鋼索に生ずる最大曲げ応力について*

正 会 員 会 田 俊 夫**
正 会 員 佐 藤 進***

On the Maximum Bending Stress of Wire Ropes

Toshio AIDA and Susumu SATO

We have measured by the bending test the bending stress of wire ropes, which has now been discussed for about a century. As the results of the experiment, we have concluded following:

- 1) Not only each wire in a wire rope slips along each other, but also the section of the rope is deformed in accordance with its bending.
- 2) The value of bending stress is not the same at different parts of the section of the rope, but it shows variation at each part of the section. The variation seems to be caused by the separation and deformation of the section.
- 3) We have found that the value of bending stress hitherto measured and considered the maximum is not the largest, but rather the minimum or one of the smallest values.
- 4) The modulus of elasticity for bending stress E_b amount to nearly 20,000kg/mm² for maximum bending stress in our experiment.

Our conclusion is that we should adopt $E_b=20,000\text{kg/mm}^2$ instead of $E_b=10,000\text{kg/mm}^2$, which is adopted in the regulation for safety of mining in our country.

1. 緒 言

鋼索を曲げたときに鋼索素線にどのような応力が生ずるかという問題は、鋼索の寿命のみならず鋼索の安全率を規定する際にも直接関係するので、古くより種々論議されてきた。

すなわちまず1861年に Reuleaux は鋼索の曲げ応力に関して

$$\sigma_b = E \frac{d}{D} \dots\dots\dots (1)$$

σ_b : 曲げ応力, E : 素線の弾性率

D : シープ径, d : 素線径

という式を提唱した。

ところが Bach とその協力者¹⁾は1881年から1924年にかけてこの式に根拠強く反対し“修正係数 $\frac{1}{2}$ ”をかけた。この値は十分な理論的根拠がなかったにもかかわらず、ほとんどすべての便覧ばかりか巻索に関する法規にまで採用されるに至ったので1915年に Benoit²⁾が詳細に指摘しているように鋼索計算に不正確性と混乱がもたらされたのである。

その後 Hrabák³⁾, Isaachsen⁴⁾, Bock⁵⁾がこの分野に

おける理論的研究に貢献し、Reuleaux の式において E の代りに $E \cos^2 \omega_r \cdot \cos^2 \omega_s$ (ω_r : ロープ撚り角, ω_s : ストランド撚り角) とおくべきことを提案した(以下鋼索の曲げ応力に対するこの係数を、素線の弾性率 E と区別して鋼索の曲げ応力弾性率と呼び、 E_b にて表わすこととする)。

一方実験的研究としては Benoit とその協力者 Woernle の行った鋼索の曲げ疲労試験結果がある。この2人の研究者は1915年彼等の詳細な実験結果より、鋼索素線の曲げ応力は Reuleaux の方程式に相應するものより小さくなく、かえって大きいことを発表した。その後も Woernle⁶⁾の指導下のドイツ鋼索委員会によって(1929年)、また Scoble⁷⁾の指導下のイギリス鋼索委員会によつて、種々の方法で多くの曲げ疲労試験が実施された。しかしこの実験では素線に作用する主な応力を決定するに至らなかった。

わが国における研究としては理論的方面では1951年の池田博士、上野⁸⁾の撚線ばねより出発した理論式がある。この結果は大体 $E_b=20,000\text{kg/mm}^2$ とおくべきことを示している。

実験的研究も水田博士⁹⁾をはじめ小川博士¹⁰⁾、その他によつて行われたが、鋼索の曲げ疲労試験においては引張り、曲げ応力以外に振り、接触応力あるいは製作時の

* 昭和35年6月14日受理

** 工博 京都大学教授 鉱山学教室

*** 工博 京都大学助手 鉱山学教室

残留応力等複雑な応力をうけるので、曲げ応力の影響だけを導きだしその値を確定することには困難があつたようである。しかし水田博士の実験結果で $E_b \approx E$ という結果が推定されていることは注目すべきである。

