{(1)} + \eta_{yyi} \sigma_y^\infty F^{(1)} + \eta_{xyi} \tau_{xy}^\infty F^{(1)} - \eta_{\sigma ci} \sigma_c) \cdot (\pi a_0)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (32)$$

右辺の $\{\gamma_{xci}, \gamma_{yyi}, \gamma_{xyi}\}$ と $\{\eta_{xci}, \eta_{yyi}, \eta_{xyi}\}$ は既知であるから、ユニット・セルの辺上の応力分布から拘束応力 $\{\sigma_F^{(1)}\}$ を求め、上式に代入すると、係数 $\{\gamma_{\sigma ci}, \eta_{\sigma ci}\}$ の値が得られる。第2ステップでは、内部応力のせん断成分 (τ_c) だけが作用する内圧問題をDDMで解く。すなわち、開口亀裂面の応力を零とし、節理面の $\{\sigma_n, \tau_s\}$ を、

$$\sigma_n = 0, \tau_s = \tau_c \quad \dots\dots\dots (33)$$

とする。第2ステップのDDM解 $\{K_{II}^{(2)}, K_{III}^{(2)}\}$ は、

$$K_{II}^{(2)} = (\gamma_{xci} \sigma_x^\infty F^{(2)} + \gamma_{yyi} \sigma_y^\infty F^{(2)} + \gamma_{xyi} \tau_{xy}^\infty F^{(2)} - \gamma_{\tau ci} \tau_c) \cdot (\pi a_0)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$K_{III}^{(2)} = (\eta_{xci} \sigma_x^\infty F^{(2)} + \eta_{yyi} \sigma_y^\infty F^{(2)} + \eta_{xyi} \tau_{xy}^\infty F^{(2)} - \eta_{\tau ci} \tau_c) \cdot (\pi a_0)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (35)$$

である。したがって、上式に $\{\gamma_{xci}, \gamma_{yyi}, \gamma_{xyi}\}$ と $\{\eta_{xci}, \eta_{yyi}, \eta_{xyi}\}$ 、および拘束応力 $\{\sigma_F^{(2)}\}$ を代入して、係数 $\{\gamma_{\tau ci}, \eta_{\tau ci}\}$ が求められる。

以上に述べた2つのステップで構成される解析法は、開口亀裂の変位不連続、任意点の応力や変位の解析にも適用できる。なお、応力拡大係数のDDM解 $\{K_{II}^{(1)}, K_{III}^{(1)}\}$ と $\{K_{II}^{(2)}, K_{III}^{(2)}\}$ の算定には変位不連続比較法⁴⁾を用いる。

7. 純粋な面内せん断モードの節理先端破壊

7・1 均質化亀裂進展解析の精度に関する考察

最大周方向応力基準によると、純粋な面内せん断モードの場合、

Fig.11 The critical pressure ($p_c^* = p_c / T$) of the pure mode I crack propagation of $K_I = K_{IC}$, as a function of the crack elongation ($a^* = a/a_0$), in the case of $h/w = 1$, $w/a_0 = 20$, $\alpha_n = 1$, $\mu = 0.75$, $\theta_p = 30^\circ$; (a) $K = 1$; (b) $K = 3$; (c) $K = 7$.

分岐角 $\beta_0 = 70.5$ 度、 $K_{II}^* = -0.866$ である。これを均質化亀裂進展解析によって検証するために、節理応力伝達率 $\alpha_n = 1$ の非圧縮性の節理の全面滑り問題について、载荷角 (θ_p) と摩擦係数 (μ) を種々に変えた解析を行った。とくに、要素分割数 $\{N, K\}$ の異なる解析を実施した。詳細は次節以降で述べることにし、以下、亀裂先端傾斜角 (θ_a) の解析精度と臨界圧 (p_c^*) の解に及ぼす要素分割数の影響について考察する。

まず、亀裂先端傾斜角 (θ_a) の計算例を Fig.10 に示す。第1段階 ($i = 1$) で、開口直線亀裂の傾斜角 (θ_s) を1度ごとに変化させて、それぞれ亀裂進展角 (β) を第5章で述べた最大周方向応力基準により算定した結果である。 $\beta = 0$ の近傍の $\beta - \theta_s$ 関係はほぼ線形である。これより、以下の解析では、5度間隔に傾斜角 (θ_s) を設定し、 $\beta = 0$ の前後の3つの解 (図中の黒丸の3点) を抽出して、3点を通る放物線と $\beta = 0$ の直線の交点座標から最適な亀裂先端傾斜角 (θ_a) を求めた。その決定精度は0.3度未満である。なお、 $\beta - \theta_s$ 関係を用いて最適な亀裂先端傾斜角 (θ_a) を探索しているが、本来は $K_{II} - \theta_s$ 関係を用いて θ_a が求められる。この場合は $\{K, K_{II}\}$ から β を求める手続きは不要である。

