磁選法の研究(第1報)*

——常、反磁性鉱物から成る単体粒子に作用する磁力——

正 会 員 八 嶋 三 郎**

Studies on The Magnetic Separation. (Ist Report) Magnetic Forces Acting on the Paramagnetic and Diamagnetic Mineral Particles.

Saburô YASHIMA

In magnetic separation, an exact relation between magnetic force acting on a mineral particle under a given field conditions and its definite magnetic susceptibility have a fundamental importance for practical applications of the process.

The writer theoretically induced the above mentioned relation concerning a spherical cubic and cylindrical mineral particles. These relations were formulated in the equation of (20), (32) and (36).

In the case of paramagnetic or diamagnetic mineral particles, the value of their susceptibility remains constant for a fairly wide range of magnetic field so their theoretical analysis of the relation is not so difficult. While in the case of ferromagnetics their susceptibility depends on the field strength furthermore the induced demagnetizing field make the relation more complex.

In this article, the writer reported the magnetic forces of paramagnetic and diamagnetic mineral particles of quartz, calcite, epidote, chalcopryrite, pyrite, rutile, ilmenite and zircon and determined the field intensities to attract these paramagnetics. These were calculated by the above equation. The results were illustrated in Table 1.

1. 緒 言

磁選法とは磁性の有無、詳しくは磁性の強弱により鉱物を分離する方法であるが、物質はすべて磁性を有し磁気理論上強磁性、常磁性及び反磁性の三つに大別されることを考え合わせれば、少なくとも理論的にはあらゆる物質に対し適用し得る選別手段であるということが出来る。このような観点からすれば磁選法にも実は整然と

した学問的体系があり、その体系上最も合理的な分類法として強磁性鉱物の磁選法と弱磁性鉱物の磁選法、或いは弱磁場磁選法と強磁場磁選法の二つを考へることが出来る。前者は選別対象鉱物の側から見た、いわば理論的分類法であり、後者は選別に必要な磁場、すなわち主として磁選法実施の難易に重点をおいたものである。磁鉄鉱及び磁硫鉄鉱により代表される強磁性鉱物の場合には2,000Oe以下の磁界により充分その目的を達することが出来るが、非強磁性鉱物の場合には数千乃至は1万数千或いはそれ以上の磁界を必要とする。したがって理論的にはあらゆる鉱物に対し適用することが出来ても、技術的にどの程度までの磁界を発生し得るかにより磁選法適用可能な限界が決定され、事実上磁選法を経済的に有利に適用し得る鉱物の種類は限られたものとなつて来る。

考えてみると磁選法とは磁気現象の一つの工学的な应用到に過ぎないのであるが磁気理論上でも特殊な分野に属し、かつこれを選鉱学的立場からみるとときには取扱われる鉱粒がその形状不規則であり、またその組成が不均一で同じ鉱物でも生立ちによつて性質を異にする等々、選鉱法に共通する困難な問題が伏在するのである。近時砂

* 昭和30年10月4日受理

** 東北大学助手 鉱山学教室

- a) 強磁性というも常磁性というも周囲の物理的状态から独立した物性ではなく、これ等の分類は物質の状態、主として温度により決定される性質のものである。以下には常温の場合を取扱う。
- b) 強磁性鉱物の帯磁率は 10^{-10} 程度であるに反し常、反磁性鉱物では 10^{-6} であり、両者の間に劇然たる区別が存在する。しかしながら強磁性鉱物と非強磁性鉱物の片又鉱粒の場合にはその見掛け帯磁率が片又度の増大とともに漸減するため劇然とした差異が認められなくなる。これは磁選法実施上特に注意すべき事柄であるが、この点に関しては次報に詳述する。
- c) したがって弱磁場磁選法と強磁場磁選法の限界は磁界の強さ約2,000Oeを以て差支えない。現行強磁性鉱物の磁選では磁鉄鉱：約1,000Oe、磁硫鉄鉱：2,000Oeで処理されている。砂鉄の場合も磁鉄鉱とほぼ同じである。
- d) 2,000Oe程度までの磁界は比較的容易に発生し得るが、それ以上の磁界の発生は非常に困難である。磁性測定用の均一磁界を例にとつてみれば通常の電磁石により発生し得る磁界の最高限は約55,000Oeである。磁選に用いられる不均一磁界の最高限度もほぼこの均一磁界と同じとみられる。

