選炭歩留の図式計算法について*

正 会 員 宮 脇 猪 之 介**

Graphical Determination of the Yields in Coal Preparation

Inosuke MIYAWAKI

In coal preparation, the yields of the cleaned coal and the middling can be determined by the results of sink-float analyses of the feed and the products. Let a_i be the weight percent of a certain specific gravity fraction of the cleaned coal, b_i , c_i and d_i be the weight percent of the same specific gravity fraction of the middling, the waste and the feed, respectively. And let x , y and z be the ratios of the weights of the cleaned coal, middling and the waste to the feed, respectively.

Then

$$x + y + z = 1 \quad (1)$$

$$a_i x + b_i y + c_i z = d_i \quad (2)$$

Substituting (1) to (2)

$$(a_i - c_i)x + (b_i - c_i)y = d_i - c_i \quad (3)$$

Equation (3) contains the n relations corresponding to the number of heavy liquid used. When n is greater than 2, any value of x and y cannot satisfy all of the equation (3) in general.

CERCHAR proposed the graphical method in which x and y are represented by the punctual coordinates (x, y) . By this method, each of (3) corresponds to a straight line, and the probable values of x and y are determined by the coordinates of the center of the intersects of all straight lines.

The author proposes a new method in which x and y are represented by the coordinates of the straight line (x, y) . In this new method, each equation of (3) corresponds to a point, and the probable values of x and y can be determined by the straight line fit to all points.

1. 緒 論

選炭において、水洗の選別成績を調べ、選別作業を正しく管理するためには、給炭及び各産物に対して浮沈試験を行い、さらに各産物の重量割合を知ることが必要である。選別成績に関する検討はすべてこれ等の資料がなければ正しく行うことは出来ないであつて、現在よく用いられている Tromp 図表等も、これ等の資料を得てはじめて描くことが出来るのである。

しかし、各産物の重量を直接測定することは困難であるから、通常は浮沈試験の結果を利用して重量割合が計算される。

いま精炭・ミドリリング・硬及び給炭に対して浮沈試験を行った結果、一定の比重区分の重量%が、それぞれについて a_i , b_i , c_i 及び d_i であるとする。次に給炭の重量を単位にとり、精炭・ミドリリング及び硬の重量をそれぞれ x , y 及び z とする。そのような時はこれ等の諸量の間に次の関係が成り立たねばならない。

$$x + y + z = 1 \quad (1)$$

$$a_i x + b_i y + c_i z = d_i \quad (2)$$

浮沈試験における比重区分の数が n 個あれば (2) 式は $i=1, 2, \dots, n$ なる n 個の関係式を示す。したがって (1) 式と (2) 式の $n+1$ 個の方程式から、 x , y , z の値を求めることとなるのである。

$n+1 < 3$ の時には x , y , z は決定出来ず、 $n+1=3$ の時には x , y , z は一意的に決定されるが、通常は $n+1 > 3$ であり、この場合には一般に上の連立方程式のすべてを同時に満足させることは出来ないのである。この $n+1 > 3$ の場合 x , y , z を如何に選ぶかということが問題となるのである。条件式の中から3個を選びそれ等を満足させる解を求めるいわゆる選点法は、残りの $n-2$ 個の条件を無視するもので、到底信頼度の高い解は得られない。この選点法によれば、 x , y , z のいずれかが負と算出される場合さえ、しばしばおこることが古くから指摘されている。

これと同様の問題は選鉱・選炭に数多くあり、非常に重要な問題であるから、標準として用い得られる合理的でしかも簡易な方法が是非望まれるのである。

選鉱においては、古く Fry によつて $n+1=4$ の場合^{1,2)} についての図式解法が提案され、CERCHAR は Fry と

* 昭和31年4月12日受理

** 秋田大学鉱山学部助教授 鉱山学教室

類似の方法を用いて $n+1 \geq 4$ の場合に拡張し、選炭における歩留計算に用いている。

数値計算の方法としては、Paul の方法及び Grumbrecht の方法がある。後者はドイツにおいて“選炭標準の新表現様式に関する研究会”に提案されたもので、最少自乗法による数値解法である。最少自乗法の適用については、さらに一般的な問題として、筆者も取り扱った。

最少自乗法によれば、 x, y, z が一意的に求められ、しかもその精度が計算出来ることが大きな利点である。しかし計算に多大の時間と労力を要し、現場で簡易に行う事は困難である。

