通気による岩盤の冷却と岩盤、気流

両温度の相互関係の解析について*

准 会 員 橋 本 文 作**

On the Mathematical Analysis of the mutual Relationship between Rock and Air Temperature around the circular Tunnel.

Bunsaku HASHIMOTO

The integro-differential equation for temperature $\theta(r, t)$ of an infinite hollow cylinder (temperature diffusivity is κ), which is kept constant temperature T initially and radius $r=b$, and loses heat by the radiation from interior surface ($r=a$) to air flow of temperature $f(t)$ with transfer coefficient h , is set up as follows:

$$\kappa V(r, t) = -\frac{\partial}{\partial t} \int_a^b K(r, \xi) V(\xi, t) d\xi + P(r, t) \quad (a \leq r \leq b)$$

$$P(r, t) = \int_a^b K(r, \xi) \sqrt{\xi} Q(\xi, t) d\xi$$

where

$$V(r, t) = \sqrt{r} \left\{ \theta(r, t) - T + \frac{h(b-r)}{1+h(b-a)} g(t) \right\}, \quad g(t) \equiv T - f(t)$$

$$Q(r, t) = \frac{h}{1+h(b-a)} \left\{ \frac{\kappa}{r} g(t) + (b-r) g'(t) \right\}$$

$$K(r, \xi) \equiv \sqrt{r, \xi} G(r, \xi)$$

$G(r, \xi)$ is Green's function belonging to the differential equation $(ry')' = 0$ and satisfying the next boundary conditions: $[y' - hy]_a = 0$, $y_b = 0$.

Let λ_n , $\varphi_n(r)$ be eigenvalue, eigenfunction of the kernel $K(r, \xi)$, the solution of above equation $V(r, t)$ is as follows:

$$V(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n(t) \varphi_n(r)$$

where

$$C_n(t) = C_n(0) e^{-\kappa \lambda_n t} + \int_0^t e^{-\kappa \lambda_n (t-\tau)} p_n(\tau) d\tau,$$

$$C_n(0) = \frac{h g(0)}{1+h(b-a)} \int_a^b \sqrt{\xi} (b-\xi) \varphi_n(\xi) d\xi,$$

$$p_n(t) = \int_a^b \sqrt{\xi} Q(\xi, t) \varphi_n(\xi) d\xi$$

If we put the temperature of air flow $f(t)$ is equal to $S\theta(a, t)$ ($0 < S < 1$), $f(t)$ may determined. Its solution is much complex, but if the product ah is large, the solution can be denoted simply.

1. 緒 言

坑道を開さくして通気し始めると坑道周辺の岩盤温度は初め地温であつたものが気流のため漸次冷却される。特に気流温度と直接関係がある坑道壁面温度は、気流とどのような関係にあるかを知ることは興味ある問題である。この種の問題で特殊の場合はすでに天野氏によつて発表されている¹⁾。これは坑内任意断面において、温度が一定でかつ定常的週期変化をする空気に岩盤から輻射

のある場合について、主として気流と垂直断面における岩盤内の温度を論じたものであるが、我々が知りたいのは岩盤内温度変化ではなく、気流軸方向の岩盤、気流温度の経年変化なのである。坑口附近ならびに相当年月を経過した後の坑道においては、気流温度は天野氏の論文のようにある特定温度を中心として週期変化をするが、通気開始初期の坑道深部においては一般に気流は地熱のため暖められ同時に岩盤は気流のため冷却されて、気流温度は年および日にもとづく週期変化のほか、時間と共に漸次降下するものである。そこでここにおいては気流温度を時の任意函数として方程式の解の中に導入し、し

*昭和30年5月2日受理 昭和30年春季学術講演会で講演

**早大第一理工学部副手

からの通気し始めてから岩盤温度と気流温度が時間と共にいかに変っていくかの解析を試みた。

坑道のある断面を想定し、坑道を無限の岩盤中に掘られた中空円筒と仮定し、熱の流れは半径 r 方向のみにあるとすると熱伝導の方程式は

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \quad (a \leq r \leq b) \quad \dots\dots\dots (1)$$