つぎに、節理応力伝達率 $\alpha_n = 1$ の全面滑り問題の臨界圧 (p_c^*) の解析結果を Fig.11 に例示する。载荷角 $\theta_p = 30$ 度、摩擦係数 $\mu = 0.75$ の場合である。ユニット・セルは $h/w = 1$, $w/a_0 = 0.05$ である。節理の要素分割数は $N = 100, 200, 400, 800$ および 1600 の5通りで、それぞれ亀裂先端への追加要素数 (K 値) を $K = 1, 3, 7$ の3通りに変化させている。Fig.11では、臨界圧 (p_c^*) を亀裂進展長 ($a^* = a/a_0$) の関数として表示している。

開口亀裂の純粋なモードIの亀裂進展から求められた臨界圧 (p_c^*) は、 $K = 1$ の場合、 N の値により値が異なる。これはDDMに特有な分岐部などの要素傾斜の急変部から発生する雑音の影響しているためである。 $K = 7$ の場合には、 N 値の異なる解が連続した単調増加の曲線上に分布し、かつ、最大周方向応力基準の理論臨界圧 $p_{c0}^* = 3.53$ に向かっている。したがって、良好な解が得られていると解釈できる。そこで、 $K = 7$ の解を用いて、次節で説明する手順に従い、節理先端破壊の臨界圧 (p_{c0}^*) と分岐角 (β_0) を外挿し、最大周方向応力基準と比較することにする。

7・2 節理先端破壊の臨界圧と分岐角の外挿方法

Fig.11(c) のように、 $a^* < 0.2$ の範囲で臨界圧 (p_c^*) が連続な増加関数で表されること、また、後述するように亀裂先端傾斜角 (θ_a) の数値解が連続な減少関数で近似できることに着目し、 $a^* = 0$ の近傍まで単調な増加関数または減少関数で表されることを前提と

Fig.12 Evaluation of the critical pressure (p_{c0}^*) of the joint-tip fracture initiation and the crack branching angle (β_0) in the case of $\alpha_n = 1$ (pure in-plane sliding mode), upon the numerical solutions of the critical pressure (p_c^*) of the pure mode I crack propagation and the crack-tip inclination angle (θ_a); (a) extrapolation of p_{c0}^* ; (b) extrapolation of β_0 .

する外挿方法を採用した。節理先端破壊の臨界圧 (p_{c0}^*) と分岐角 (β_0) の外挿方法は共通しているため、以下、臨界圧を例にとり説明する。

亀裂進展長 ($a^* = a/a_0$) に依存する開口亀裂進展の臨界圧 (p_c^*) をつぎに述べる連続関数で近似し、この関数を用いて $a^* = 0$ の臨界圧として節理先端破壊の臨界圧 (p_{c0}^*) を求める。非負の定数 $\{A, a_0^*\}$ を導入して、まず、無次元変数 $P = p_c^* + A^2/p_c^*$ を考え、これを変数 $z = a^* + a_0^*$ の 4 次多項式で近似する。すなわち、

$$P = p_c^* + A^2/p_c^* = 2 \cdot f(z) \quad (36)$$

$$f(z) = b_0 + b_1 \cdot z + b_2 \cdot z^2 + b_3 \cdot z^3 + b_4 \cdot z^4 \quad (37)$$

