石炭の流体輸送に関する研究* (第2報)

——不規則形状体の浮遊速度ならびに上昇速度について——

正 会 員 川 島 俊 夫**

Study on Hydraulic Transportation of Coal (2nd Report)

—— Floating Velocity and Rising Velocity of Irregularly Shaped Material in Vertical Pipe ——

Toshio KAWASHIMA

In this study, the author considered the floating velocity (or settling velocity) and the rising velocity of a irregularly shaped material in the vertical pipe by using the various coals.

From the results of this study, the following conclusions were obtained.

- (1) The floating velocity v_f was expressed theoretically as

$$v_f = c_a \cdot v_{fs}$$

$$c_a = \frac{c_0 \cdot f\left(\frac{d_e}{D}\right)}{c_f \cdot \sqrt[4]{\frac{l}{d_e}}}$$

- (2) In the case of the coal $c_D \cdot f\left(\frac{d_e}{D}\right)$ was obtained as follows,

$$c_D \cdot f\left(\frac{d_e}{D}\right) = 1.18 \left(1 - \frac{d_e}{D}\right)$$

- (3) It was ascertained that the solid materials of ordinary irregularity in shape such as coal had the floating velocity of about 0.6~0.8 times that of the sphere of the same volume.

- (4) The rising velocity v_c was expressed theoretically as

$$v_c = c_{w'}(v_w - v_f).$$

- (5) From the experiments $c_{w'}$ was expressed as

$$c_{w'} = c^{0.642}(v_w/v_f - 1)$$

with the error $\pm 5\%$ in the various coals.

- (6) From the theoretical consideration the velocity coefficient $c_{w'}$ was obtained as

$$c_{w'} = \frac{K}{\sqrt{c_D + 2\lambda\zeta'}}$$

where above each notation is as follows,

v_{fs} =floating velocity of a sphere of the same volume

c_a =calibration coefficient

c_f =coefficient of the floating velocity of a sphere

l =maximum length of the material

d_e =equivalent diameter of the material

D =diameter of the pipe

$c_D \cdot f\left(\frac{d_e}{D}\right)$ =the coefficient and the function determined from the experiments

v_w =velocity of water

$c_{w'}$ =velocity coefficient

K, ζ' =constants determined from the size and the shape of coal.

- (7) The more the increase of the velocity of water v_w the less the drag coefficient c_D and the apparent frictional coefficient λ , therefore the coefficient of the velocity $c_{w'}$ was not constant and increased.

This was the reason that the $c_{w'}$ was expressed as the above experimental equation.

* 昭和32年1月21日受理 ** 東北大学助教授 鉱山工学科

*** 吉沢幸雄・川島俊夫：日鉱誌 第73巻 823号 昭和32年1月15~20頁

1. 序 言

本研究に関する第1報***においては、単一の球体試料が上昇水流にある場合、その平衡方程式より出発して理論的に浮遊速度を求め、これを実験により確め、また上昇速度を求める基礎微分方程式を誘導した*。

本報告においては、一般の不規則な形状を有する石炭試料について、浮遊速度ならびに上昇速度を求むる実験を行い、これに対して理論的考察を加味し、球体の場合の関連性を与えて、一般の場合の単体に対する浮遊速度および上昇速度を求める基本式を導き得たものである。

このような場合における浮遊速度については、球体の場合の $\frac{1}{2} \sim \frac{1}{3}$ なる値をとるものと述べられている文献もみられるが**、筆者は以上の考察の結果、流体輸送の際に考えられる通常の大きさに対しては、球体の場合の値の0.6~0.8なる値をとることを確めたものである。

また上昇速度については、流体の流速と浮遊速度との差で表わされる直線的な関係ではなく、流速が大になればなる程、指数関数的に増加することを実験により確かめ、かつ理論的考察によりこれを裏付けたものである。

2. 浮遊速度に関する実験

2.1 実験結果

実験方法は第1報に示す装置をそのまま使用し、試料としては形状の異なる石炭を種々用いた。この比重は前と同じく、各種比重を有する塩化亜鉛の水溶液を用いて求めた。

なお不規則な形状を表わすにはいろいろの表わし方が考えられるが、ここでは後述の理由により、試料の最大長を示す箇所の長さを l とし、また本試料と同体積を有する球体の直径を d_e とし、 l/d_e なる細長比をもつて目安とした。