鉄中のイルメナイトの分離、ガーネットの選別、その他稀産特殊鉱物の分離に磁選法が適用されるようになり、磁鉄鉱或いは磁硫鉄鉱等代表的な強磁性鉱物のみに限定されていた磁選法の重点が漸次弱磁性鉱物へと移行する傾向にあるが上述の如き鉱粒の特殊性を考慮に入れた磁選法理論の確立こそはその解決を急ぐべき問題と考えられる。筆者は前から磁選法に関する研究を進めて来たが以下にその結果を述べて磁選法理論と体系の確立に資したいと思う。

2. 鉱粒に作用する磁力を表わす理論式の誘導

2.1 鉱粒が球形の場合

第1図 微小鉱粒に作用する磁力

今第1図において点Oを磁界の原点とし垂直方向にx軸をとる。 $x=a$ に中心を有する質量 m の粒子があるとす。曲線 H はO点よりの距離による磁場の強さの変化で、これを x につき微分した $\frac{\partial H}{\partial x}$ が各位置における磁場の勾配を表わす。 $H \frac{\partial H}{\partial x}$ はこの両者の積である。このような位置に置かれた粒子に作用する磁力 F_M は理論的に次式(1)で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} F_M &= m\chi \left(H \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=a} \\ &= mI \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=a} \\ \text{または} \\ F_M &= v\kappa \left(H \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=a} \\ &= vJ \left(H \frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=a} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに m , v : 粒子の質量及び体積, χ : 粒子を構成する物質の帯磁率, κ : その容積帯磁率, I : 粒子の単位質量当りの磁気能率, J : 粒子の単位体積当りの磁気能率。粒

- e) 本報告にはその中主として常磁性鉱物及び反磁性鉱物の場合を取扱った。1,000~2,000Oe程度の磁界ではこれら常、反磁性鉱物はいわゆる非磁性鉱物に属するもので測定に影響する程の挙動は示さないが磁界が10,000~20,000Oeに達すると看過し得ない磁力を現出する。例えば石英とガーネットの粉末を強磁場にて処理すると、常磁性鉱物のガーネットは約16,000Oeではほとんど回収されてしまうが、その尾鉱には反磁性鉱物の石英が多く含まれる。このことはガーネットには磁気吸引力が作用するが、一方石英にも明らかに反発力が作用した結果と解釈すべき事柄である。
- f) 勾配のある磁界、すなわち不均一磁界においてのみ磁力が誘起される。したがって不均一磁界ではかかる力は発生せず磁選を行うことが出来ない。
- g) 式(1)は通常の微粉末の選別にはそのまま適用し得るが、粒鉱及び塊鉱磁選の場合にはそのまま適用することが出来ない。
- h) 例えばcrockett型ではベルトの表面、gröndal drum型ではdrumの表面に相当する。ただしdrumの材質が鉄板の場合は磁気吸着力という第二の効果が支配的であるため以下の関係のみで論ずることは出来ない。

第2図 半径 r_0 の鉱粒に作用する磁力

子の密度を ρ とすれば、 κ , χ 及び I , J の間には式(2)の関係がある。

$$\kappa = J/H, \chi = I/H, J/\rho = I, \chi = \kappa/\rho \dots\dots\dots (2)$$

強磁性体及び常磁性体では $\chi > 0$ であるから $F_M > 0$ で吸引力を現わすが、反磁性体では $\chi < 0$ で $F_M < 0$ となり反発力を現わす。式(1)は鉱粒の大きさが小さい場合には成立するが、次に一般的な場合として粒子がある大きさを有する場合を考える。第2図において yz 平面を磁極面とし、その原点Oより x 方向に a だけ距つた点に中心 O' を有する半径 r_0 の球を考える。球の中の体積素 dv に作用する磁力を dF_M とし、かつ体積素に作用する力が式(1)にて表わされるものとすれば

$$dF_M = dv \cdot \rho \cdot \chi H \frac{\partial H}{\partial x} \dots\dots\dots (3)$$