である。ここに θ は (r, t) における岩盤の温度を、 κ は岩石の温度拡散率を示す。ただし今考えている領域内には発熱物質（例えば硫化鉱、石炭あるいは坑木のような酸化発熱物質、放射性物質等）はないものとする。また気流温度は時の任意函数 $f(t)$ で与えられるものとする。そして円筒内面において温度 $f(t)$ なる気流に輻射のある場合を考える。上の方程式の境界条件、初期条件はそれぞれ次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial \theta}{\partial r} - h(\theta - f(t)) &= 0 & r=a \\ \theta &= T & r=b \\ \theta &= T & t=0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに $h = \frac{\alpha}{k}$, α : 坑道壁面と気流間の熱伝達率 $\text{kcal/m}^2 \cdot \text{hr} \cdot ^\circ\text{C}$, k : 岩石の熱伝導率 $\text{kcal/m} \cdot \text{hr} \cdot ^\circ\text{C}$ 。そして $f(t)$ を (1) の解に導入すべく試みた。なお $f(t)$, α , T は坑道各点においてももちろん異なる。

2. 解 析

2.1 θ の解析

$\theta - T = u$ とおけば (1), (2) は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$

$$u' - h(u + g(t)) = 0 \quad r=a, \quad g(t) \equiv T - f(t)$$

$$u=0 \quad r=b$$

$$u=0 \quad t=0$$

さらに $u + (b-r) \frac{h}{1+h(b-a)} g(t) = v$ なる置換をすると

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + Q(r, t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$v' - hv = 0 \quad r=a \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$v=0 \quad r=b \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$v = (b-r) \frac{h g(0)}{1+h(b-a)} \quad t=0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。ただし $Q(r, t) \equiv \frac{h}{1+h(b-a)} \left\{ \frac{\kappa}{r} g(t) + (b-r) g'(t) \right\}$ である。(3) は、初めの温度を r の函数として与えられ円筒内面で 0 の空気、に輻射があつて外面温度を 0 に保つ場合の、領域 (a, b) で $Q(r, t)$ に相当する発熱のある円筒の温度を与える方程式と見なせる。

$(ry')' = 0$ に属し (4), (5) と同じ境界条件、すなわち

$$(y' - hy)_a = 0, \quad y_b = 0$$

を満足する Green 函数は次のようになる。

$$G(r, \xi) = \begin{cases} \frac{1 + ah \log \frac{r}{a}}{1 + ah \log \frac{a}{b}} \log \frac{\xi}{b} & r \geq \xi \\ \frac{1 + ah \log \frac{\xi}{a}}{1 + ah \log \frac{a}{b}} \log \frac{r}{b} & r \leq \xi \end{cases}$$

上の Green 函数は対称性を有する。すなわち $G(r, \xi) = G(\xi, r)$ である。

$G(r, \xi)$ を (3) の両辺に掛けて基本領域 (a, b) で積分して

$$\begin{aligned} \kappa v(r, t) &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_a^b G(r, \xi) \xi v(\xi, t) d\xi \\ &\quad + \int_a^b G(r, \xi) \xi Q(\xi, t) d\xi \end{aligned}$$

これに $\sqrt{r}$ を掛けて (8) のように置くと上式は

$$\left. \begin{aligned} \kappa V(r, t) &= -\frac{\partial}{\partial t} \int_a^b K(r, \xi) V(\xi, t) d\xi + P(r, t) \\ P(r, t) &= \int_a^b K(r, \xi) \sqrt{\xi} Q(\xi, t) d\xi \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

となる。ここに

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{r} v(r, t) &\equiv V(r, t) \\ \sqrt{r \xi} G(r, \xi) &\equiv K(r, \xi) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

また Green 函数を使うと、 λ をパラメーターとして次のように表わせる。

$$y(r) = \lambda \int_a^b G(r, \xi) \xi y(\xi) d\xi$$

これから

$$(ry')' + \lambda ry = 0$$

を得る。これの一般解は A, B を任意常数として

$$y = AJ_0(\sqrt{\lambda} r) + BY_0(\sqrt{\lambda} r)$$

である。ここに J_0, Y_0 はそれぞれ零次の Bessel, Neumann の円筒函数である。 $G(r, \xi)$ と同じ境界条件のものと解は、まず $y_b = 0$ から $AJ_0(\sqrt{\lambda} b) + BY_0(\sqrt{\lambda} b) = 0$