第1表及び第2表は使用した試料の比重 ρ 、直径比 d_e/D 、細長比 l/d_e および実測された浮遊速度 v_f 等を示すものである。

実測された浮遊速度 v_f cm/sを直径比 d_e/D に対して図示すると第1図のようになり、 l/d_e の大なるものがやや低目に現われていることがわかる。

つぎに本実験で確められた抗

* 前出18頁(22i)式が求むる方程式である

** R. C. Worster: I. Mech. E. Meeting, Mar 1955 前刷6頁

*** 吉沢幸雄・川島俊夫：前出第1報18頁

第1表 石炭試料

試料番号	比重	最大長	等価直径	細長比	直径比	浮遊速度	補正係数
No.	ρ	l mm	d_e mm	l/d_e	d_e/D	V_f cm/s	c_a
1	1.345	6.97	5.14	1.355	0.229	12.66	0.785
2	1.345	7.14	5.66	1.261	0.252	13.26	0.789
3	1.330	8.60	6.04	1.424	0.269	12.39	0.728
4	1.345	8.24	6.24	1.327	0.278	13.48	0.762
5	1.340	8.53	6.32	1.350	0.282	13.80	0.782
6	1.360	10.50	7.68	1.367	0.343	13.39	0.684
7	1.345	12.24	8.14	1.503	0.363	12.95	0.664
8	1.320	11.18	8.44	1.325	0.377	13.61	0.718
9	1.380	13.20	9.44	1.398	0.421	13.60	0.640
10	1.330	13.62	10.04	1.357	0.448	12.37	0.619
11	1.330	15.38	10.86	1.416	0.484	12.54	0.626
12	1.385	15.36	11.24	1.366	0.501	12.14	0.562
13	1.350	19.88	13.68	1.452	0.610	9.95	0.511
14	1.335	20.89	14.78	1.413	0.659	8.67	0.486

第2表 ベークライト試料 (比重 $\rho=1.34$)

試料番号	最大長	等価直径	細長比	直径比	浮遊速度	補正係数	備考
試番							
1	4.90	6.80	0.722	0.304	13.39	0.683	直方体
2	9.72	7.72	1.258	0.345	12.22	0.596	同上
3	14.92	8.94	1.669	0.399	10.59	0.493	同上
4	4.37	5.72	0.869	0.255	14.85	0.809	円筒形
5	10.29	7.26	1.415	0.325	16.30	0.812	同上
6	15.00	8.26	1.875	0.369	15.14	0.722	同上
7	10.09	11.28	0.895	0.503	16.50	0.741	同上
8	14.99	13.08	1.145	0.584	15.89	0.725	同上
9	15.18	17.18	0.884	0.767	11.03	0.648	同上

力係数 $c_D=0.60$ 、見掛けの摩擦係数 $\lambda=0.08$ を用いると球体の場合の浮遊速度 v_{fs} は

$$v_{fs} = c_f \sqrt{\frac{4gd_e(\rho-1)}{3}} \quad \text{..... cm/s} \quad (1)$$

であり、式中 c_f は

$$c_f = \sqrt{\frac{1-(d_e/D)^2}{c_D+2\lambda\zeta}} \quad \text{.....} \quad (2)$$

として求められるゆえ***、各試料と同体積を有する球体の浮遊速度を v_{fs} と求められた実験値との比、すなわち

$$c_a = \frac{v_f}{v_{fs}} \quad \text{.....} \quad (3)$$

が得られる。よつてこれを d_e/D に対して図示すると第2図のようになり、第1図の場合と同じく、 l/d_e の大なるものが低目にでていることが知られる。

すなわちこの補正係数 c_a が如何なる意味を有するものかわかれれば理論的に一般の形状を有する試料の浮遊速度も求められる。

2.2 理論的考察

2.2.1 補正係数 c_a の誘導：——一般の形状を有す

第1図

第2図

る試料の運動方程式は、第1報で得られた球体の場合と対比させて考えるとつぎのようにおくことができる。すなわち

$$\frac{\gamma_c \cdot V}{g} \cdot \frac{dv_c}{dt} = \frac{scD\gamma_w(v_{wm}-v_c)^2}{2g} - V(\gamma_c - \gamma_w) + 2\lambda\zeta' \frac{s\gamma_w(v_{wm}-v_c)^2}{2g} \dots\dots \text{kg}\dots(4)$$