ここで

$$dv = dr \cdot r d\theta \cdot r \sin\theta d\phi \dots\dots\dots (4)$$

また磁極面からの距離 x による $H \frac{\partial H}{\partial x}$ の変化を実験式により式(5)のように表わす。

$$H \frac{\partial H}{\partial x} = K e^{-bx} \dots\dots\dots (5)$$

ここに K は磁極面における $H \frac{\partial H}{\partial x}$ の値、 b は常数である。磁極面からの距離 x は第2図から式(6)のように表わされる。

$$x = a - r \cos\theta \cdot \cos\phi \dots\dots\dots (6)$$

いま計算の便宜上球の内部の磁極面と平行な断面はすべて磁極面の方向に等しい磁力を受けるものとし式(4)~(6)を用いて式(3)の dF_M を表わせば

$$dF_M = \rho \chi K e^{-b(a-r \cos\theta \cdot \cos\phi)} \cdot r^2 \cdot \sin\theta \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\phi \dots\dots\dots (7)$$

したがって球に作用する全磁力 $F_{M.SP}$ は式(7)を球全体にわたり積分すればよく式(8)のようになる。

$$F_{M.SP} = \int_v dF_M = 2\rho \chi K \int_0^{r_0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \cdot \sin\theta \cdot e^{-b(a-r \cos\theta \cdot \cos\phi)} \cdot dr \cdot d\theta \cdot d\phi \dots\dots\dots (8)$$

式(8)の $e^{-b(a-r \cos\theta \cdot \cos\phi)}$ を式(9)のように展開して計算を進める。

$$e^{-b(a-r\cos\theta\cos\varphi)} = 1 - \frac{b(a-r\cos\theta\cos\varphi)}{1!} + \frac{b^2(a-r\cos\theta\cos\varphi)^2}{2!} - \frac{b^3(a-r\cos\theta\cos\varphi)^3}{3!} + \dots \dots \dots (9)$$

まず始めに φ に関する積分を行う。これを k_1 とすれば

$$k_1 = \int_0^\pi d\varphi - \frac{b}{1!} \int_0^\pi (a-r\cos\theta\cos\varphi) d\varphi + \frac{b^2}{2!} \int_0^\pi (a-r\cos\theta\cos\varphi)^2 d\varphi - \frac{b^3}{3!} \int_0^\pi (a-r\cos\theta\cos\varphi)^3 d\varphi + \dots \dots \dots (10)$$

これを解いて整理すれば

$$k_1 = \pi e^{-ab} \left(1 + \frac{1}{2^2} b^2 r^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{8^2} b^4 r^4 \cos^4 \theta + \frac{1}{48^2} b^6 r^6 \cos^6 \theta + \frac{1}{384^2} b^8 r^8 \cos^8 \theta + \dots \right) \dots \dots \dots (11)$$

次に式(8)に戻り θ に関する積分を行いこれを k_2 とすれば

$$k_2 = \int_0^\pi \sin \theta k_1 d\theta = \pi e^{-ab} \left(\int_0^\pi \sin \theta d\theta + \frac{b^2 r^2}{2^2} \int_0^\pi \sin \theta \cdot \cos^2 \theta d\theta + \frac{b^4 r^4}{8^2} \int_0^\pi \sin \theta \cdot \cos^4 \theta d\theta + \frac{b^6 r^6}{48^2} \int_0^\pi \sin \theta \cdot \cos^6 \theta d\theta + \frac{b^8 r^8}{384^2} \int_0^\pi \sin \theta \cdot \cos^8 \theta d\theta + \dots \right) \dots \dots (12)$$

これを解いて整理すれば

$$k_2 = \pi e^{-ab} \left(2 + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2}{3} b^2 r^2 + \frac{1}{8^2} \cdot \frac{2}{5} b^4 r^4 + \frac{1}{48^2} \cdot \frac{2}{7} b^6 r^6 + \frac{1}{384^2} \cdot \frac{2}{9} b^8 r^8 + \dots \right) \dots \dots (13)$$

次に再び式(8)に戻り r に関する積分を行いこれを k_3 とすると

$$k_3 = \int_0^{r_0} r^2 k_2 dr = \pi e^{-ab} \left(2 \int_0^{r_0} r^2 dr + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2}{3} b^2 \int_0^{r_0} r^4 dr + \frac{1}{8^2} \cdot \frac{2}{5} b^4 \int_0^{r_0} r^6 dr + \frac{1}{48^2} \cdot \frac{2}{7} b^6 \int_0^{r_0} r^8 dr + \frac{1}{384^2} \cdot \frac{2}{9} b^8 \int_0^{r_0} r^{10} dr + \dots \right) \dots \dots (14)$$