図式計算法は精度は劣るが、大抵の場合充分目的に沿う程度であり、労力が非常に少なく極めて簡明である。したがって最少自乗法を適用する場合でも、あらかじめ図式計算によつて近似解を求めておけば、数値計算の労力を減らすことが出来、結果の吟味にも役立つのである。

本報文において筆者は、直線座標による図式解法を採用すれば、従来の点座標による方法と比較して多大の利点があることを示す。

点座標による方法は、1つの条件式を1本の直線で表わし、条件式の個数に等しい直線群の交点の散らばり具合から、その中心を求める方法である。直線座標を用いれば、1つの条件式が1個の点で表わされ、条件式の個数に等しい個数の点に適合する様な直線を引くことによつて解が得られるのである。

2. 点座標による方法 (CERCHAR の方法)

条件式 (1) から z を求め、(2)式に代入すると次の式が得られる。

$$(a_i - c_i)x + (b_i - c_i)y = d_i - c_i \quad (3)$$

$i=1, 2, \dots, n$ 個の式

x, y の値を X-Y 平面の座標 (x, y)

で表わすと (3) 式は直線を表わす式

となる。したがって浮沈試験の比重区分の数に等しい n 個の直線を引くことが出来る。測定に誤差がなければこれ等の直線は1点で交わり、その交点の座標によつて x, y を求めることが出来るが、一般には1点で交わらない。2直線の交点の散らばりの中心を推定し、その座標によつて x, y を決めるのである。

第2表にこの方法による計算方式の例を示し、その結果を第1図に示す。 a_i, b_i, c_i 及び d_i は積算重量%を用いている。ドイツにおいては通常区分重量%を用い、フランスにおいては沈下物積算重量が用いられているようである。

第1表はこの例の基礎となる浮沈試験の成績表である。

第1図 点座標による歩留計算 (CERCHAR) の方法

第1表 浮沈試験結果

比重区分	重 量 (%)			
	精 炭	ミドリング	硬	給 炭
	a	b	c	d
-1.3	71.6	1.6	0.2	50.9
1.3-1.4	20.2	2.5	0.1	11.4
1.4-1.5	5.1	3.0	0.1	3.8
1.5-1.6	2.1	12.7	0.1	1.7
1.6-1.8	0.7	37.7	0.6	2.3
1.8-2.0	0.2	10.3	1.3	0.9
+2.0	0.1	32.2	97.6	29.0
計	100.0	100.0	100.0	100.0

これ等は Grumbrecht の報文から引用した。この例では、 y を消去し、(3) 式の代りに

$$(a_i - b_i)x + (c_i - b_i)z = d_i - b_i \quad (4)$$

とし、まず x, z の値を求めるのである。なお直線の記入にあたって、X-Z 軸上の截片の長さが、それぞれ $(d_i - b_i)/(a_i - b_i)$ 及び $(d_i - b_i)/(c_i - b_i)$ であることを利用している。

第2表 CERCHAR による歩留直線の計算

比重	沈下物重量%				途中の計算			横座標	縦座標
	精 炭	ミドリング	硬	給 炭	d-b	c-b	a-b	$\frac{e}{f} \cdot 100$	$\frac{e}{g} \cdot 100$
	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1.3	28.4	98.4	99.8	49.1	-49.3	1.4	-70.0	-3504	70.4
1.4	8.2	95.9	99.7	37.7	-58.2	3.8	-87.7	-1531	66.4
1.5	3.1	92.9	99.6	33.9	-59.0	6.7	-89.8	-871	65.7
1.6	1.0	80.2	99.5	32.2	-48.0	9.3	-79.2	-516	60.6
1.8	0.3	42.5	98.9	29.9	-12.6	56.4	-42.2	-22.3	29.9
2.0	0.1	32.2	97.6	29.0	-3.2	65.4	-32.1	-4.9	10.0

この方法の長所及び短所については Grumbrecht が指摘しているので言を要しないであろうが、第1図から明かなように交点の散らばりの中心を推定することは困難で、特に水平方向に確実に点を決定することは不可能に近いということを特に注意する必要がある。これは CERCHAR の方法について、必ずしも不可避の問題ではなく、 x, y, z のいずれかを消去するにあたって、適当な考慮が払われれば、ある程度は避けられるのである。しかし多数の交点の散らばりの中心を決定することは、直線座標を用いていくつかの点に適合する直線を求めるのに比べると、遙かに困難であると思われる。