となり、ここに

V = 試料の体積 cm^3

s = 試料の流れに対する最大投影面積 cm^2

ζ' = 不規則形状体の大きさと管径との間の影響を示すある係数*

をそれぞれ表わし、その他の記号は第1報の場合と同じである。

よつていま

$$v_{wm} = c_w'' \cdot v_w^{**}$$

とおき、 $v_c = 0$ となるとき v_w を v_f とすれば、(4)式から v_f として次のものが求められる。

$$v_f = \frac{1}{c_w'' \sqrt{c_D + 2\lambda\zeta'}} \sqrt{\frac{2gV(\rho-1)}{s}} \dots \text{cm/s} \dots(5)$$

よつて

$$c' = \frac{1}{c_w'' \sqrt{c_D + 2\lambda\zeta'}} \dots\dots\dots(6)$$

とおけば、(5)式は一般に

$$v_f = c' \sqrt{\frac{2gV(\rho-1)}{s}} \dots\dots\dots \text{cm/s} \dots(5')$$

となる。

しかしいま試料と同体積の球体を考え、これを

$$V = V_e = \frac{\pi}{6} d_e^3$$

とおけば、(5')式の s に相当する s_e は

$$s_e = \frac{\pi}{4} d_e^2$$

となるから、この球体の浮遊速度 v_{fs} は

$$v_{fs} = c_f \sqrt{\frac{2gV_e(\rho-1)}{s_e}}$$

となり、両者の比 c_a は

$$c_a = \frac{v_f}{v_{fs}} = \frac{c'}{c_f} \cdot \sqrt{\frac{s_e}{s}} \dots\dots\dots(7)$$

となる。

すなわち c' および s/s_e がわかれば c_a したがって v_f が計算によつて求められる。

2.2.2 面積比 s/s_e について：——不規則形状体の最大面積 s は一般には求め難いゆえ、いまつぎの2つの代表的な形状について考察し、計測の可能な他の値でおきかえ得るか否かを検討する。

* 球体の場合は $\zeta' = \zeta$ となり、第1報18頁(25)式で与えられる

** 球体の場合は理論的に $c_w'' = c_w = 1/\sqrt{1-(\frac{d_e}{D})^2}$ となる

(1) 円筒体 円筒体の直径、高さをそれぞれ d , l とすれば、

$$s = d \cdot l$$

であり、同体積の球を考えれば

$$\frac{\pi}{4} d^2 \cdot l = \frac{\pi}{6} d_e^3$$

より

$$d = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{d_e^3}{l}}$$

となり、 s は上の関係から

$$s = \sqrt{\frac{2d_e^3 \cdot l}{3}}$$

となる。

よつて面積比 s/s_e は

$$\frac{s}{s_e} = \sqrt{\frac{32}{3\pi^2} \cdot \frac{l}{d_e}} \cong 1.08 \sqrt{\frac{l}{d_e}} \dots\dots\dots(i)$$

と求められる。

(2) 直方体 一辺の長さ a , 最大長を l とすれば

$$s = a \cdot l$$

であり、同体積の球を考えれば

$$a^2 \cdot l = \frac{\pi}{6} d_e^3$$

より

$$a = \sqrt{\frac{\pi d_e^3}{6 \cdot l}}$$

となり、 s は上の関係から

$$s = \sqrt{\frac{\pi d_e^3 l}{6}}$$

となる。

よつて面積比 s/s_e は

$$\frac{s}{s_e} = \sqrt{\frac{8 \cdot l}{3\pi d_e}} \cong 0.85 \sqrt{\frac{l}{d_e}} \dots\dots\dots(ii)$$