これを解いて

第3図

磁界の強
さの距離
による減
衰

第4図

(r_0/a) と
 d の関係

$$k_3 = \pi e^{-ab} \left(\frac{2}{3} r_0^3 + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} b^2 r_0^5 + \frac{1}{8^2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{7} b^4 r_0^7 + \frac{1}{48^2} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{9} b^6 r_0^9 + \frac{1}{384^2} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{11} b^8 r_0^{11} + \dots \right) \dots \dots (15)$$

したがって式(8)の全積分結果は

$$F_{M.SP} = \rho \chi K e^{-ab} \left(\frac{4}{3} \pi r_0^3 + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} b^2 \pi r_0^5 + \frac{1}{8^2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{7} b^4 \pi r_0^7 + \frac{1}{48^2} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{9} b^6 \pi r_0^9 + \frac{1}{384^2} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{11} b^8 \pi r_0^{11} + \dots \right) \dots \dots (16)$$

これが半径 r_0 の粒子に作用する磁力を表わす理論式である。今第2図の粒子に対しても第1図の微小粒子の場合の磁力を表わす式(1)が成立するものと仮定して粒子

中心 O' (第2図) における磁界の条件 $\left(H \frac{\partial H}{\partial x}\right)_{x=a} = K e^{-ab}$ を用いて求められた磁力を $F'_{M.SP}$ とすると

$$F'_{M.SP} = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho \chi K e^{-ab} \dots \dots \dots (17)$$

式 (16) と式 (17) との比をとりこれを α とすれば

$$\alpha = \frac{F_{M.SP}}{F'_{M.SP}} = \frac{\rho \chi K e^{-ab} \left(\frac{4}{3} \pi r_0^3 + \frac{1}{2^2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} b^2 \pi r_0^5 + \frac{1}{8^2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{7} b^4 \pi r_0^7 + \frac{1}{48^2} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{9} b^6 \pi r_0^9 + \frac{1}{384^2} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{11} b^8 \pi r_0^{11} + \dots \right)}{\frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho \chi K e^{-ab}} \dots \dots \dots (18)$$

これを整理して

$$\alpha = 1 + \frac{3}{2^2 \cdot 3 \cdot 5} b^2 r_0^2 + \frac{3}{(2 \cdot 4) \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7} b^4 r_0^4 + \frac{3}{(2 \cdot 4 \cdot 6) \cdot 2 \cdot 7 \cdot 9} b^6 r_0^6 + \frac{3}{(2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8) \cdot 2 \cdot 9 \cdot 11} b^8 r_0^8 + \dots \dots \dots (18)$$

さらにこれを整理すると

$$\alpha = 1 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(b r_0)^{2n}}{(2n+1)(2n+3) \prod_{k=1}^n (2k)^2} \dots \dots \dots (19)$$

$$\alpha = 1 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(a \cdot b)^{2n} \left(\frac{r_0}{a} \right)^{2n}}{(2n+1)(2n+3) \prod_{k=1}^n (2k)^2} \dots \dots \dots (19)$$

したがって半径 r_0 の粒子に作用する磁力 $F_{M.SP}$ は

$$F_{M.SP} = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho \chi K e^{-ab} = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho \chi K e^{-ab} \left\{ 1 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(b r_0)^{2n}}{(2n+1)(2n+3) \prod_{k=1}^n (2k)^2} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

となる。式 (20) によれば、ある大きさを有する粒子に作用する磁力は、その粒子に対し式 (1) を適用して粒子中心における磁界の条件により磁力を計算し、それを α 倍すればよいこととなる。ここに α は粒子の半径 r_0 及び粒子中心の位置 a により決まる値である。いま第2図の点 O より x 方向の磁界の減衰を第3図のようであるとすれば、この場合の磁界の条件式 (5) は式 (5') により表わされる。

$$H \frac{\partial H}{\partial x} = 240 \times 10^5 e^{-0.7566x} \dots \dots \dots (5')$$

これを用いて実際に α を計算し (r_0/a) との関連において図示したのが第4図で $a=4\text{cm}$, 2cm , 1.7cm , 1cm の場合を掲げたがいずれの場合でも α は半径の増大と共に急激に大となり例えば $a=4\text{cm}$, $r_0=4\text{cm}$ の場合には $\alpha=1.57$ となり式 (1) による計算値の 57% 増しとなる。しかしどの場合でも r_0 が小となれば α は 1 に近づき