このようにわが国においても $E_b \approx E$ という見解がかなり有力でありながら、なお明瞭に直接的に曲げ応力の測定結果より E_b の値を決定することができていないため $E_b = 10,000 \text{ kg/mm}^2$ という値が現在まだ使用されているのである。しかるに近年になつて局部応力を測定するに便利な電気抵抗線ヒズミ計が急速に発達したので、筆者らはとくに小寸法のヒズミ計（たとえば長さ 4mm、巾 0.7mm）を用いて鋼索の曲げ応力の直接測定を試み（1953年～1959年）、この結果 6×7 鋼索で $E_b = 10,000 \sim 16,000 \text{ kg/mm}^2$ の値を得た¹¹⁾。同様な実験が Wyss¹²⁾ によつて Huggenberger ヒズミ計（ケージ長 10mm）を用いて行われたが、張力作用下の横荷重による曲げ試験では筆者らと同様の値が得られたようである。

この値は筆者らにとつて予期したものより小さいものであつた。なぜなら素線相互の摩擦を無視して誘導した理論値 $E_b = E \cos^2 \omega_r \cdot \cos^2 \omega_s$ ¹³⁾ よりも実際の場合には素線相互の摩擦の作用によつて大きくなければならないが、 $E_b \approx E$ あるいは $E_b > E$ となることもあると考えられるからである。一方ヒズミ計の寸法と素線の寸法、曲率等の関係より測定結果がある範囲のヒズミの平均値を表わすため E_b の値が多少小さい目にでることも考えられるが、線径に対して十分小さいヒズミ計を使用することにより、また素線の曲率半径の小さい普通撚り鋼索の E_b の測定値が曲率半径の大きい対応するラング撚りの E_b の測定値より大きい事実などよりして、これらの影響は E_b の測定値の過少を説明するにはあまりに小さいことは検討済みである。

そこで筆者らは今まで測定していた個所が最大曲げ応力発生個所ではないのではないかと、曲げの際鋼索の断面変形が生じこれが素線間の滑りに伴う断面分離の順序と相まって、鋼索断面中の位置によつて曲げ応力が大きくなる個所と小さくなる個所を生じるのではないかと、今まで測定していた個所は曲げ応力が小さくなる個所ではないかと考えて本研究に着手した。

その結果一応満足すべきものを得、鋼索の曲げ応力に関して決定版に近いものを見だしえたと考えられるのでここに発表する次第である。

なお参考として現在用いられている E_b の値を示せば次のようである。

- a) $E_b = 2.0 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$
 （運輸省新索道規則）
 b) $E_b = E \cos^2 \omega_r \cdot \cos^2 \omega_s = 1.9 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$
 c) $E_b = E \cos^4 \omega_r \cdot \cos^4 \omega_s = 1.7 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$

（ソ連で使用）

$$\text{d) } E_b = \frac{1}{2} E = 1.0 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$$

（鉱山保安規則）

$$\text{e) } E_b = \frac{3}{8} E = 0.8 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2 \text{ (Bach)}$$

2. 試験方法と測定結果

2.1 横荷重を加える引張り曲げ試験

2.1.1 試料と試験方法 試験には第1図に示すような4点支持中央荷重による引張り曲げ試験装置を用いた。引張り荷重 S はウォーム・ギヤを利用する引張り装置によつて与えられ、横荷重 Q は挺子を利用する負荷装置によつて加えられる。横荷重 Q の変化とともに張力 S も変化するが、試験中常に一定値を保つようにウォーム・ギヤによつて正確に調節される。撓み y はダイヤル・インジケータによつて読みとる。電気抵抗線ヒズミ計は横荷重作用点下の各素線に素線軸に平行にはりつける。使用したヒズミ計は新興通信製の $S_{121} B$ (60Ω, 長さ 4mm, 巾 0.7mm) で、接着剤は新興通信製 K-4 である。

鋼索の曲げ剛性は素線相互の滑りの程度に依拠するので鋼索の全長にわたつて一定ではなく、負荷点近傍で小さくなるものと考えられるが、いま鋼索の曲げ剛性をその全長にわたつて一定とすると次式が成立する。

$$y = \frac{Q}{2S} \left[\left(\frac{l}{2} - \frac{\sinh \frac{\lambda l}{2}}{\lambda \cosh \frac{\lambda l}{2}} \right) - \left(l_1 - \frac{\sin h \lambda l_1}{\lambda \cosh \frac{\lambda l}{2}} \right) \right] \left\{ \frac{l_1 - \frac{\sin h \lambda l_1}{\lambda} \cdot \frac{2e^{\frac{\lambda l}{2}}}{1+e^{\lambda l}}}{l_1 - \frac{\sin h \lambda l_1}{\lambda} \cdot \frac{e^{\lambda l}(1+e^{\lambda l_2})}{1+e^{\lambda l}}} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{ここで } \lambda = \sqrt{\frac{S}{E_f I_r}}$$

