湿式サイクロンの理論的考察*

正会員 児玉 八郎**

A Consideration on the Operating Mechanism of Wet Cyclone

Hachiro KODAMA

According to the fact that the underflowing voltextube which exists between the cyclone wall and overflow finder and the upcasting vortex tube in the region of diameter of the finder, are continuous at the the bottom of the cyclone, the distribution of the tangential velocity and the static pressure in wet cyclone can be explained by the Theorem of Kelvin and Helmholtz about the vortex motion. In addition, the author describes numerical culculation using the results of the experiment excecuted by H. F. Yancy.

§1. 緒 言

サイクロン内の流体の運動は甚だ複雑で一般性をもつ結果は得られていない。しかし流入した流体によつて引き起される渦動は一つの渦動管を形成し底部まで下降し、そこから上昇してファインダーから排出されることは実験によつて明らかにされている。

流体を完全流体と仮定する。サイクロンの外壁に沿うと生ずる渦動管を、外部渦動管及び外部渦動域と名づける。それと連続して底部から上昇する渦動管を内部渦動管及び内部渦動域と名づける。両者の中間には流体が単に Cyclie motion をしている無渦動領域が存在する。

渦動に関する Kelvin 及び Helmholtz の定理によれば、渦動管は常に同一の実質部分から成立し、その強さは不変量で渦動管をめぐる Circulation に等しく、これは時間に無関係である。また渦動管の壁すなわち渦動面は常に同じ実質部分で成立しているから、渦動壁を通じて流体の出入はしない。

サイクロンの軸 (Z 軸) すなわち上下の方向の流体の運動は渦動壁を通じ流体の出入がない以上固定壁を置換して差支へないから、流体渦動管の中を最初は下降し底部から上昇することになる。

また回転方向の切線速度 (以下単に速度と称す) は一般に

$$V = Kd^n \quad (1.1)$$

で表わされ実験によれば外部渦動域では $n=0$ 、無渦動域では -1 、内部渦動域では 0 さらにその内部では $+1$ で表わされる。

また Z 軸に平行な直線上においては Z の変化に対し

V の値は変らない。④

§2. 湿式サイクロン内の速度

§1 で述べたことは乾式サイクロンについてであるが湿式のときは

(i) ν (動粘性係数) は空気の 0.148 ($t=15^\circ\text{C}$) に対し水は 0.0111 で水の 13.5 倍である。したがってサイクロンの直径を D 、速度を V とすると Reynolds 数は乾式では

$$R_A = \frac{D_A V_A}{0.148}$$

湿式では

$$R_w = \frac{D_w V_w}{0.0111}$$

同一速度の場合には

$$D_A = 13.5 D_w$$

速度を半分として

$$D_A = 6.725 D_w$$

であるから湿式サイクロンの直径は乾式に比して著しく小さくなければ、力学的相似な流れを得ることは出来ない。

(ii) 水の密度は空気のそれに比して大である。水の場合には

$$\rho = \frac{1,000\text{kg}}{g} = 102 (\text{t/m}^3) \dots \dots (2.1)$$

である故圧力損失が大である。

(iii) 水は負圧の所では存在を許されないからもしサイクロン内に負圧の点があればその所は中空となる。したがってファインダーの半径より大なる点で静圧が零となれば、それ以内は中空となるからファインダーから排水することが出来ない。しかし一方から絶えず送水されているのであるからサイクロン壁の静圧は静圧が零なる

* 昭和28年7月17日受理

** 工学博士

点がファインダーの内部に来るようにならねばならぬ。しかるに全圧力は定まっているから送水管中の速度はサイクロン内では変化する。したがって渦動管の巾が送水管の巾とは異なるものと考えねばならぬ。このことは、ファインダーから排水するために速度が自動的に調整されるものと解釈される。乾式サイクロンでも送風管の直径が小さいときはその速度が半分以下になる実例によつても、この解釈が正しいことが解る。⑤

さてサイクロン内の流体の速度はそれが定常的になった後はある巾をもつて、Z軸のまわりに回転運動するがその巾全体にわたつて速度が一定であると仮定して差支へないだろう。すると(1.1)は、外部渦動流では

$$V = K \quad (2.2)$$

と考えられその外側も内側もその速度は一定である。

ファインダーのすぐ下の円嚢部でZ軸に垂直は平面Jの上の速度分布を考える。(第1図)