$$\therefore B = -\frac{J_0(\sqrt{\lambda} b)}{Y_0(\sqrt{\lambda} b)} A \quad \text{今 } A = \frac{A'}{J_0(\sqrt{\lambda} b)}$$

$$\text{と置くと } B = -\frac{A'}{Y_0(\sqrt{\lambda} b)}$$

$$\therefore y = A' U_0(\sqrt{\lambda} r)$$

ただし $U_0(\sqrt{\lambda} r) \equiv \frac{J_0(\sqrt{\lambda} r)}{J_0(\sqrt{\lambda} b)} - \frac{Y_0(\sqrt{\lambda} r)}{Y_0(\sqrt{\lambda} b)}$, また

$U_0(\sqrt{\lambda} r)$ は円筒函数の諸関係を満足する。次に

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a\{1+h(b-a)\}U_0(x_n)+A_n}{\lambda_n R_n^2} U_0\left(\frac{x_n}{a}r\right)$$

$$\text{よつて } \theta(r, t) = T - ah\kappa \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_0(x_n)U_0\left(\frac{x_n}{a}r\right)}{R_n^2}$$

$$\int_0^t g(\tau)e^{-\kappa\lambda_n(t-\tau)}d\tau = T - ah\kappa \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_0(x_n)U_0\left(\frac{x_n}{a}r\right)}{\lambda_n R_n^2}$$

$$(1-e^{-\kappa\lambda_n t}) + ah\kappa \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_0(x_n)U_0\left(\frac{x_n}{a}r\right)}{R_n^2}$$

$$\int_0^t f(\tau)e^{-\kappa\lambda_n(t-\tau)}d\tau \dots\dots\dots (13)$$

上式は時の任意函数 $f(t)$ を含み条件 (2) を満足する (1) の完全解である。もし $f(t)$ が与えられれば $\theta(r, t)$ は上式から計算できる。しかし坑道気流においては $f(t)$ は任意に与えられるものではなく、入気温度と $\theta(a, t)$ および通気要素に関係するものである。

2.2 温度不易距離 b について

上式を計算するに当つて温度変化の及ぶ最大距離 b をいかにとるかが必要となつてくる。 b の値は経過年数と共に大きくなるがこれの理論的算出は不可能である。 b の値を必要以上に大きくとるときは上述の無限級数の項数を多くとらねばならず、計算に非常な手数を要するの

第 2 図

第 3 図

第 4 図

で許さるべき範囲内で小さくすることが望ましい。今中空円筒内面と半無限固体の表面から同じ割合で熱放散が行われる場合の熱伝導を比較すると、温度変化の及ぶ距離は初めの温度が一定で岩石の熱的性質が同一ならば半無限固体の方が大きいことは明らかであり、また半無限固体の表面から空気と同じ強さの輻射がある場合の熱伝導において、空気の温度が最初から 0 のときと、漸次降下して 0 になるときを比較すると、温度変化の及ぶ距離は前者の方が大きいことは明らかである。そこで半無限固体の表面において温度 0 の空気に h の強さで輻射があり初めの温度が T である場合の熱伝導を考えると、その解として温度 $\theta(x, t)$ は次のようになる²⁾³⁾。

$$\theta(x, t) = T \left\{ \operatorname{Erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} \right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{hx + h^2 \kappa t} \int_{h\sqrt{\kappa t} + \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}}^{\infty} e^{-\beta^2} d\beta \right\} + T \left\{ \operatorname{Erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} \right) + \frac{e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{h\sqrt{\kappa t} + \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} \right\}$$

坑道のように h が大きいときは上式第 2 項は第 1 項に比して小さいからこれを省略して

$$\theta(x, t) = T \cdot \operatorname{Erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} \right)$$

となる。これは $h \rightarrow \infty$ の場合の解である。この式によつて温度変化の及ぶ距離を算出するならば上述の理由により中空円筒の場合には相当余裕のあるものとなる。上

式で $\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} = 1.83$ を満足する (x, t) においては

$\theta = 0.99T$ となるから、実用上差支えないものと思われる。すなわち b として $b \geq a + 3.6\sqrt{\kappa t}$ をとれば充分である。もつとも本研究においては岩盤内の温度を論ずるのが目的ではなく主として岩盤表面温度を必要としているので、 b の決定に当つて必ずしも上式にこだわる必要はないであろう。