E_f : 鋼索の曲げ剛性弾性率

I_r : 鋼索の断面二次モーメント

(2) 式は l_1, l_2 の大きさに応じて近似計算を行うことができる。

λ が比較的大きいときは

$$y \approx \frac{Q}{2S} \left\{ \frac{l_2}{2} - l_1 (K-1) - \frac{1}{\lambda} (1 - Ke^{-\frac{\lambda l_2}{2}}) \right\} \dots (3)$$

λ が比較的小さいときは K の代りに K' をおく。

第1図 引張り曲げ試験装置(I)

第2図 ヒズミ計貼付位置および断面の分離と変形状態を示す図

ここで

$$K = \frac{\lambda l_1 - e^{-\frac{\lambda l_2}{2}}}{\lambda l_1 - \frac{1}{2}}, \quad K' = \frac{\lambda l_1 - e^{-\frac{\lambda l_2}{2}}}{\lambda l_1 - \frac{1 + e^{-\lambda l_2}}{2}}$$

(3) 式によつて λ を図式解法を用いて求めることができ、 λ から鋼索の曲げ剛性 $E_f I_r$ を求めることができる。

横荷重作用点の曲率 $1/\rho$ は

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{Q}{2S} \lambda \left\{ \tanh \frac{\lambda l}{2} - \left(l_1 - \frac{\sinh \lambda l_1}{\lambda \cosh \frac{\lambda l}{2}} \right) \left\{ \frac{\sinh \lambda l_1 \cdot \frac{2e^{\frac{\lambda l}{2}}}{1 + e^{\lambda l}}}{l_1 - \frac{\sinh \lambda l_1}{\lambda} \cdot e^{\lambda l_1} \cdot \frac{1 + e^{\lambda l_2}}{1 + e^{\lambda l}}} \right\} \right\} \dots (4)$$

第1表 試 料

種 類	鋼 索 径 d_r mm	素 線 径 d mm	撓 り 角		$E \cos^2 \omega_r \cdot \cos^2 \omega_s$ ω_r D' ω_s kg/mm ²	断 面 積 A_r mm ²	断面二次 モーメント I_r mm ⁴	切断荷重 S_r t	l mm	l_2 mm
6×7C/L	26.0	2.86	14°33'	11°14'	18,930	269.8	11,025	41.80	1,686	346
6×7SRAF	24.7	2.50	15°14'	11°34'	18,400	269.8	8,816	41.30	1,686	346

近似式として λ が比較的大きいときは

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{Q}{2S} \lambda \left(1 - K e^{-\frac{\lambda l_2}{2}} \right) \dots (5)$$

λ が比較的小さいときは K の代りに K' をおく。

実験に使用した試料は第1表のようである。

ヒズミ計のはりつけ個所を第2図 a, b, c, d に示す。すなわ

第3図 曲げモーメントの増大に伴う断面分離と曲げ応力状態図

* k は曲げ応力の大きさを表わすものではない。その理由は曲げ剛性が大きくなつて k が増大すると一定の横荷重に対して ρ も大きくなり、結局 ρ はあまり変化しないからである。

ち6×7C/L鋼索では横荷重 Q の作用点真下のa位置のほか、b, f, cの各位置に、6×7SRAF鋼索ではc, e位置にヒズミ計をはりつけることが困難だったので、a位置のほかはb位置のみにヒズミ計をはりつけた。

なお6×7SRAF鋼索の場合外層素線が異形線であるから、既報¹⁾のように修正係数1.10をかけねばならない。

2・1・2 測定結果と考察 張力 S が大になると鋼索の素線相互間の摩擦が増大するため鋼索の曲げ剛性弾性率 E_f は増大する。また横荷重 Q が大になり曲げモーメント M_b が大になると素線相互の滑りが大となり E_f は減少する。鋼索の曲げ剛性が変化すると曲げ応力状態図が第3図に示すように変化する。

(a)の場合は $\sigma_b = E \frac{dr}{2\rho}$, (d)の場合は $\sigma_b = E_b \frac{d}{2\rho}$