と置く。定数 $\{A, a_0^*\}$ の値を仮定して、係数 $\{b_0, b_1, \dots, b_4\}$ の最小自乗近似解を求め、次式で残差 (D_j) を評価する。

$$D_j = p_{cj}^* - p_{cej}^* \quad (38)$$

ここに、下添字の j は解に付けた番号であり、 p_{cj}^* は均質化亀裂進展解析による臨界圧で、 p_{cej}^* は最小自乗近似による計算臨界圧である。つぎに、残差の平方和 (S) を求める。

$$S = \sum (D_j)^2 \quad (39)$$

さらに、残差の平方和を最小とする定数 $\{A, a_0^*\}$ の組み合わせを探索し、この場合の最小自乗近似関数を p_{c0}^* の外挿に用いる。

たとえば、残差の平方和を最小にする定数が $A = 0$ である場合は、式 (36) から、計算臨界圧 (p_{cej}^*) は、

$$p_{cej}^* = 2 \cdot f(z) \quad (40)$$

で与えられ、節理先端破壊の臨界圧 (p_{c0}^*) は、

$$p_{c0}^* = 2 \cdot f(z = a_0^*) \quad (41)$$

で求められる。すなわち、4 次多項式が最適近似を与える。一方、定数 $A \neq 0$ の場合は、 p_c^* に関する 2 次方程式 (36) を p_c^* について解いて、計算臨界圧 (p_{cej}^*) が、

$$p_{cej}^* = f(z) \pm \{f(z)^2 - A^2\}^{0.5} \quad (42)$$

で与えられ、節理先端破壊の臨界圧 (p_{c0}^*) は、

$$p_{c0}^* = f(z = a_0^*) \pm \{f(z = a_0^*)^2 - A^2\}^{0.5} \quad (43)$$

で求められる。特別な場合として、定数 $a_0^* = 0$ であると、

$$p_{c0}^* = b_0 \pm \{b_0^2 - A^2\}^{0.5} \quad (44)$$

であり、臨界圧 (p_c^*) の a^* に対する勾配は $a^* = 0$ で発散する。

つぎに、外挿値 (p_{c0}^*) の不偏分散の上限 (σ_U^2) を残差の平方和 S を用いて次式で推定する。

$$\sigma_U^2 = S / \chi^2(n-1, \phi/2) \quad (45)$$

ここに、 $\chi^2(n-1, \phi/2)$ は自由度 $n-1$ の χ^2 分布である。以下の解析では信頼度 $\phi = 99.5\%$ を用いた。

7・3 最大周方向応力基準と解析値の比較

上述の方法を Fig.11(c) の解に適用した結果を Fig.12 に示す。 $N = 100, 200, 400, 800$ および 1600 の各 3 ステップ ($i = 1 \sim 3$) の合計 15 個の解を用いて外挿を行った。節理先端破壊の臨界圧の最適解は $A = 3.34, a_0^* = 0.020$ の場合で、外挿値 $p_{c0}^* = 3.58$ (標準偏差 $\sigma_U = 0.021$) を得た。分岐角の最適解は $A = 0, a_0^* = 1.44$ 度の場合で、外挿値 $\beta_0 = 71.4$ 度 (標準偏差 $\sigma_U = 1.90$ 度) を得た。最大周方向応力基準によると、この問題 (載荷角 $\theta_p = 30$ 度、摩擦係数 $\mu = 0.75$ 、節理応力伝達率 $\alpha_n = 1$) の理論臨界圧は $p_{c0}^* = 3.53$ であり、分岐角は $\beta_0 = 70.5$ 度である。この理論値と Fig.12 の外挿値の対応は良好である。

したがって、外挿の前提条件の成立、すなわち、 $a^* = 0$ の近傍までの臨界圧 (p_c^*) と亀裂先端傾斜角 (θ_a) のそれぞれの単調変化に加えて、数値解析が満足な精度を有することと、純粋な面内せん断モードでの破壊開始が最大周方向応力基準により表現できることが同時に確認できたと考えられる。なお、Fig.12(a) のように、 $a^* < 0.3$ の範囲で開口亀裂進展の臨界圧 (p_c^*) は亀裂進展長 (a^*) の増加とともに増大する。また、Fig.12(b) のように、 $a^* < 0.3$ の範囲で亀裂先端傾斜角 (θ_a) は亀裂進展長 (a^*) の増加に伴い減少する。これは開口亀裂が滑らかなカーブを描いて最大圧縮負荷の作用方向に進展すること^{13,17)}を示唆している。