2.3 岩盤表面温度と気流温度の関係

筆者の研究によれば坑道壁温 $F(z)$ と気流温度 $\chi(z)$ との関係は次式で与えられる⁴⁾。ただし z は坑道軸方向にとるものとする。

$$\chi(z) = \frac{4K}{a^2u} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^z [F(\mu) - \Gamma \mu \sin \beta] e^{-\frac{K\nu n^2}{a^2u}(z-\mu)} d\mu + \Gamma z \sin \beta \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに K : 通気流の渦拡散率 u : 風速 $\nu_n: J_0(x)=0$ の n 番目の正根 Γ : 空気の断熱減率 β : 坑道の水平面となす角であつて水平坑道の場合は $\sin \beta=0$, 立坑のときは $\sin \beta=1$ である。開さく当初の壁温分布は普通1次関数で表わされるものと思われるから $F(z)=\chi, z$ とすれば, 上式は

$$\chi(z) = \chi_1 z - \frac{4a^2u(\chi_1 - \Gamma \sin \beta)}{K} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\frac{K\nu n^2}{a^2u}z}}{\nu n^4}$$

すなわち気温は壁温 $\chi_1 z$ より常に第2項に相当するだけ低い。これを図示すると第1図のようになる。

いま坑道の一点を考えてそこにおける壁温を $\theta(a, t)$ とし気温 $f(t)$ は非週期変化をなすものと仮定してこれを $S \cdot \theta(a, t)$, ($0 < s < 1$) に等しいとすれば (13) から次式を得る。もちろん $\theta(r, 0) \equiv T'$ であり, また $1+h(b-a) \equiv h(b-a)$ であるから

$$f(t) = S\theta(a, t) = \frac{ST}{b-a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n U_0(x_n)}{\lambda_n R_n^2} + SahT \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_0^2(x_n)}{\lambda_n R_n^2} e^{-\kappa \lambda_n t} + Sah \kappa \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_0^2(x_n)}{R_n^2} \int_0^t f(\tau) e^{-\kappa \lambda_n(t-\tau)} d\tau \quad \dots\dots\dots (15)$$

右辺は一樣収斂級数であるから $f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t)$ と仮定し, (15) に $\kappa \lambda_n$ を掛けたものに (15) を微分して加えると次式を得る。

$$\begin{aligned} f_n'(t) + \kappa \lambda_n \left\{ 1 - \frac{SahU_0^2(x_n)}{\lambda_n R_n^2} \right\} f_n(t) &= \frac{\kappa \lambda_n ST A_n U_0(x_n)}{(b-a)\lambda_n R_n^2} \\ \therefore f_n(t) &= \frac{\kappa ST A_n U_0(x_n)}{(b-a)R_n^2} \int_0^t \exp \left[-\frac{\kappa \{ \lambda_n R_n^2 - SahU_0^2(x_n) \}}{R_n^2} (t-\tau) \right] d\tau \\ &\quad + L_n \exp \left[-\frac{\kappa \{ \lambda_n R_n^2 - SahU_0^2(x_n) \}}{R_n^2} t \right] \end{aligned}$$

ここに L_n は (15) から決定できる。すなわち

$$L_n = f_n(0) = \frac{ST \{ ah(b-a)U_0^2(x_n) + A_n U_0(x_n) \}}{(b-a)\lambda_n R_n^2}$$

ゆえに

$$f(t) = \frac{2ST}{a(\rho-1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n U_0(x_n)}{B_n - 2SahU_0^2(x_n)}$$

(13)