第1図

外部渦動域の外側及び内側半径を $r_e r_a$ とし、内部渦動域の外側及び内側半径を $r_c r_b$ とすると渦動管の強さは不変量でそれはそのまわりの Circulation に等しいから

$$\Gamma_1 = 2\pi V_e(r_e - r_a) = 2\pi(V_{brb} - V_{erc}) \quad (2.3)$$

また r_a と r_c の間の区域は無渦動領域でありこれは復結領域 (Double connected region)⑥であるから、Cyclic Cost. を Γ_2 とすると

$$\Gamma_2 = 2\pi(V_{dra} - V_{ere}) = 0 \quad (2.4)$$

ただし $V_e = V_a$

(3)と(4)から

$$V_e r_e = V_b r_b \quad (2.5)$$

$$V_a r_a = V_c r_c \quad (2.6)$$

(2.6)で $V_a = V_e = K$ であるから r_a が解れば

$$V_a r_a = K r_a = K_2$$

とをけば

$$V_e = \frac{K_2}{r_e} \quad (2.7)$$

故に無渦動域内の任意の速度は

$$V = \frac{K_2}{r} \quad (2.8)$$

で表わされる。(2.8)から渦動度 w は零であるからその領域は確かに無渦動域である。

内部渦動域の速度は r_c において無渦動域と連続であるからその外側の速度は(2.8)でありこれは

$$V_c = \frac{V_a r_a}{r_c} = \frac{V_e r_a}{r_c} \quad (2.9)$$

である。内側の速度は、(5)から

$$V_b = \frac{V_e r_e}{r_b} \quad (2.10)$$

内部渦動域の速度は一般に

$$V = \frac{K_1}{r^n} \quad (2.11)$$

で表わされ $n > 1$ であるとする。以上の速度分布を図解すれば第2図の如くなる。

第2図

§3. サイクロン内の粒子の運動

サイクロンによる粒子の分離作用或いは捕集作用は粒子が一樣に分布されている水がサイクロン内に送りこまれると粒子は外部渦動流とともに下降し遠心力によつて外壁に向つて運動しつつ底部に至り遠心力の作用圏外に達したものは下部排出口から水と共に排出される。極めて小さいもの或いは何等かの機会に内部渦動流中に巻き込まれた比較的大なる粒子はそれによつて上昇すが、そこに存在する遠心力で再び渦動域外に送り出される。したがって内部渦動流の遠心力、巾、底面から上昇する時間(すなわち上昇速度)の三つの因子によつて最小粒子の径が定まる。

今平均遠心加速度を α_m とすると粒子の運動方程式は⑦

$$\frac{dv}{dt} = a - bv^2 \quad (3.1)$$

なる形で表わされる。ここに

$$a = \frac{\rho - 1}{\rho + \frac{1}{2}} \alpha_m$$

ρ = 粒子の比重

$$b = \frac{18}{Rd} \frac{1}{\rho + \frac{1}{2}}$$

Reynolds 数 R を粒子の終速度 V_0 について考えると

$$V_0 = 5440 d^2 (\rho - 1) \quad (t = 20^\circ \text{C})$$

であるから

$$R = \frac{V_0 d}{\nu} = \frac{5,440 d^3 (\rho - 1)}{0.01}$$

となる。かかる場合に抵抗数を

$$C = f(R) S \cdot \frac{V^2}{2} \quad (S \text{ は表面積})$$

の形で記くと、抵抗が Stokes の抵抗式で表わされる場合には抵抗係数は

$$f(R) = \frac{24}{R}$$

形で表わされるから

$$b = \frac{0.18}{5,440 d^4 (\rho - 1)} \cdot \frac{1}{\rho + \frac{1}{2}}$$

となる。

(3.1) を解くと e^{-2br} (但し r は中心からの距離) なる項が表われるが粒子の大きさが 100mesh (0.0147cm) のとき b は 1351 となり $r=0.1\text{cm}$ としても

$$2br^2 = 236$$

となるから夫等の項を消略して、結局 (3.1) の解は

$$2r^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{a}{b}} t + C_1$$

となる。 $t=0$ で $r=r_b$ であるから

$$t_1 = \frac{2(r_c^{\frac{1}{2}} - r_b^{\frac{1}{2}})}{\sqrt{\frac{a}{b}}} = \frac{62.35(r_c^{\frac{1}{2}} - r_b^{\frac{1}{2}})}{V_0 \sqrt{\alpha_m}} \dots\dots (3.2)$$