8. 閉口モードの節理先端破壊の分析と考察

閉口モードの解析は、節理応力伝達率 $\alpha_n = 0.3 \sim 0.9$ の全面滑り問題とし、載荷角 $\theta_p = 40$ 度、摩擦係数 $\mu = 0.75$ の場合について行った。結果を Fig.13 および Fig.14 に例示する。ユニット・セルは $h/w = 1, a_0/w = 0.05$ である。Fig.13 の $\alpha_n = 0.4$ の場合は、要素分割数を $N = 100, 200, 400$ および 800 の 4 通りとし、それぞれ 3 ステップまでの合計 12 個の解を用いて、節理先端破壊の臨界圧 (p_{c0}^*) と分岐角 (β_0) を外挿した。図中に付記した A 値から解るように、 $\alpha_n = 0.4$ の場合は 4 次多項式により最適な近似が得られた。一方、Fig.14 の $\alpha_n = 0.8$ の場合は、要素分割数を $N = 100, 200, 400, 800$ および 1600 の 5 通りとし、それぞれ 3 ステップまでの合計 15 個の解を用いて外挿を行った。Fig.13(a) と Fig.14(a) を比較して解のように、 $a^* = 0$ の近傍における開口亀裂進展の臨界圧 (p_c^*) の a^* に対する勾配 (dp_c^*/da^*) は α_n 値に依存する。なお、Fig.12 のケースと同様に、 $a^* < 0.3$ の範囲で、亀裂伸長率 (a^*) の増加に伴い開口亀裂進展の臨界圧 (p_c^*) は増大し、亀裂先端傾斜角 (θ_a) は減少している。したがって、閉口モードで発生した開口亀裂も最終的に最大圧縮負荷の作用方向に向かうと考えられる。

さて、節理先端破壊の臨界圧 (p_{c0}^*) と分岐角 (β_0) の外挿値を α_n 値の関数として示すと、Fig.15 のようである。図中の白四角は最適値であり、付記したバーは標準偏差を示す。また、破曲線は最大周方向応力基準 ($C = 1$) である。臨界圧について、理論曲線と外挿値の対応は良好であり、両者は一致していると見做せる。したがって、 $a^* = 0$ の近傍の臨界圧は、外挿の前提条件を満たす

Fig.13 Evaluation of p_{c0}^* and β_0 in the closing mode, upon the numerical solutions of p_c^* and θ_a in the case of $\alpha_n = 0.4$, $\mu = 0.75$, $\theta_p = 40^\circ$, $K = 7$; (a) extrapolation of p_{c0}^* ; (b) extrapolation of β_0 .

Fig.14 Evaluation of p_{c0}^* and β_0 in the closing mode, upon the numerical solutions of p_c^* and θ_a in the case of $\alpha_n = 0.8$, $\mu = 0.75$, $\theta_p = 40^\circ$, $K = 7$; (a) extrapolation of p_{c0}^* ; (b) extrapolation of β_0 .

ように、 a^* の値の増加に伴い単調に増加したと考えられる。しかし、分岐角については、理論曲線と外挿値の間に明らかな食い違いが見出せる。両者の相違は α_n 値の減少とともに増大している。

分岐角に関する不一致は、 $a^* = 0$ の近傍まで分岐角が単調な減少関数で表されたとした外挿の前提条件の不成立を示唆していると考えられる。式 (20) の C 値を用いる試算 (Fig.6 と Fig.7) で述べたように、純粋な面内せん断モードで発生した Kink が一定方向に成長し、閉口モードで発生した Kink が亀裂先端傾斜角 (θ_a) の増大方向にカーブするならば、純粋な面内せん断モードの分岐角 (β_0) に関して外挿値が理論値に一致する一方で、閉口モードの場合に有意な相違が認められたことは納得できる。これは閉口モードに対する最大周方向応力基準の適応性を否定せず、Kink の S 字形成が分岐角だけに不一致を生じさせたと解釈できる。すなわち、閉口モードでは最大周方向応力基準の分岐角の方向に Kink が初生し、Fig.7 (a) のように分岐角より大きな傾斜角の方向に一旦カーブするが、その後、S 字を描くように逆方向に曲がる。この S 字形成のスケールに比べて今回の DDM 要素分割は十分でなかったと考えられる。

この考え方に立って、分岐角 (β_0) に関して C 値を用いた計算値と外挿値の比較を行い、Fig.16(b) を得た。また、破壊ローカスについて同様な比較を行い、Fig.16(a) を得た。 $C = 1.68$ の計算曲線が β_0 の外挿値と良好な一致を示している。 $C = 1.68$ の計算

Fig.15 The critical pressure (p_{c0}^*) of the joint-tip fracture initiation and the crack branching angle (β_0), evaluated by the extrapolation, as a function of the joint stress-transfer ratio (α_n), comparing to the maximum circumferential stress criterion.