第 5 図

第 6 図

$$\begin{aligned} &+ \frac{2ST}{a(\rho-1)} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{ha^2(\rho-1)U_0^2(x_n) + A_n U_0(x_n)}{B_n} \right. \\ &\quad \left. - \frac{A_n U_0(x_n)}{B_n - 2SahU_0^2(x_n)} \right\} \\ &\quad \times \exp \left[-\kappa \lambda_n \left\{ 1 - \frac{2SahU_0^2(x_n)}{B_n} \right\} t \right] \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ただし $B_n \equiv 2\lambda_n R_n^2 = \{ \rho x_n U_1(\rho x_n) \}^2 - (a^2 h^2 + x_n^2) U_0^2(x_n)$, また

$$\rho x_n U_1(\rho x_n) = \frac{2}{\pi J_0(\rho x_n) Y_0(\rho x_n)}$$

(16) は非常に複雑であるが, 普通の通気坑道では少なくとも $ah > 10$ であるから, かかる場合には (16) は

$$f(t) = \frac{2ST}{a(\rho-1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n U_0(x_n)}{B_n}$$

$$+2ahST \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_0^2(x_n)}{B_n} e^{-\frac{\kappa x_n^2}{a^2} t} \dots\dots\dots(17)$$

として差支えない。岩盤温度は(13)に(17)を代入すれば得られ、また特に壁面温度は簡単に

$$\theta(a, t) = \frac{f(t)}{S} = \frac{2T}{a(\rho-1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n U_0(x_n)}{B_n} + 2ahT \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_0^2(x_n)}{B_n} e^{-\frac{\kappa x_n^2}{a^2} t} \dots\dots\dots(18)$$

となる。(17)、(18)はその減衰が非常に早く、これは ah の大きいほど、また ah が一定ならば a の小さいほど早い。すなわち一定風量の通気をする場合、岩盤の冷却という見地からすれば坑道断面積を小さくして風速を増した方が有利である。

いま立坑を例にとり $a=3.5\text{m}$, $u=2.6\text{m/sec}$, $k=1.5\text{kcal/m}\cdot\text{hr}\cdot^\circ\text{C}$ とすれば立坑底(深さ1000m)においては $h=\frac{15}{1.5}=10$, $ah=35$ となる。また $\kappa=0.004\text{m}^2/\text{hr}=35\text{m}^2/\text{year}$ とし、この際 $S=0.76$, $T=20^\circ\text{C}$ とすると(17)、(18)の減衰模様は第2図のようになる。また $\theta(r, t)$ を図示すると第3図のようである。壁温はかかる短期間で降下するから通気し始める時期を1年のうちいつにするかによって、その冷却の様様が変わってくることは明らかである。また立坑各点において $\theta(a, t)$ を計算して図示すると第4図のようになる。

2.4 週期変化による岩盤温度変化

また入気温度は年、日にもとづく週期変化をなす。そもそも(13)の $f(t)$ は時の任意函数であるから定常的週期変化に対しても成立するはずである。そこで(13)において

$$f(t) = \phi(t) = A \sin \omega t + B \sin \omega_1 t, \\ \omega = \frac{2\pi}{8760\text{hr}}, \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{24\text{hr}}$$

とおけば週期変化に対する岩盤の温度変化が得られるわけであるが、週期変化に対しては比較的簡単にその解が求められるから何も複雑な無限級数を用いるにはあたらない。この場合の方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \dots\dots\dots(19)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} - h(\theta - \phi(t)) = 0, \quad r=a \dots\dots\dots(20)$$

$$\theta=0, \quad r=\text{great distance} \dots\dots\dots(21)$$

$t=0$ における値は週期変化に対しては考慮する必要はない。最初年変化 $A \sin \omega t$ に対するものを考える¹⁾。まず岩盤温度も週期変化をなすことは明らかであるから $\theta \propto e^{i\omega t}$ とおけば(19)から $r\theta'' + \theta' - ip^2\theta = 0$ を得る。

ただし $p = \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}}$ である。この解は(21)を考慮して

$$\theta = K_0(\sqrt{i} pr) = \ker pr + i \text{kei } pr$$

を得る。よつて解は $e^{i\omega t} K_0(\sqrt{i} pr)$ となるから、これを実、虚の部分に分けてまとめれば C, D を任意常数として、その一般解は

$$\begin{aligned} \theta &= C(\cos \omega t \ker pr - \sin \omega t \text{kei } pr) \\ &\quad + D(\sin \omega t \ker pr + \cos \omega t \text{kei } pr) \\ &= (D \ker pr - C \text{kei } pr) \sin \omega t \\ &\quad + (C \ker pr + D \text{kei } pr) \cos \omega t \end{aligned}$$

である $r=a$ における条件(20)から

$$\left. \begin{aligned} CR_1 + DR_2 &= 0 \\ CR_2 - DR_1 + A &= 0 \end{aligned} \right\}$$

