岩石はりの曲げにおける中立軸の移動*

正 会 員 堀 部 富 男**

Shift of Neutral Axis of Slab of Rock at Bending Test

Tomio HORIBE

It is said that the bending strength of a rock is measured greater than the tensile strength. As one of this reason, the shift of the neutral axis of the slab of a rock toward the side of the compression is considered. The author observed the strain of each fiber of the slabby specimen by the electric strain gauge. And as a result, the amount of the shift of the neutral axis was 6~11% of the height of the specimen.

1. 緒 言

岩石はりの曲げ試験を行つて曲げ強さを算出すると、これを単軸引張試験あるいは圧裂試験によつて算出した引張強さに比べて大になつてあらわれる。筆者が常磐炭産の砂岩、頁岩について行つた結果もその通りで、これを例示すると第1表のようになる。このように曲げ強さが引張強さに比べて大に算出されるのは、曲げ試験におけるはりの引張側の外皮繊維における引張強さが、引張試験における引張強さよりも大であることを意味するのではなく、理由は別にある。この理由に関連してはりの曲げ試験における中立軸の移動をしらべたのが本研究である。

第 1 表

岩 種	引張強さ kg/cm ²	曲げ強さ kg/cm ²	備 考
白 坂 頁 岩	15.2	28.3	藤原立坑、深度125m
石城砂岩(I)	7.0	37.7	同 上 300m
同 上(II)	12.0	41.8	大町立坑、深度380m
同 上(III)	9.1	21.0	鹿島坑、左一斜坑
浅 貝 砂 岩	10.3	29.8	亀尾立坑深度 440m

2. 中立軸移動の理論

はりの曲げを取扱う場合には次の仮定を設けて考察されている。

(1) はりは真直ぐで、横断面が一様であり、かつ材料は等質等方である。

(2) はりの縦繊維に直交していた横断平面は曲げられたあとも平面を保ち、かつ縦繊維に直交する。

(3) 縦繊維は相互間に力を及ぼし合わない。

(4) 繊維応力と繊維ヒズミとの関係は、この材料で作つた試験片に単軸引張、単軸圧縮荷重を作用させたときに得られる応力とヒズミとの関係に等しい。

(5) はりは曲げモーメントのみを受ける。

さて、はりを曲げると、中立軸を境として、引張側には $\int_0^{e_1} \sigma_z \cdot df$ 、圧縮側には $\int_0^{e_2} \sigma_a \cdot df$ なる力が生じ、これが平衡にあれば、

$$\int_0^{e_1} \sigma_z \cdot df - \int_0^{e_2} \sigma_a \cdot df = 0 \dots \dots \dots (1)$$

またその時の曲げモーメントは

$$M_b = \int_0^{e_1} \sigma_z \cdot \eta \cdot df + \int_0^{e_2} \sigma_a \cdot \eta \cdot df \dots \dots \dots (2)$$

ただし、 σ_z : 引張応力、 σ_a : 圧縮応力、 df : 繊維面積、 η : 中立軸から繊維までの距離、 $e_1(e_2)$: 中立軸から引張側(圧縮側)外皮繊維までの距離、 M_b : 曲げモーメントであらわされることは一般の教科書にある。

しかして、はりの材料が、これを単軸引張ならびに圧縮試験を行つた場合にその応力(σ)とヒズミ(ε)との関係がいずれも

$$\varepsilon = \alpha \cdot \sigma$$

なる関係を示し、かつ弾性係数 α がいずれの場合も等しいとすれば、繊維応力と η との関係が

$$\sigma_1 = \frac{M_b}{I} \eta \quad (\text{引張側}), \quad \sigma_2 = \frac{M_b}{I} \eta \quad (\text{圧縮側})$$

ただし I : 断面二次モーメント

になり、応力と η との関係が常に直線関係にあり、中立軸は移動しない。

いま矩形断面(巾 b 、高さ h)をもつたはりを考えると、外皮繊維までの距離は、引張側は $\eta = +e_1$ 、圧縮側は $\eta = -e_2$ が共に $\frac{1}{2}h$ であるから、外皮繊維における応力は

$$\sigma = \frac{M_b}{I} \cdot 2h = \frac{M_b}{\frac{1}{6}bh^2}$$

であらわれ、この応力がその強さに達した時に破壊がおこるとして、曲げ強さが計算されるのである。

しかるに岩石のように応力とヒズミとの関係が、フックの法則に従わないで、

$$\varepsilon = \alpha \cdot \sigma^m$$

* 昭和30年4月28日受理

** 東北大学助教授 鉱山学教室

4. 測定結果ならびに考察

第2表および第3表は浅貝砂岩ならびに白坂頁岩試料における中性線実験結果を示したもので、これを図示すると、第2図および第3図になる。

この両図で明らかなように圧縮側(ゲージ番号 No. 1~No. 6), 引張側(ゲージ番号 No. 8~No. 13)共に荷重を加えるとヒズミを生じ、一般に荷重と共にヒズミも増大しているが、試料中央部においてはヒズミの増減がある。