Fig.16 Fracture locus (K_I^* versus K_{II}^*) in the closing mode ($K_I < 0$) and the crack branching angle (β_0) as a function of K_I^* ; (a) fracture locus of the maximum circumferential stress criterion ($C = 1$), compared to the extrapolated results; (b) extrapolated crack branching angle (β_0), being well fit for the curve of $C = 1.68$.

曲線は破壊開始段階における Kink の S 字形成の最大傾斜角に対応していると考えられる。要するに、最大周方向応力基準を用いて、閉口モードにおける破壊ローカスが算定できると考えられる。

9. 結 言

内部応力が一様で全面滑り状態にある節理セットについて、節理先端破壊後の閉口亀裂進展を分析するために、節理の先端に Kink の発生を仮定し、その純粋な閉口モード ($K_{II} = 0$) での亀裂進展を応力補償変位不連続法 (SC-DDM) によって解析する方法を提案し、1 軸圧縮問題の解法を明らかにした。とくに、本論文では、Kink 長の最小化により節理先端破壊の開始条件を外挿して、閉口モードの破壊ローカスが最大周方向応力基準と同等であることを見出した。

亀裂進展形状に関して、純粋な面内せん断モードで発生する Kink は分岐角の方向に直線的に成長し、その後で傾斜角を単調に減少させつつ、次第に最大圧縮負荷の作用方向に向かうと論じた。一方、未解明であった閉口モードで発生する Kink に関して、発生直後に分岐角より大きな傾斜方向に一旦カーブする S 字形成過程を経て、最終的に最大圧縮負荷の作用方向に発達すると論じた。

References

- 1) Crouch, S. & Starfield, A. M. : *Boundary Element Methods in Solid Mechanics*, (George Allen & Unwin, London, 1983) pp.79–109.
- 2) Shiba, T., Kaneko, K., Obara, Y. and Sugawara, K.: Shigen-to-sozai (Journal of MMIJ) , **105** (1989) , 981–986.
- 3) Hirakawa, Y., Sugawara, K., Sato, A. and Eto, S.: Shigen-to-sozai (Journal of MMIJ) , **117** (2001) , 251–257.
- 4) Hirakawa, Y., Sugawara, K., Sato, A. and Eto, S.: Shigen-to-sozai (Journal of MMIJ) , **117** (2001) , 258–264.
- 5) Erdogan, F. & Sih, G. C.: J. of Basic Engineering, **85** (1963) , 519–527.
- 6) Sih, G. C.: Engineering Fracture Mechanics, **5** (1973) , 365–377.
- 7) Sih, G. C. & Macdonald, B.: Engineering Fracture Mechanics, **6** (1974) , 381–386.
- 8) Carpinteri, A.: *Mechanical damage and crack growth in concrete, plastic collapse to brittle fracture*, (Martnus Nijhoff Publishers, 1986) pp.17 – 30.
- 9) Shah, S.P., Swartz, S.E. and Ouyang, C.: *Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock, and Other Quasi-brittle Materials*, (John Wiley & Sons, INC., 1995) pp.271 – 282.
- 10) Diaz, S. S. & Hilsdorf, H. K.: Cement and Concrete Research, **3** (1973) , 363–388.
- 11) Kotsovos, M. D. & Newman, J. B.: Magazine of Concrete Research, **33** (1981) , 103–112.
- 12) Cottrell, B. & Rice, J. B.: Int. J. of Fracture, **16** (1980) , 155–169.
- 13) Horii, H. & Nemat-Nasser, S.: Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A319(1986) , pp.337–374.
- 14) Steiff, P. S.: Engineering Fracture Mechanics, **20** (1984) , 463–473.
- 15) Tasdemir, M. A., Maji, A. K. and Shah, S. P.: J. of Engineering Mechanics, ASCE, **116** (1990) , 1058–1076.
- 16) Maji, A. K., Tasdemir, M. A. and Shah, S. P.: Engineering Fracture Mechanics, **38** (1991) , 129–145.
- 17) Melin, S.: Int. J. of Fracture, **30** (1986) , 103–114.
- 18) Barton, N, Lien, R. and Lunde, J.: Rock Mechanics, **6** (1974) , 189 – 236.
- 19) Bieniawski, Z. T.: Proc. of 4th Cong. of ISRM, 2(1979) , pp.41 – 48.