ただし

$$\left\{ \begin{aligned} R_1 &= \ker pa - \frac{p}{h} \ker' pa \\ R_2 &= \text{kei } pa - \frac{p}{h} \text{kei}' pa \end{aligned} \right.$$

これから $C = -\frac{P_2 A}{R_1^2 + R_2^2}$, $D = \frac{R_1 A}{R_1^2 + R_2^2}$ を決定できる。

$$\begin{aligned} \therefore \theta &= \frac{A}{R_1^2 + R_2^2} \{ (R_1 \ker pr + R_2 \text{kei } pr) \sin \omega t \\ &\quad + (-R_2 \ker pr + R_1 \text{kei } pr) \cos \omega t \} \\ &= A \sqrt{\frac{\ker^2 pr + \text{kei}^2 pr}{R_1^2 + R_2^2}} \sin \left(\omega t - \tan^{-1} \frac{R_2 \ker pr - R_1 \text{kei } pr}{R_1 \ker pr + R_2 \text{kei } pr} \right) \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

日変化 $B \sin \omega_1 t$ に対しても同様に処理できて次のようになる。

$$\begin{aligned} \theta &= B \sqrt{\frac{\ker^2 qr + \text{kei}^2 qr}{R_3^2 + R_4^2}} \sin \left(\omega_1 t \right. \\ &\quad \left. - \tan^{-1} \frac{R_4 \ker qr - R_3 \text{kei } qr}{R_3 \ker qr + R_4 \text{kei } qr} \right) \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} q &= \sqrt{\frac{\omega_1}{\kappa}} \\ R_3 &= \ker qa - \frac{q}{h} \ker' qa \\ R_4 &= \text{kei}' qa - \frac{q}{h} \text{kei}' qa \end{aligned}$$

上式の A, B, h は坑道各点において異なることもろんである。なお日変化のような短週期変化においては q が大きくなり計算に不便であり、また岩盤内における温度振幅の減衰も甚だしくその振幅は壁面から約50cm位で岩盤表面におけるものの $\frac{1}{10}$ 以下となるから、かかる場合には半無限固体の熱伝導に置き換える。すなわち方程式は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \quad x=r-a, \quad 0 \leq x \leq \infty \\ [\theta' - h(\theta - B \sin \omega_1 t)]_{x=0} &= 0, \end{aligned}$$

この解は次の通りである。

$$\theta(x, t) = \frac{hBe^{-q'x}}{\sqrt{(q'+h)^2 + q'^2}} \sin\left(\omega_1 t - q'x - \tan^{-1} \frac{q'}{q'+h}\right) \dots\dots\dots (24)$$

ただし $q' = \sqrt{\frac{\omega_1}{2k}}$ 、日変化に対しては(23)よりも(24)を用いた方が便利だと思う。

坑道通気の場合坑道壁面と気流間の熱伝達率は坑口における値は非常に大きく、坑口からの距離と共に急激に小さくなり、坑口から500m以上ともなればほぼ一定値に近づく。したがって h も坑口からの距離が大きくなればほぼ一定値をとることになる。よって坑口附近では坑道壁温は通気温度と等しく、その遅れも見られないが坑口からの距離と共に壁温はその点における気温の振幅より小さくなり遅れを生ずる。前記1000m立坑を例にとつて(14), (22), (23)或は(24)からの計算結果によれば、立坑底においては年変化に対しては気温は入気温の約0.9、壁温と気温の振幅比は0.96に近くまた遅れも30~40hr程度で無視できるが、日変化に対しては立坑底の気温は入気温の約0.1、壁温と気温の振幅比は約0.6、そして1h25min程度の遅れを生ずる。ゆえに地上における年、日温度変化の振幅をそれぞれ10°Cと仮定すると1000mの立坑底においては年、日変化に対する気温変化はそれぞれ±8.8°C, ±1.0°C, 壁温変化はそれぞれ±8.5°C, ±