と求められる。

すなわち、上の考え方が最大面積を表わすかぎりにおいては、計測可能な細長比 l/d_e で示されることが想像でき、一般の試料も多少の誤差は考えられても一応この細長比をもつて示すことにする。

2.2.3 補正係数 c_a の決定：——よつて一般に

$$\frac{s}{s_e} = c'' \sqrt{\frac{l}{d_e}} \dots\dots\dots(8)$$

とおけば、(7)式にこれを代入して

$$c_a = \frac{c}{c_f \sqrt{\frac{l}{d_e}}} \dots\dots\dots(9)$$

が得られ、これが求める一般式となる。

しかし本式において c は一般に不明であるが、実験によつて c_a が求められるゆえ上式より逆に

$$c = c_f \cdot \sqrt{\frac{l}{d_e} \left(\frac{v_f}{v_{fs}} \right)} \dots\dots\dots(10)$$

として c を計算し、これに何等かの関係をつけ得れば、(9) 式によつて c_a が決定されることになる。いまの場合、 c を計算し d_e/D に対して図示すると第3図のような関係になり、 d_e/D の増加に対して直線的に減少することが知られる。よつていま誤差を $\pm 5\%$ 以内に抑えれば、

$$c = 1.18 \left(1 - \frac{d_e}{D} \right) \quad \dots\dots\dots (11)$$

となるから、(9) 式はこの場合

$$c_a = \frac{1.18 \left(1 - \frac{d_e}{D} \right)}{c_f \sqrt[4]{\frac{l}{d_e}}} \quad \dots\dots\dots (9')$$

と得られることになる。

もちろん他の場合も同じように実験により c を決めるべきであり、いま参考のために比重 $\rho = 1.34$ を有するベークライトの直方体および円錐体を各種 l/d_e 、および d_e/D を有する供試体として用い、実験を行い、 c を求めるならば第3図のそれぞれの場合のようになり、石炭試料の場合には直方体にやや近い c を有することが知られ、このような考え方の妥当性を示しているものと思われる。

2.3 浮遊速度に関する数値計算

さきに求められた $c_D = 0.60$ 、 $\lambda = 0.08$ なる値を用いると各 d_e/D に対して c_f が求められるゆえ、 v_{fs} は計算される。また (9') 式によると l/d_e の異なる値に対して c_a が求められるゆえ、 v_f も計算できることになる。この v_f の計算値は第1図に、また c_a は第2図にそれぞれ実線で示され、両者とも実験結果とよく一致し、かつ l/d_e の大小による傾向もよく現われていることが知られる。

しかして流体輸送の場合を考えれば、 d_e/D の最大値

は $0.3 \sim 0.4$ の値とみてさしつかえなく、したがつて球体を考えた場合の補正係数としては $c_a = 0.6 \sim 0.8$ とみることができる。

なお実際の場合を考え、パイプ内径 D が変化した場合浮遊速度が如何に変化するかをみるため、 $c_D = 0.60$ 、 $\lambda = 0.08$ $\rho = 1.40$ として

$$v_{fs} = c_f \sqrt{\frac{d_e}{D}} \cdot \sqrt{\frac{490(\rho - 1)}{3}} \quad \text{cm/s}$$

および

$$v_f = \frac{1.18 \left(1 - \frac{d_e}{D} \right)}{c_f \sqrt[4]{\frac{l}{d_e}}} \cdot v_{fs} \quad \text{cm/s}$$

よりそれぞれ計算し、図示すると第4図および第5図が得られ、以上の諸関係が明らかにされる。

以上の諸考察の結果より一般の不規則形状体の浮遊速度に関し、計算図表を作るならば第6図のようになり、一目して線図の示す所にしたいが求むる値の概算値が得られる。すなわち本計算図表は次のような順序により求められたものである。

(1) 不規則形状を有する石炭試料1箇の重量 W_g 、および比重 ρ (比重量 γ_e g/cm³) が与えられれば、等価直径 d_e (cm) および浮遊速度 v_{fo}^* (cm/s) が求められる。