これらの両図において、各荷重毎のヒズミが零なる点をたどると、最初の荷重から最後の荷重までの間にSだけ圧縮側に移動し、したがって中立軸が荷重と共にそこまで移動したのがわかる。

元来中立軸は最初は試料中心の No. 7 なるゲージのところにありべきで、最初の荷重 (P_1) によつてもすでにいくらか圧縮側に移動してしかるべきであるが、両試料共に最初の荷重の時にヒズミが零なる点は No. 7 と No. 8 の中間にあつた。これはゲージ貼付の技術にもよるが、地下から取出された岩石が整形、養生などの間にいくらかヒズミが生ずることや、岩石構成粒子が均一性を保持し難い等の理由があげられよう。

第2図 浅貝砂岩中立軸移動

第3図 白坂頁岩中立軸移動

第2表

浅貝砂岩:長さ 30.03cm, 高さ 4.08cm, 巾 2.55cm, スパン 23cm,
ゲージ長 250mm, ダミー抵抗 241Ω

荷重 kg	撓み ×10 ⁻² cm	各ゲージにあらわれたヒズミ×10 ⁻⁶										
		No.1	No.3	No.4	No.5	No.6	No.7	No.8	No.9	No.11	No.12	No.13
$P_0(0)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_1(4.60)$	0.30	-47	-20	-18	-5	-5	-5	+1	+11	+18	+42	
$P_2(13.50)$	1.00	-147	-79	-60	-26	-26	-25	+7	+24	+59	+131	
$P_3(24.30)$	2.22	-320	-162	-128	-67	-52	-32	+22	+65	+132	+290	
$P_4(36.80)$	4.40	-593	-288	-220	-116	-72	-10	+80	+160	+300	+613	
$P_5(41.20)$	5.40	-725	-340	-253	-136	-69	+20	+130	+230	+411	+810	
ゲージの電気抵抗 Ω		259	259	259	259	259	259	259	260	259	259	

第3表

白坂頁岩:長さ 30.30cm, 高さ 4.17cm, 巾 2.69cm, スパン 28cm,
ゲージ長 252mm, ダミー抵抗 285Ω

荷重 kg	撓み× 10 ⁻² cm	各ゲージにあらわれたヒズミ ×10 ⁻⁶										
		No.1	No.2	No.4	No.5	No.6	No.7	No.8	No.10	No.12	No.13	
$P_0(0)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_1(3.98)$	0.30	-40	-37	-16	-10	-3	-1	+1	+1	+10	+15	+25
$P_2(6.26)$	0.49	-65	-55	-28	-18	-3	+4	+10	+26	+40	+48	
$P_3(8.54)$	0.67	-85	-71	-33	-20	-3	+11	+18	+39	+67	+85	
$P_4(10.82)$	0.87	-107	-85	-38	-20	-1	+21	+28	+56	+91	+116	
$P_5(14.79)$	1.21	-151	-115	-50	-23	+8	+32	+47	+84	+140	+177	
$P_6(21.24)$	2.02	-214	-155	-46	-5	+22	+63	+88	+144	+235	+285	
ゲージの電気抵抗 Ω		268	269	269	269	269	270	269	269	269	270	

いま浅貝砂岩, 白坂頁岩試料について図に示したSを測ると、それぞれ 2.4mm および 4.6mm に相当し、これを表に記した試料の高さ 40.8mm および 41.7mm に比較すると、浅貝砂岩では試料の高さの6%、白坂頁岩ではその11%だけ、実験中の最初の荷重から最後の荷重までに移動したことになる。Bach¹⁾によれば、砂岩においては破壊間際の高い応力でも中立軸の移動は10%を超えないとされている。筆者の実験でも最後の荷重はほとんど破壊間際のものである。

なお既述の仮定(2)によれば、ヒズミは中立軸からの距離に比例して直線的に変化することになるが、本実験において各荷重毎の繊維ヒズミを結んだ線はほぼ直線とみなされ得る結果を得た。