- 1) 断面直径 d , 長さ l とする寸法比は l/d で表わされる。断面が円形でないときにはそれと等しい面積の円の直径が用いられる。以下の立方体の場合には断面の一边をもつて d とみなした。

式 (1) を用いて計算した結果で差支えなくなる。次に式 (20) を用いて粒子が与えられた条件の磁界により吸引されるために保有すべき帯磁率を求めてみることにする。粒子の磁気吸引力に抗う力として粒子に作用する重力のみを考慮しこれを $F_{G.SP}$ とすれば

$$F_{G.SP} = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho g \dots \dots \dots (21)$$

ここに g は重力の加速度。磁気吸引力と重力との釣合いの条件は式 (20), (21) から

$$\left. \begin{aligned} F_{G.SP} &= F_{M.SP} \\ \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho g &= \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho \chi K e^{-ab} \alpha \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

これを整理して重力と磁力とが釣合うための限界の帯磁率を求めこれを χ_c とすれば

$$\chi_c = \frac{g}{K e^{-ab} \alpha} = \frac{g}{K e^{-ab}} \cdot \frac{1}{1 + 3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(b r_0)^{2n}}{(2n+1)(2n+3) \prod_{k=1}^n (2k)^2}} \dots \dots \dots (23)$$

2.2 粒子が立方体及び円錐の場合

以上は球形粒子の場合であるが比較のために同一磁界条件の下に置かれた球と同体積を有する寸法比 1 の立方体及び円錐に作用する磁力を求めてみる。この場合には一般的に粒子の断面積が一定の場合を考えればよい。第5図において立方体或いは円錐の鉱粒の断面積を A とする。 x 軸方向における鉱粒の中心を $x=a$ その x 軸方向の長さを l とし球の場合と同様 x 軸に直角な断面はどの部分も原点方向に等しい磁力を生ずるものとするれば粒子の体積素 dv に作用する力 dF_M は

$$dF_M = dv \cdot \rho \cdot \chi K e^{-bx} \dots \dots \dots (24)$$

ここで

$$dv = A dx \dots \dots \dots (25)$$

したがって式 (24) は

$$dF_M = A \rho \chi K e^{-bx} dx \dots \dots \dots (26)$$

これより粒子に作用する全磁力 F_M は

$$F_M = \int_a^{a+l} dF_M = \int_{x_1}^{x_2} e^{-bx} dx \dots \dots \dots (27)$$

これを解いて

第5図 断面積一定の鉱粒に作用する磁力

$$F_M = \frac{A\rho\chi K}{b}(e^{-bx_1} - e^{-bx_2}) \dots\dots\dots (28)$$

ここに

$$x_1 = a - \frac{l}{2}, \quad x_2 = a + \frac{l}{2} \dots\dots\dots (29)$$

まず始めに立方体の場合を考える。半径 r_0 の球と同体積の立方体の一边を c とすれば ($c=l$) c と r_0 との関係は

$$\frac{4}{3}\pi r_0^3 = c^3$$

から

$$c = r_0 \sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi} \dots\dots\dots (30)$$

したがって式 (29) の x_1, x_2 及び断面積 A は

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a - \frac{c}{2} = a - r_0 \sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}, \\ x_2 &= a + \frac{c}{2} = a + r_0 \sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}, \\ A &= c^2 = r_0^2 \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

したがってかかる立方体に作用する磁力 $F_{M.CU}$ は式 (28), (31) より

$$F_{M.CU} = \frac{1}{b} r_0^2 \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \rho \chi K \left\{ e^{-b(a - r_0 \sqrt[3]{\pi/6})} - e^{-b(a + r_0 \sqrt[3]{\pi/6})} \right\}$$

これを整理して

$$F_{M.CU} = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{r_0^2 \rho \chi K e^{-ab}}{b} \left(e^{br_0 \sqrt[3]{\pi/6}} - e^{-br_0 \sqrt[3]{\pi/6}} \right) \dots\dots\dots (32)$$

次に同体積の立方体と球とに作用する磁力の比 β_{CU} を求めると

$$\beta_{CU} = \frac{F_{M.CU}}{F_{M.SP}} = \frac{\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{r_0^2 \rho \chi K e^{-ab}}{b} \left(e^{br_0 \sqrt[3]{\pi/6}} - e^{-br_0 \sqrt[3]{\pi/6}} \right)}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 \rho \chi K e^{-ab} \alpha}$$