となる。

内部渦動流の平均値 $\bar{V}$ は、その速度は (2.11) により

$$V = \frac{K_1}{r^n}$$

であるから

$$\bar{V} = \frac{K_1}{r_b - r_c} \int_c^b r^{-n} dr \dots\dots\dots (3.3)$$

によつて求められる。したがつて平均加速度は

$$\left. \begin{aligned} \alpha_m &= \frac{\bar{V}^2}{r_m} \\ r_m &= \sqrt[n]{\frac{K_1}{\bar{V}}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4)$$

一方平均上昇速度 U とし、内部渦動流の始点からファインダーの入口までの距離を有効高 H (effective height) と名づけると、粒子が H の間を上昇する時間 t_2 は

$$t_2 = \frac{H}{U} \dots\dots\dots (3.5)$$

故に

$$t_1 \leq t_2$$

なれば d なる粒子は内部渦動流から脱出し得ることになる。かかる粒子のうちの最小なるものを限界粒子と名づける。

限界粒子の大きさを求めるためには U と H の値が必要となる。

U の値は平均速度 $\bar{V}$ の位置における上昇速度であるから、その点の静圧を p_m とする。

$$\frac{P}{\rho} = \frac{p_m}{\rho} + \frac{1}{2} \bar{V}^2$$

としたがつて

$$U_1 = \sqrt{2\left(\frac{P}{\rho} - \frac{1}{2} \bar{V}^2\right)} \dots\dots\dots (3.6)$$

ここで注意すべきことは、 r_c の大きさはファインダーの半径を R とすると

$$R > r_c$$

であつて無渦動域がファインダーの内部にまで拡がつて居るにかかわらず、その部分は除外して考え、 r_c と r_b とで境されて居る環状面積を水が上昇することである。

これは渦動壁を通じて水の出入がない故無渦動域の部

分には上昇運動は起らないからである。同様にファインダーの外部の無渦動域でも水の下降運動は起らない。

したがつて水は r_b と r_c の間の環状面積を上昇するから (3.6) は同時に

$$\bar{V}_2 = \frac{Q}{\pi(r_c^2 - r_b^2)} \dots\dots\dots (3.7)$$

を満足しなければならぬ。

有効高 H は渦動管の強さが不変であつてその値は、それに沿うこの Circulation に等しいことから求められる。第 1 図において、円壩部で Z 軸を垂直に切つて平面を J とし円錐部の任意の位置での同様な平面を K とし、それと渦動管の交線を考へる。渦動管が J 面と交る点を $EDCB$ とし中心からの距離を $r_e r_d r_c r_b$ とし K 面でのそれ等を $r_e' r_d' r_c' r_b'$ とすると

$$I(E) - I(D) = I(E') - I(D')$$

$$I(D) = I(D')$$

であるから K 面では

$$V_e' = \frac{V_e r_e}{r_e'}$$

$$r_d' = \frac{V_c r_d}{V_c'}$$

r_e' は任意に選んだ面上のサイクロンの半径であるから V_e' 、したがつて r_d' が解る。

円壩面の下端の r_d の位置 d と K 面上の d' を結んだ直線 $\overline{dd'}$ が外部渦動域の内側となり、 C 点から Z 軸に平行に引いた直線と $\overline{dd'}$ との交点を f とすると、 cf は内部渦動域の外側となる。 b から Z 軸に平行に引いた直線を $\overline{bd'}$ の交点を f' とすると、外部渦動流は ff' の間から内部渦動域に流入する。 f とファインダーの入口までの距離が H である。したがつて H は円錐角の大小によつて定まる。以上によつて H 及び U が解るから t_2 の値を知ることが出来る。故に限界粒子の径は、

$$t_1 = t_2$$

と置いて

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{\frac{62.32(r_c^{\frac{1}{2}} - r_b^{\frac{1}{2}})}{t_2 5,440(\rho - 1)\sqrt{\alpha_m}}} \\ &= \sqrt{\frac{U 62.35(r_c^{\frac{1}{2}} - r_b^{\frac{1}{2}})}{H 5,440(\rho - 1)\sqrt{\alpha_m}}} \dots\dots\dots (3.8) \end{aligned}$$

§4. 教 値 計 算

§2 で記載したサイクロン内の水の速度分布はこれを実証すべき実験が今日まで報告されていないから Yacey の試験報告⑧に基づいて数値計算によつて前述せる理論を証明せんとする。

すなわち試験報告中の No.65, No.66 を用い $r_e r_d r_c r_b$, $V_e V_d V_c V_b$ を推定しそれ等の値を用い限界粒子を算出し篩別試験と一致するや否やを検討して見る。