3. 直線座標による方法

3.1 原 理

第2図に示すように定直線 OP に垂直に交わる2つの直線 OM, ON を引く。任意の直線 l が OM, PN とそれぞれ H, K で交わる時、

$$OH=x, \quad PK=y$$

とおく、ただし x, y は OP のいずれの側にあるかにしたがって正負の符号をもつものとする。このようにすれば直線 l が定まれば x, y が定まり、逆に x, y が与えられれば直線 l が定まる。すなわち直線 l を座標 (x, y) で表わすことが出来る。

いま直線座標 (x, y) が方程式

$$Ax + By = C \quad (5)$$

を満足するものとする。

次に OP を ξ 軸, OM を η 軸にとり, (ξ, η) を点座標と考える。OP の長さを δ とすれば, 2点 H $(0, x)$ 及び K (δ, y) を結ぶ直線 l の方程式は, 点座標を用いて

$$\frac{\eta - x}{\xi} = \frac{y - x}{\delta} \quad (6)$$

(5) と (6) から y と消去すると (7) が得られる。

$$[(A+B)\xi - B\delta]x + (B\delta\eta - \xi C) = 0 \quad (7)$$

x の値が変わると直線 (7) の位置は変わるけれども, この直線は x の値の如何にかかわらず2つの直線

$$(A+B)\xi - B\delta = 0, \quad B\delta\eta - \xi C = 0$$

の交点 R, すなわち

$$\xi = \frac{B\delta}{A+B}, \quad \eta = \frac{C}{A+B} \quad (8)$$

を過ぎる。逆に点 R を過ぎる直線がすべて (5) 式を満足する事も明らかである。

すなわち一次方程式 (5) は直線座標 (x, y) によれば1つの点で表わされる。

一次方程式 (5) に対応する点 R を作図するには (8) 式によつても, η を求めればよい。或いは OR 及び PR がそれぞれ PN 及び OM と交わる点を K' 及び H' とすれば

$$OH' = \frac{B}{A}, \quad PK' = \frac{C}{A}$$

となることを利用して, K', H' をまず求め, OK', PH' の交点として R を求めることも出来る。

さて, n 個の条件式 (3) に対応して n 個の点が求められる。balance の条件が満足され, かつ測定に誤差がなければ, これ等 n 個の点は一直線にあるが, 一般には一直線にのらない。 n 個の点に最もよく適合するような直線を引き, その座標によつて x, y が求められるので

* この正規方程式は Grumbrecht の方法より簡単になっている。なお, x, y, z の誤差, 測定の精度の吟味等についても Grumbrecht の所論は種々の問題点を含んでいる。これ等の諸問題については別の機会に述べる予定である。

ある。

3.2 計算例

第3表 I にこの方法による計算例を示す。これは第1表を用いて計算したものである。この例では直接 ξ, η を表示したが, 後に最小自乗法を適用して x, y, z の誤差, 測定の精度等について吟味するのであれば, $e=a-c, f=b-c, g=d-c$ 等の欄を設けておく方が便利である。そうして

$$\xi = f/(e+f) \quad (9)$$

$$\eta = g/(e+f)$$

とするのである。この e, f, g は正規方程式をつくる時, 係数の計算に利用されるからである。すなわち条件式 (3) が

$$e_i x + f_i y = g_i$$

となり, これから得られる正規方程式が

$$\begin{cases} [ee]x + [ef]y = [eg] \\ [ef]x + [ff]y = [fg] \end{cases} \quad (10)$$

となるのである。*

第3表 I を利用して図を描けば x, y の値が得られる。もちろん z は $z=1-x-y$ として求められる。第3図には, x, y を求める代りに y, z をまず求める図をも記入した。第3表 II を利用し, z 軸を x 軸に重ねたものである。通常は第3表 I を図示するだけで充分であるが, 併記すれば, 結果の吟味にも役立つのである。

このように同一の図面で検討の行えることも, 直線座標による方法の一つの利点である。点座標では図面が混雑し, 到底同一の図面でこの様な検討は行えないのである。

第3表 歩留直線の計算

I		II	
(x, y)		(z, y)	
横座標, ξ	縦座標, η	横座標, ξ	縦座標, η
$\frac{b-c}{a+b-2c} \cdot 100$	$\frac{d-c}{a+b-2c} \cdot 100$	$\frac{a-b}{2a-b-c} \cdot 100$	$\frac{a-d}{2a-b-c} \cdot 100$
1.9	69.7	49.5	14.6
10.7	50.3	46.8	23.3
36.7	46.9	29.6	18.3
86.3	11.0	123.3	-4.6
98.2	4.5	100.2	4.8
114.0	-5.1	90.1	6.2
40.2	42.2	24.8	22.3

a_i, b_i, c_i 及び d_i は任意の比重区分の重量%としたが, 任意の比重液で浮いた部分の積算重量%としても (3) の関係がなりたつ。第4図は積算重量%を用いて計算した結果を図示した。Grumbrecht は数多の計算を行つた経験から積算重量を用いて計算した方が, 誤差の