さらに表に記したように、ヒズミの測定と同時にダブルミラー法によつて試料の中央における撓みを測定した。すなわち最後の荷重においては浅貝砂岩の撓みは 5.40×10^{-2} cm, 白坂頁岩の撓みは 2.02×10^{-2} cm である。これを次式

$$\varepsilon = \frac{4h}{l^2} \cdot \delta$$

ただし δ : 試料中央の撓み

l : 試料のスパン

にしたがつてヒズミを計算し、かつそれから No.13 のゲージを貼った引張側の繊維におけるヒズミを算出すると、浅貝砂岩では 882×10^{-6} , 白坂頁岩では 330×10^{-6} のヒズミ値になる。これを実際に測定したヒズミの値の 810×10^{-6} および 285×10^{-6} と比較すると、実際の方がやや小さい値になっている。

1) Bach-Baumann: Elastizität und Festigkeit(9版)S.278

これは岩石の撓みが完全な円弧に撓むものと考えたこと、撓んでも岩石側面が常に平面を保つとしたこと、ゲージを岩石に直接貼付したためにゲージセメントをやや多量に用いたので、このセメント層のヒズミが影響を与えた；等の理由を数えることが出来る。岩石試料に紙に貼ったゲージを貼付しなかつた訳は、紙を用いると、岩石粒子間で滑つてはがれるので直接法を用いたのである。

なお第4図は本実験に用いたアドバンス線のゲージファクターをしらべるために自作ゲージの特性を示した曲線である。すなわち検定用鋼製はり（厚さ4.97mm）の中央にゲージを貼付し、このはりを曲げて中央の撓みをダイヤルゲージではかり、これを δ とし、これから計算で求めたヒズミ ϵ は図中の点線である。一方計器をゲージファクター2.00に調整しておいて、撓みと共に測つたヒズミの読みが実線である。この両線は図のように殆ど一致し、かつ曲線の中央部においてはほとんど2.00そのままであつたので、本実験ではゲージファクターを2.00として行つたのである。

さてひるがえつて岩石試料において曲げ強さが引張強さに比べて大なる値に算出されるのは、主として次の二つの理由による。

第4図 アドバンス線ゲージの特性

(1) 本実験におけるように中立軸が圧縮側に移動するから、強さの弱い方の引張側はたゞえ圧縮側より大なるヒズミを生じても、曲げモーメントをうけもつのに圧縮側より大なる面積でうけもつためである。

(2) 応力の増加に関しては、 $\epsilon = \alpha \sigma^m$ であつて $m > 1$ なる関係から、その曲線は中立軸から遠い外皮繊維に近い程増加が緩やかであるので、中立軸に近い程応力に対して抵抗する役割をよりよく果すからである。

このため $\epsilon = \alpha \sigma$ を仮定して算出した曲げ強さは引張強さより大になつて算出されるのである。

5. 結 論

(1) 本研究は岩石の曲げ強さが引張強さより大になつて算出される理由の一つとして曲げにおける中立軸の移動について研究したものである。

(2) 中立軸の移動ははりの縦繊維に平行に貼られたアドバンス線ゲージによつて電氣的に測定した。

(3) その結果本実験の荷重範囲内では白坂頁岩においてははりの高さの11%、浅貝砂岩においては6%も圧縮側に移動することを認めた。

(4) また、はりの縦繊維の各々のヒズミと荷重との関係はほとんど直線とみなされ得る。

(5) 以上の研究によつて曲げ強さが引張強さより大に算出されることの一つの論拠を証明した。

謝 辞

本研究の一部は文部省科学研究費によつて遂行された。

本研究を行うにあたり、東大名誉教授青山博士、ならびに東大教授水田博士は終始御懇切なる御指導を賜つた。

東北大学助手小林良二、西方兵衛両学士は研究に協力され、丹野明、石田昭夫、八重樫成一郎三学士は卒業研究として実験に助力された。

また常磐炭砒磐城砒業所は実験試料の採取に多大の便宜を与えられた。

ここに謹んで感謝の意を表する。

近 刊 予 告

技術叢書第11輯（鉱床探査2）

鉱床と地質構造（第2集）

A5判 120頁 別紙図面 13葉 定価未定

第1集に引続き、釜石、中尾、赤谷、イトムカ、稻倉石、高玉、紀州生野、横峰、南九州、畑、下川、奈良原、新宮、佐々連、別子、大久喜、愛媛県西部以上15鉱山、3地区の鉱床と地質構造について、図面を豊富に挿入して詳述している。

技術叢書第12輯（鉱床探査3）

鉱山の物理探鉱

A4判 全部図面 定価未定

鉱山における物理探鉱は近來急速に進歩している。この書は余市、上北、花岡、明又、松尾、野田玉川、釜石、細倉、小串、越路、久根、妙法、河山以上14鉱山で実際に行われた結果を図面で表わしたものを集録したもので、わが国においては初めての試みであり、状態の異なつた例を並べて見て、何か新しいものが考えられるのではないかと思われる。