(2) パイプ内径 D (cm) がわかれば直径比 d_e/D が知られる。

(3) 抗力係数 c_D および見掛けの摩擦係数 λ がわかれば浮遊速度係数 c_f がわかり、これより球体場合の浮遊速度 v_{fs} は

$$v_{fs} = c_f \cdot v_{fo}$$

により計算で求められる。

(4) 細長比 l/d_e を知ることにより係数 c^{**} がわかり

左 第3図
中 第4図
右 第5図

第 6 図

したがって浮遊速度 v_f が求められる。

なお同図には $\rho=1.40$, $W=100$ g, $l=6.24$, $D=8''$ の場合の使用例が示してある。

3. 上昇速度に関する実験

3.1 実験結果

浮遊速度を求める際に用いた石炭試料をそのまま上昇速度を測定する場合にも用い、水の上昇速度 v_w に対して試料の上昇速度 v_c を図示した 2, 3 の例が第 7 図である。

これをみれば v_c は v_w に対して加速的に増大していくことがわかり、球体の場合に理論的に得られる v_c すなわち

$$v_c = c_w'(v_w - v_{fs}) \dots \dots \dots (12)$$

より高く得られる。第 7 図の破線が本式により計算されたものでこれは実験結果の曲線に対しほぼ接線をなくしている。

3.2 理論的考察および数値計算例

不規則形状体の場合も (12) 式と同じように

$$v_c = c_w'(v_w - v_f) \dots \dots \dots \text{cm/s} \dots \dots (13)$$

とおけば、この c_w' は一定値を有せず v_w の増加とともに増大することが第 7 図より知られるゆえ、いま v_w/v_f

$$* V_{fs} = c_f \cdot \sqrt{\frac{4gd_0(\rho-1)}{3}} \text{ において } c_f = 1.0 \text{ すなわち}$$

$$v_{f0} = \sqrt{\frac{4gd_0(\rho-1)}{3}} \text{ を示すものである。}$$

$$** v_f = c_a \cdot v_{fs} = \frac{c_D \left(1 - \frac{d_n}{D}\right)}{c_f \cdot \sqrt{\frac{l}{d_n}}} \cdot v_{f0} \cdot c_f = \frac{c_D \left(1 - \frac{d_n}{D}\right)}{\sqrt{\frac{l}{d_n}}} \cdot v_{f0} = c \cdot v_f$$

により c が与えられる。

に対して c_w' を実験結果より計算し図示すれば第 8 図のようになり、試料の大きさ、形状にかかわらずある関数関係にあることが知られる。

よつていまこの関係を $\pm 5\%$ 以内の誤差内に抑えれば $v_w/v_f = 1.0$ なるとき $c_w' = 1.0$ なることを考えると

$$c_w' = e^{0.642(v_w/v_f - 1)}$$

なる実験式で与えられることがわかる。同図の曲線はすなわち (14) 式を示すものである。

よつて本式を (13) 式に代入すれば求むる上昇速度 v_c は実験結果より一般に

$$v_c = e^{0.642\left(\frac{v_w}{v_f} - 1\right)} (v_w - v_f) \dots \text{cm/s} \dots \dots \dots (15)$$

なる形で与えられることになる。

しかし前に示した一般の基礎運動方程式において、

$$v_{wm} = c_w'' \cdot v_w \dots \dots \dots (16)$$

なる関係を用いれば

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{s(c_D + 2\lambda\zeta')(c_w''v_w - v_c)^2}{2V\rho} - \frac{g(\rho-1)}{\rho}$$

となる。よつてさらに求められた

$$v_f = \frac{1}{c_w'' \sqrt{c_D + 2\lambda\zeta'}} \sqrt{\frac{2gV(\rho-1)}{s}} \text{ cm/s}$$

なる値を上式に代入すれば

$$\frac{dv_c}{dt} = \left\{ \frac{\left(v_w - \frac{v_c}{c_w''}\right)^2}{v_f^2} - 1 \right\} \frac{g(\rho-1)}{\rho} \dots \dots \dots (17)$$