第3図 直線座標による歩留計算(1)(区分重量による)

バラツキが小さくなる事を見出している。最小自乗法を適用する場合には、積算重量%を用いることが推奨されるが、直線座標による図解法を用いる時には区分重量%を用いてもあまり支障はないようである。この方法では浮沈試験の不精密さの影響をあまり鋭敏にうけないし、作図した点に適合する直線を引くことが極めて容易であるからである。

3.3 歩留直線と測定点との関係

求められた歩留直線を (x_0, y_0) とする。任意の測定点を R とし、 R から縦軸に平行に引いた直線が (x_0, y_0) と交わる点を F とする。(第5図)

$\delta = OP = 1$ とすれば、直線 (x_0, y_0) は点座標 (ξ, η) を用いて次式で表わされる。

$$\eta - x_0 = \xi(y_0 - x_0) \quad (11)$$

したがって、 RF と OP との交点を M とすれば

$$FM = \frac{b-c}{a+b-2c}(y_0 - x_0) + x_0 \quad *$$

$$\therefore FR = FM - RM$$

$$\begin{aligned} &= \frac{b-c}{a+b-2c}(y_0 - x_0) - \frac{d-c}{a+b-2c} + x_0 \\ &= \frac{x_0(a-c) + y_0(b-c) - (d-c)}{a+b-2c} \end{aligned}$$

第5図 歩留直線と測定点との関係

$$z_0 = 1 - (x_0 + y_0)$$

を用いて

$$FR = \frac{ax_0 + by_0 + cz_0 - d}{a+b-2c} \quad (12)$$

(12) 式の分子は観測方程式の残差を表わす。このことは、各測定点に最もよく適合する様な直線 (x_0, y_0) を引くことが原理的に

第4図 直線座標による歩留計算(2)(積算重量による)

最小自乗法を基礎としていることを示すものである。

測定値の重みがすべて等しい場合には条件式(1)及び(2)式を満足し、かつ

$$\sum(a - \bar{a})^2 + \sum(b - \bar{b})^2 + \sum(c - \bar{c})^2 + \sum(d - \bar{d})^2$$

を最小ならしめる $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d}$ を求め、これ等をそれぞれ a, b, c, d の代りに用いて x, y, z を求めるのが最小自乗法の原理であるが、(1)(2)式の条件の時には d にのみ誤差が含まれているものとして x, y, z を求めても結果にvarietyがないのである。すなわち

$$\sum(ax + by + cz - d)^2$$

を最小ならしめ、かつ $x + y + z = 1$ なる関係を満足する x, y, z を求めればよいのである。

(12) 式の分子が残差を示すものであるから、 η 座標の重みが $a + b - 2c$ であることを考慮に入れて直線 (x_0, y_0) を引けば、最小自乗法による解と一致するわけである。

観測方程式(3)から任意の2個を選んで得られる x, y のすべての組合せを求め、それ等の平均から x, y の最確値を求める CERCHAR の方法は、その理論的根拠が薄弱であるが、上述の如く、直線座標による方法は最小自乗原理と密接なつながりを持っているのである。

3.4 区分重量と積算重量

a_i, b_i, c_i, d_i を区分重量%とすれば、積算重量%を用いる場合は、これ等の代りにそれぞれ $\sum_{i=1}^n a_i, \sum_{i=1}^n b_i, \sum_{i=1}^n c_i$ 及び $\sum_{i=1}^n d_i$ が用いられる。

$$a_i x_0 + b_i y_0 + c_i z_0 - d_i = \varepsilon_i$$

$$a_i + b_i - 2c_i = w_i$$

とおくと、積算重量%を用いた時の FR の値は

$$FR = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_i}{w_1 + w_2 + \dots + w_i} = \frac{\left(\frac{\varepsilon_1}{w_1}\right)w_1 + \left(\frac{\varepsilon_2}{w_2}\right)w_2 + \dots + \left(\frac{\varepsilon_i}{w_i}\right)w_i}{w_1 + w_2 + \dots + w_i} \quad (13)$$