計算順序として

(a) ポンプのゲージ圧力 p , 流入速度 V_i 全圧力 P とすると

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} V_i^2 = \frac{P}{\rho} \quad (4.1)$$

よつて P を求める

(b) r_b におけるサイクロン内の静圧 p_b が零とならねばならぬ故

$$\frac{1}{2} V_b^2 = \frac{P}{\rho} \quad (4.2)$$

よつて V_b を求める。これは外部渦動流の速度に無関係で全圧のみに関係する。

(c) $p_b=0$ となる位置 r_b は乾式サイクロンではファインダーの半径 R の 60% 前後 ($\pm 8\%$) であるから r_b をその範囲内で仮定する。⑨

(d) r_b を仮定すると (2.10) から

$$V_e = V_b \frac{r_b}{r_e} \quad (4.3)$$

よつて V_e が解る。ただし r_e は外部渦動域の外側半径, すなわちサイクロンの半径である。

(e) 外部渦動流の巾を B とし送水管の直径 D 及び水量 Q が与えられているから

$$B = \frac{Q}{D \times V_e}$$

$$r_a = r_e - B \quad (4.4)$$

よつて r_a が解る。

(f) 内部渦動流の速度分布は (2.1) で

$$V = \frac{K_1}{r^n}$$

と仮定したのであるから n を適当に仮定することによつて, K_1 は

$$K_1 = V_b r_b^n \quad (4.5)$$

によつて与えられる。

(g) 無渦動域の速度分布は (2.8) により

$$V = \frac{K_2}{r}$$

である。これは d 点において外部渦動流の速度と連続であるから

$$K_2 = V_d r_d \quad (4.6)$$

(h) C 点で無渦動流の速度と内部渦動流の速度とは連続であるから

$$\frac{K_2}{r_c} = \frac{K_1}{r_c^n}$$

$$r_c = n^{-1} \sqrt{\frac{K_1}{K_2}} \quad (4.7)$$

よつて

$$V_c = \frac{K_2}{r_c} \quad (4.8)$$

以上によつて Yancey の試験報告から $r_e, r_d, r_c, r_b; V_d, V_c, V_b$ の未知量が算出することが出来る。

(4.7) で n を決定するには $r_b=0.64R=1$ と仮定すれば容易に K_1, K_2 の値が得られるから n に種々な値を与えて算出した r_c の値を用い, (3.3) によつて $\bar{V}$ を算出し, (3.6), (3.7) に代入して得られる $U_1, \bar{V}_2$ が一致するやうな n を定めればよい。かくして得られた n を用い, (3.8) によつて求めた限界粒子の直径 d が Yancey の報告にあるように 100mesh と 150mesh の間にあれば 2 で与えた速度分布が妥当であることを示すものである。

最後に

第 1 表

	試験 No.65. 圧力 04.56kg/cm ²			試験 No.66. 圧力 2.46kg/cm ²		
	給送物	上口産物	下口産物	給送物	上口産物	下口産物
サイロリン開口部の寸法 cm	(Dia) 1.33	(rad) 1.56	(rad) 0.73	(Dia) 1.33	(rad) 1.50	(rad) 0.75
総供給水量 cm ³ /sec.	3,240	-	-	2,400	-	-
流入速度 cm/sec	2,325	-	-	1,710	-	-
固形物質量 %	10.8	8.1	50.3	10.1	7.5	47.8
水の配分 %	100.0	96.5	3.5	100.0	96.4	3.6
篩別による固形物の粒度分布	-	-	-	-	-	-
+24.8menh	0.1	0.0	0.3	0.4	0.0	1.4
48 ~ 65	0.4	0.0	0.3	0.4	0.0	1.8
65 ~ 100	2.9	0.0	9.9	3.3	0.0	11.0
100 ~ 150	3.9	0.1	13.0	4.6	0.1	15.2
150 ~ 200	7.2	1.0	22.4	8.1	1.0	24.9
-200	85.5	93.9	53.1	83.1	98.9	45.7

サイクロン 半径 6.25cm

- (1) 送水管路の圧力損失
- (2) サイクロンへの流入圧損失
- (3) サイクロンの内壁の磨擦損失
- (4) 回転流に基く圧損失
- (5) サイクロンからファインダーへの流出損失