これを整理して

$$\beta_{CU} = \frac{1}{br_0 \alpha} \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} \left(e^{br_0 \sqrt[3]{\pi/6}} - e^{-br_0 \sqrt[3]{\pi/6}} \right) \dots\dots\dots (33)$$

次に球と同体積寸法比 1 の円盤の場合にはその断面半径を r とすれば x 軸方向の長さ $l=2r$ であるから球の半径 r_0 と r 及び l の関係は

$$\frac{4}{3}\pi r_0^3 = 2\pi r^3$$

から

j) 最近筆者の研究室においては特殊の目的で鉱粒の直径 2.2cm の中塊鉱を約 10,000Oe の強磁場にて選別する研究を行った (未発表) 以下の計算はその研究の一部をなすものであるが、最近行われている砂鉄等の選別に資するため合わせて 100 メッシュの鉱粒についても同時に計算を行った。

k) 表中鉱物の帯磁率は International Critical Table による。この値は A.F. Taggart の Hand Book of Mineral Dressing (1950) にも一部掲載されている。結晶軸方向により異なるものは最も大きい値を用いた。なお含チタン鉱物が強磁性が常磁性かについては、なお異論があるが、ここには現在までの研究に基づきチタン鉄鉱を強い常磁性として取扱ひ文献 (14) 所載の帯磁率 κ を用いた。Fe-SP の計算に当り $\rho=5.0$ とした。

$$r = r_0 \sqrt[3]{\frac{2}{3}}, \quad l = 2r = 2r_0 \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots (34)$$

したがって式 (29) の x_1, x_2 及び A は

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a - \frac{l}{2} = a - r_0 \sqrt[3]{\frac{2}{3}}, \\ x_2 &= a + \frac{l}{2} = a + r_0 \sqrt[3]{\frac{2}{3}}, \\ A &= \pi r^2 = \pi r_0^2 \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

これより球と同体積の円盤に作用する磁力 $F_{M.CY}$ は前と同じようにして

$$F_{M.CY} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{\pi r_0^2 \rho \chi K e^{-ab}}{b} \left(e^{br_0 \sqrt[3]{2/3}} - e^{-br_0 \sqrt[3]{2/3}} \right) \dots\dots\dots (36)$$

また球との比 β_{CY} は

$$\beta_{CY} = \frac{F_{M.CY}}{F_{M.SP}} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \frac{1}{br_0 \alpha} \left(e^{br_0 \sqrt[3]{2/3}} - e^{-br_0 \sqrt[3]{2/3}} \right) \dots\dots\dots (37)$$

β_{CU} 及び β_{CY} を二、三の例につき計算した結果は第 6 図に示す如くで第 4 図の α と同様の傾向を示している。

β_{CY} は β_{CU} よりも常に大きい。

第 6 図 r_0/a と β_{CY} および β_{CU} の関係

3. 常、反磁性鉱物から成る単体粒子に作用する磁力の計算

以上の関係を用いて鉱粒が常磁性及び反磁性鉱物から成る場合に粒子に作用する磁力を求めてみる。計算に使用した磁界条件は式 (5) の如くであり、¹⁾ 鉱粒の半径 $r_0=1.25\text{cm}$ 、及び 0.147mm (100mesh) の場合を粒子中心の位置 $a=2\text{cm}$ につき計算した。 α は第 2 図から $r_0=1.25\text{cm}$ の場合 $\alpha=1.0456$ とし、100mesh の場合には

第1表 鉬粒に作用する磁気力と重力及び吸引限界の磁場

鉍物名	帯磁率 χ	比重	r ₀ =1.25cm			100 ム ツ シ ュ			
			磁気力FM・SP dyne	< ≡ >	重力FG・SP dyne	磁気力FM・SP dyne	< ≡ >	重力FG・SP dyne	鉍粒吸引限界磁場 HOe
石方 緑黄 黄ル イル ジ 解 離 銅 鉄 チ メ ナ コ ル ル イ ン ト ン	-0.466×10 ⁻⁶	2.7	-56.9	<	21600	-11.0×10 ⁻⁶	<	4400×10 ⁻⁶	—
	-0.405×10 ⁻⁶	2.7	-49.4	<	21600	-9.61×10 ⁻⁶	<	—	—
	24.1×10 ⁻⁶	3.2	3500	<	25700	679×10 ⁻⁶	<	5220×10 ⁻⁶	3900
	0.85×10 ⁻⁶	4.3	165	<	34500	32.1×10 ⁻⁶	<	7010×10 ⁻⁶	68000
	0.98×10 ⁻⁶	4.9	217	<	39300	42.2×10 ⁻⁶	<	8000×10 ⁻⁶	64000
	2.09×10 ⁻⁶	4.2	397	<	33400	77.2×10 ⁻⁶	<	6840×10 ⁻⁶	44000
	κ=0.0015	5.0	67800	<	40100	13200×10 ⁻⁶	<	8150×10 ⁻⁶	3500
	0.732×10 ⁻⁶	4.7	165	<	37700	30.2×10 ⁻⁶	<	7660×10 ⁻⁶	73000