0.6°Cとなる。これを図示すれば第5, 6図のようになる。

3. 結 言

坑道を開さくして通気する際気流と壁面との間に熱拡散が行われ、それによつて気流は暖められると同時に岩盤は冷却されこの相互間には密接な関係がある。この相互間の物理現象を解析して気流温度と直接関係のある壁面温度は、坑道通気流によつて急速に冷却されてわずか数カ月たてば、ほとんど完全に冷却されることを確認した。したがってその後は入気温の遅期変化によつて岩盤温度は同遅期の遅期変化をなし、その振幅は坑口からの距離によつて指数曲線的に減少するものである。

以上の理論に用いた熱伝達率は乾燥坑道におけるものである。実際には坑道壁面は常に湿っているので実質上の熱伝達率は水の蒸発のため更に大きくなることは明らかなので、実際の観測結果とは幾分異なることになると思われる。

本研究遂行上御指導を賜つた早稲田大学数学科佐藤常三教授、鉱山科房村信雄助教授に対し厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 天野勲三：日本鉱業会誌，68巻，774号，昭和27年12月
- 2) 小平吉男：物理数学，第2巻，岩波書店，昭和23年，p. 352
- 3) 寺沢寛一：数学概論，岩波書店，昭和25年，p. 187
- 4) 橋本文作：早大理工学研究所報告，第2巻，1955

Woodmoor 夾炭層の排水

昔、稼行して水没している夾炭層の下部に存在している炭層を新しく稼行しようという場合には新しく開坑しようという場合と異なつて種々の困難が伴う。

英国の Wakefield 地方にある Sharlston West Colliery がこの場合である。現在迄稼行していた地域は断層によつて水没地域と完全に遮断されていたのでその心配がなかったが新しく稼行を始めた区域では強大な地圧に遭遇していたうちはまだよかつたが上盤からしたたる水によつて下盤が盤ぶくれを起す事態に至つて地圧管制のみでなく上盤中に存在する水の所在を確める事が必要になつて来た。

現在稼行している Winter 層から上向きの Boring を行つて水の静圧をしらべてみた所 80 lb/in² でこの値は完全に断層によつて遮断されていて層が分離されていないと考えた場合の半分である。これ等上向ボーリング孔からの出水は5~20GPMから80GPM といった開きがあり、この

事によつて夾炭層が全面的に水を通すわけではなく断層とか節理といった地層の弱線を通して水が流れている事を示している。又たまつている水は岩石の孔隙中に存在するのでなく岩石の破断面や断層面に存在する事がわかる。そこで Woodmoor 夾炭層の地並に排水坑道を掘つてこの坑道より上向の孔を穿つて排水を行う事とした。排水坑道の傾斜はほぼ

$$\frac{1}{400} \text{ 度 } 12' \times 8' \text{ のアーチ枠で支柱}$$

されている。掘進に用いた機械は、Atlas RH 657 でユアーレグを用いる。心拔はV-Cutで孔数は26、2台のさく岩機を用い一週間に10~16 yd 進んだ。排水用の孔も同じさく岩機を用いて掘り、ロッドはだんだん長いものに Screw joint を用いて継いでゆく Sandvik-Atras 方式を用いた。ビットは W-C ビットを用いた。孔深は岩質又出水量によつて一定でない。又 Standpipe をうめ込む必要があるかないかも岩質と出水量によつて定まつていない。しかしど

の位迄深く孔を掘るかという事は孔からの出水によつて穿孔が不可能になる迄と考えてよい。孔深の平均は100' 現在迄の最深孔は273' であるが30' で十分な水が出たという例もある。穿孔速度は孔の深さによつて異なるが120' 迄は通常60'/Shift 位である。しかしこれを超えると40'/Shift 位におちる。孔の配置は別に決まつておらず1'~12' おきにとり角度も30°~90°と種々である。排出された水はホースでコンクリート溝に集められ、沈澱槽、測量ウェアーを通してポンプによつて300' 上の地表に送られ河に放流される。現在の排水量は250GPM で地表からのボーリングによると Woodmoor 層の水位は下りつづつある。排水坑道は現在960 yd. 進んで天然ダムをなしていると考えられる主要断層にあたつており、この断層を通して Woodmoor 層から流れて来る水をこの排水坑道によつて排水する事により Winter 層3,000,000 t, Stanley Main 層3,000,000 t の石炭が安全に採掘される様になる。(Colliery Engineering Aug. 1955, pp. 314~319より) (田中)