(6) ファインダー内の圧損失が存在するからそれ等を全圧力嵩から差引いたものを有効圧と名づけ簡単に損失を全圧力嵩の%で表わすことにする。

第2表は上記の計算順序にしたがつて Yancey の試験報告から算出した数字である。本表において注意する点は

(a) 有効高 H は円錐角を 20° とすると, 31.5cm となる。

(b) (I) 及び (III) は圧損失を全圧の 20% のと仮定したものである。(II) (IV) は圧損失を考える代りにそれだけ有効圧が増加したものとして計算した。しかし

(I), (II)を比較すれば(IV)の限界粒子の大きさはこれより大となることは明らかであるから 150mesh 以下にはなり得ない。

(c) n は $U_1 \bar{V}_2$ が等しくなる条件を満足する値である。

(d) (III) は $r_b=0.68R=1.06\text{cm}$ として計算したものでその他は $r_b=0.64R=1.00\text{cm}$ とした。

第 2 表

	I	II	III	IV
		No.66		No.55
H cm	31.5	31.5	31.5	31.5
Q, cm ³ /vc	2,400.0	2,400.0	2,400.0	3,420.07
P				
S	310.2	387.4	310.2	717.0
n	9.40	11.00	9.30	7.70
K ₁	2,490.0	2,766.0	4,284.0	3,835.0
K ₂	684.0	955.0	854.0	1,397.0
Ve cm	6.250	6.250	6.250	6.250
Vd	1.716	2.160	2.020	2.278
Vc	1.166	1.156	1.215	1.156
Vb	1.000	1.000	1.060	1.000
Ve cm/sec	398.4	441.0	420.0	613.5
Vd	398.4	441.0	420.0	613.5
Ve	586.0	842.0	710.0	1,210.0
Vb	2,490.0	2,760.0	2,490.0	3,835.0
$\bar{V}$ cm/sec	1,290.0	1,600.0	1,390.0	2,256.0
r_m cm	1.072	1.059	1.196	1.069
$\sqrt{\alpha_m}$	1,245.0	1,550.0	1,355.0	2,140.0
U cm/sec	2,136.0	2,240.0	2,241.057	3,074.0
t ₂ sec	0.0148	0.0134	0.01410	0.01024
d cm	0.01245	0.01135	0.01232	0.01125

以上の計算から

(1) 水量を一定として有効圧を増加させると、限界粒子は小さくなる。

(2) 内部渦動流の速度分布曲線即ち n の値は、水量及び圧力によつて異なる。

(3) r_b , すなわち静圧が零となる点は R の 64%~68% の範囲で変化しても限界粒子の大きさには大差がない。

(4) No.65, No.66 のいずれの場合でも限界粒子の大きさは 100mesh と 150mesh の間にあつて Yancey の試験報告と一致する。

§5. 結 論

乾式サイクロン内の流体の運動は粘性に起因する二次渦動, 中心に向う速度等の存在が実験的に認められ頗る複雑である。湿式サイクロンでも同様であるから, この理論的解決は粘性流体力学の困難性から考えると容易ではあるまい。しかし, 完全流体と仮定すれば Kelvin, Helmholtz の定理から簡単にサイクロン内の流体の運動を説明することが出来, その結果は実際とほぼ一致する。

結論として,

(1) 湿式サイクロンの外部渦動流の切線速度は全圧力のみに関係する。したがつて流入速度如何に係はらず全圧力のみによつて定まる。

(2) 静圧が零となる点はファンダーの半径の 64%~68% の間にあり, それより中心までは中空である。

(3) 内部渦動流の速度分布曲線は水量及び圧力によつて異なる。

(4) 同一水量に対しては圧力が大なる程と限界粒子は小さくなる。

(5) 有効高 H は大なる程よい。すなわちサイクロン円錐角の小さい程よい。

(6) 圧力と水量を適当に選ぶことによつて石炭の限界粒子を 150~200mesh の間にすることが出来る。

(7) 比重の大なる程限界粒子は小さくなる。

参 考 文 献

- ①④⑨ 北 浦 嘉 市: 化学機械 Vol.15. No.5 (1951)
Vol.16. No.8 (1952)
- ②③⑥ Lamb. : Hydrodynamics
玉城嘉十郎: 弾性体及び流体の力学
友 近 普: 流体力学
伊藤徳之助: ベクトル解析
等
- ⑤⑨ 井伊谷綱一: 化学機械 Vol.16. No.8 (1952)
- ⑦ 児 玉 八 郎: 日本飲業会誌 Vol.68. No.764
(1952)
- ⑧ H.F. Yancey: Tr. A.I.M.E. 177. (1948)