* 本節では a_i, b_i, c_i, d_i の添字 i を省略する

となる。これは ε_i/w_i の $i=1$ から $i=i$ までの荷重平均を表わす。そうして (12) 式から明らかなように ε_i/w_i は区分重量%を用いた時の測定点と歩留直線とのくいちがいの大きさである。したがって w_i がすべて正なる範囲では積算重量%を用いた方が測定点のバラツキが小さくなるのである。浮沈試験の目的から考えて多くの比重区分において $a_i > c_i$, $b_i > c_i$ であるのが明らかであるから、 w_i は正となることが多く、したがって一般に積算重量%を用いた方が、測定点のバラツキが小さくなるのである。

以上の所論は条件式 (3) が成立することを前提とするが、水洗作業中石炭の破碎が行われ比重組成が幾分変化するため、(3) 式は厳密には成立しない。しかしこの石炭の破碎による影響は一般には無視しても差支えないものとされている。産物の重量が直接測定されている場合でも、条件式 (3) によって測定値の適合性を調べることは有意義であると考えられる。計算によつて合成原炭を求める方法がよく用いられているが、実際の原炭に関する測定値を全部放棄するわけであり、試料採取の精度や浮沈試験の精度が元来あまりよくないのであるから、誤った結論に導かれる危険が相当にあるものと考えられる。

(2)(3) 式はいわゆる weight balance 及び content balance の式で、選鉱・選炭の分離過程には常に伴う関係式であるから、直線座標による図解法の応用範囲は非常に広いものと考えられる。

4. 総 括

浮沈試験の結果から、選炭による各産物の重量比を求めるための図解法について述べた。

a : 精炭中における或る比重区分の重量%

b : ミドリング中における或る比重区分の重量%
 c : 硬中における或る比重区分の重量%
 d : 原炭中における或る比重区分の占める重量%
 x : 精炭の歩留%
 y : ミドリングの歩留%
 z : 硬の歩留%

とする時

$$\xi = \frac{b-c}{a+b-2c} \cdot 100, \quad \eta = \frac{d-c}{a+b-2c} \cdot 100$$

として、 η を直交座標で作図すると、各点はほぼ一直線上にある。各点に最もよく適合するような直線を描けば、それが η 軸を截る時の截片の長さが x を表わす。またその直線と、直線 $\xi=100$ との交点の η 座標が y を表わす。

これは直線座標の原理を用いたもので、従来の点座標による方法と比較すれば、多大の利点がある。

なお、直線座標による図解法と最小自乗原理との関係についても略述した。

終りに、本稿作成に当り種々御指導を頂いた横山教授に深く感謝する。また原稿の校閲を賜つた東大、今泉助教授にも深甚の謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) Fry: E. M. J. Vol. 114 (1922) 493.
- 2) Taggart: Handbook of Mineral Dressing (1945) 19-194.
- 3) Paul, H: Glückauf, Jahrg. 74 (1938) 277.
- 4) Grumbrecht, H: Glückauf, Jahrg. 88 (1952) 957. 日本語版, 第1巻 13号 668.
- 5) 宮路路之介: 秋田大地研報告, 12号 (1954) 25. 13号 (1955) 49.
- 6) 森口繁一訳: デーミング, 推計学によるデータのみまめ方 (1950) 99, 171.
- 7) 同上: p. 169.
- 8) Yancey, H. F. and Geer, M. R.: Min. Eng. June 1951. p. 507. Discussion, Nov. 1951. p. 999.

ハンガリーの Berente 中央選炭工場

ハンガリー最大といわれる処理能力 16,000t/日の選炭工場が、同国西北部 Berente 褐炭炭田の中心地 Kazincbarcika に建設された。下図はその外観である。

原炭は周辺の諸炭鉱から、大部分は鉄道で一部は空中索道で工場に運び込まれる。鉄道貨車で来た原炭は

30 t 車 2 台を同時に 50° だけ傾けるエンド・チャップラ (右図) 5 台によつてコンベヤに移され、直ちにフルイ分け工場に送られる。空中索道の方は直接、選炭工場の最上部に到着する。なお空中索道の帰路はボタの廃棄に利用されている。

原炭はすべて選炭前にフルイ分けられる。工場内には破碎 2 系統と選炭 4 系統が設備されている。精炭はボンを経て貨車に積込まれるが、粉化防止のために積込コンベヤには張出し棒 (boom) がついている。

秤量はレールの間に設けられた台秤で行う。精炭の仕向先は付近の重工業で、特に Kazincbarcika コークス工場、火力発電所および化学工場コンバインが主な消費者である。

なお、近代的な設備のよい試験室があつて、炭質の検査などを行つてゐる。

Coal Preparation in Hungary. (Colliery Engineering, May 1956, 201-232) より。 (今泉)