となる。本式において $t=0$ なるとき $v_c=0$ なる条件を用いれば

$$v_c = c_w'' v_w \left\{ 1 - \left(\frac{v_f}{v_w}\right) \left(\frac{v_w+1}{v_f} + \left(\frac{v_w-1}{v_f}\right) e^{-\frac{2g(\rho-1)}{c_w'' v_f \rho} t} \right) \right. \\ \left. - \left(\frac{v_f}{v_w}\right) \left(\frac{v_w+1}{v_f} - \left(\frac{v_w-1}{v_f}\right) e^{-\frac{2g(\rho-1)}{c_w'' v_f \rho} t} \right) \right\} \dots \dots \dots (18)$$

第 7 図

第 8 図

が得られる。しかし本式においても極めて短時間に定常状態になることが数値計算の結果確かめられるゆえ、 $t \rightarrow \infty$ にすれば

$$v_c = c_w''(v_{w0} - v_f) \quad \text{cm/s}$$

となり、 $c_w' = c_w''$ であることがわかり(13)式と同じ結果が得られる。すなわち一般の場合における速度係数 c_w' は(16)式で与えられる関係の内容と同一のものを示しているわけである。そして前に得られたように

$$c' = \frac{1}{c_w'' \sqrt{c_D + 2\lambda \zeta'}} = c_a \cdot c_f \sqrt{\frac{s}{s_e}}$$

なる関係があるゆえ c_w' は次のようになる。すなわち

$$c_w' = \frac{1}{c_a c_f \sqrt{c_D + 2\lambda \zeta'} \sqrt{\frac{s}{s_e}}} = \frac{c'}{c_a c_f \sqrt{c_D + 2\lambda \zeta'} \sqrt{\frac{l}{d_e}}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。これが c_w' のもつ内容であり、かつ試料の大きさおよび形状が決れば、 c_a , c_f , l , d_e および ζ' は一定とみなし得るから(19)式はさらに

$$c_w' = \frac{K}{\sqrt{c_D + 2\lambda \zeta'}} \quad \dots\dots\dots (19')$$

とおくことができる。ここに K は定数である。

すなわち、浮遊速度を考える場合は一定試料に対しては c_D , λ および ζ' が一定であると考えられるが、上昇速度に関しては v_{w0} の増加とともに c_D および λ が減少

第 3 表

直 径 比	d_e/D	0.2	0.3
浮遊速度係数	c_f	1.058	1.048
球の浮遊速度	v_f cm/s	14.92	18.11
細 長 比	l/d_e	1.2	1.8
補 正 係 数	c_a	0.852	0.770
浮 遊 速 度	v_f cm/s	12.73	11.50
		13.65	12.34

* 本実験に用いたガラス管の内径を示す

第 9 図

つ v_c は v_{w0} に対して第9図のように得られる。第9図をみても v_c は v_{w0} に対して直線関係になく、加速的に増加していくことが明らかである。

4. 結 言

不規則形状を有する一般の石炭試料を用いて、浮遊速度ならびに上昇速度を測定し、かつ理論的考察を行った結果、次のことが結論される。

(1) 試料と同体積の球体の浮遊速度を知ることにより、補正係数を用いて一般形状の浮遊速度を求めることができ、かつこの値は前者の約 0.6~0.8 である。

(2) 浮遊速度に関する補正係数は試料の直径比および細長比を知ることにより計算によりその値がわかり、かつこの値は両者いずれも増加すれば減少するものである。

(3) 浮遊速度を計算する諸式を用い、試料の重量、比重およびパイプの内径がわかれば直ちに浮遊速度がわかる計算図表を作ることができた。

(4) 一般の形状を有する試料の上昇速度は水の速度の増加にしたがつて指数関数的に増加する傾向のあることが確かめられた。

(5) 上記の理由は水の速度の増加にともなつて、抗力係数ならびに見掛けの摩擦係数の減少に由来することが理論的に確かめられた。

本研究を行うに当つて絶えず御指導御鞭撻を賜つた本学吉沢幸雄教授に深い感謝の意を表する次第である。

また直接実験に手伝を頂いた戸屋真一郎、一倉康洋、鈴木智の諸工学士にも併せて謝意を表する。

なお本研究の一部は昭和31年度文部省自然科学研究費によつて行つたものであることを付記する。