$\alpha=1$ とした。代表的常反磁性鉬物として石英、方解石、緑簾石、黄銅鉬、黄鉄鉬、ルチール、イルメナイト、ジルコに求めた結果を第1表に掲げる。表の最後の欄には石英、方解石の反磁性鉬物以外につき式(23)により求めた鉬粒吸引限界の磁界の強さを掲げた。ただしこの場合磁界の減衰はすべて式(5)'と同様 $b=-0.7566$ と仮定した。

4. 結 論

以上筆者は球形の鉬粒に作用する磁気吸引力を表わす式を理論的に導き、単体の常磁性及び反磁性鉬物に作用する磁力を具体的な例につき計算した。これら常、反磁性鉬物では χ を磁場により変化しない一定値として取扱えるために、強磁性鉬物の場合に比較して理論的な考え方が比較的容易である。いうまでもなく鉬物の磁性は極めて変化に富み、既往に得られている測定値もその測定者により異なつた値を示すが、このことは如何に純粋な試料が得難いかをよく物語っている。したがって実際には個々の試料につき磁性測定を行うことが望まれるが、ここでは最も標準的と思われる値により計算を行なつた。なお強磁性鉬物の場合鉬粒が球形か円筒形か或いは立方体かは反磁場係数との関連において論ずべき事柄で磁気吸引力に甚大な影響を及ぼすものであるが、この点

については次報に詳述することとし、常、反磁性の場合のみを取り扱つた。

本研究を遂行するに当り、終始御懇篤な御指導を賜つた大山教授、並びに有益な御助言を賜つた枝本教授、野邑教授、吉沢教授また御支援を頂いた玉手助教授、川島助教授に対し深く感謝の意を表する次第である。

引 用 文 献

- 1) C.G. Gunther: Electro-Magnetic Ore Separation, (1909)
- 2) S.J. Truscott: Text-Book of Ore Dressing, (1923)
C.G. Gunther, 及び S.J. Truscott は磁選機を強磁性鉬物用及び弱磁性鉬物用の二種類に分類している。
- 3) A.F. Taggart: Hand Book of Ore Dressing, (1927)
- 4) 本多光太郎: 英文物質の磁性 (1928)
- 5) 茅 誠司: 物理実験第7巻, (1940)
- 6) 鈴木康三九: 元素原料鉬物, (1941)
- 7) 藤田重明: 電気試験所研究報告, 488 (1947) p. 12
- 8) 茅 誠司: 強磁性, (1952)
- 9) T. Nagata: Rock-Magnetism, (1953)
- 10) R.M. Bozorth: Ferromagnetism, (1953)
- 11) 前出 9)
- 12) 前出 4)
- 13) International Critical Tables, VI. (1929)
- 14) A.F. Taggart: Handbook of Mineral Dressing (1950)
- 15) W.R. Crane: Trans. Am. Inst. Mining Engrs. 31 (1901), p. 405
- 16) E. Wilson: J. Inst. Elec. Engrs. 59 (1921), p. 319
- 17) C.W. Davis: Trans. Am. Inst. Mining Engrs. 112 (1934), p. 509
- 18) 前出 4)

寄 贈 図 書 (昭和31年3月)

誌 名	著訳者	頁	定価	発行日	出版社	寄贈者
非鉄製錬の基礎	小川芳樹	256	¥400	1952. 12. 10	産業図書KK	左に同じ
鉬山運搬計画	林大輔	230	350	30. 11. 30	日刊工業新聞社	〃
鉬山保安月報	鉬山保安局	175		30. 12	鉬山保安局	〃
JIS (選鉬および選炭の操業系統の表示方法)	日本規格協会	65	220	30. 11. 10	日本規格協会	〃