(b), (c)の場合の σ_b はもつと複雑な式で表わされる。

いま一般に

$$\sigma_b = E_b \frac{k d}{2\rho} \dots (6)$$

とすると、 k^* は主として素線相互の滑りの程度によつて変化する。ヒズミ計で測定して得られた σ_b および(5)式の ρ を用い E_b として完全滑動の際の値をとると k が計算できる。

鋼索の曲げ剛性 $E_f I_r$ において I_r を断面分離の如何にかかわらず一定(断面固着のときの値)とすると E_f が曲げ剛性を表わす指標となる。

第4, 5図は測定結果から得られた E_f と k の関係図である。ここで E_b の値としては従来の測定個所における完全滑動の際の測定値を基準にとり $E_b = 10,000 \text{ kg/mm}^2$ とした。また第4, 5図は張力 S がそれぞれ1, 2, 3tのときの値を記入したものであるが、それらの値を張力別には区別しなかった。というのは S の変化にかかわらず k はほぼ同一曲線上にのるからである。

これらの図から

1) 曲げ応力aは位置よりb, f位置が大きき。それよりさらにc, e位置が大きくなつていく(ただしc, e位置では圧縮応力)。すなわち断面完全滑動の際の E_b は6×7C/Lのa位置では10,000kg/mm²ではあるが、b, f位置では、12,000~14,000kg/mm², c位置では15,000~17,000kg/mm²となる。6×7SRAFではa位置で10,000kg/mm², b位置で16,000~17,000kg/mm²となる。

2) a位置では概して曲げ剛性の大きいときでも k は小さく1に近い。この理由は鋼索の曲げに伴う断面分離の進行順序と断面変形によつて説明できるものと考えられる。

すなわち第2図aにおいて鋼索断面分離は、Czitaryが理論的に解析しているように、まず最初に側ストランド間EFあるいはBCに生じ、それからAあるいはDス

第4図 6×7C/L 26.0mm の E_f - k 線図 第5図 6×7SRAF 24.7mm の E_f - k 線図

トランドの方向に進むのであるが、実際には鋼索断面全体においてAが引張り側、Dが圧縮側であるためまずA FあるいはA B間に断面分離が生じ、それが次第にDの方向に進むものと考えられる。このためAストランドも比較的早く分離するのに対してDストランドはE, C ストランドによって締めつけられるような状態となるから、Dストランド中の素線間分離は遅れる。このような断面分離の進行順序によって鋼索の曲げ剛性が相当に大きいときでも、Aストランドは断面分離が進行しているのでa位置の k は小さくほぼ1に近いということになる。

また b, f 位置より c, e 位置の k が大きくなる可能性も理解できる。次にAあるいはDストランドが麻心の方向に喰いこみ B, F ストランドが多少横に広がる断面分離によってa位置は曲率が減じ、b, f 位置は曲率が大きくなる。c, e 位置の曲率は幾分減じる。この結果a位置の曲げ応力は減じ、完全滑動の際に $E_0 = 10,000 \text{ kg/mm}^2$ 前後というように小さくなったものと思われる。

このような断面の分離進行順序と変形は鋼索の構造、種類、製造時の状態等によって左右され、極めて複雑な様相を呈するものと思われるが、概略的には一応以上のよ

第2表 試 料

種 類	公称径 d_r mm	実測径 d_r mm	素線径 dmm	撚り 角		断面積 A_r mm ²	切断荷重 S_r t
				ロープ ω_r	ストランド ω_s		
7本撚り 6×7C/L	12.0 28.0	12.2 29.4	3.98 3.08	15°25'	10°50' 10°50'	86.3 313	10.8 47.5

第6図 引張り曲げ試験装置(II)

第7図 ヒズミ計貼付位置

うな過程を経るものと考えて差しつかえないであろう。

2.2 シープによる引張り曲げ試験

2.2.1 試料と試験方法 試験装置は第6図に示すようである。油圧引張り装置の最大引張力は約7tであるから、鋼索には最大3.5tまで張力をかけることができる。鋼索の曲げは駆動シープを回転させることによって与えられる。

実験に使用した材料は第2表のようである。

駆動シープの溝形は第7図に示すようであるが、負荷シープの溝形は直径26mmの半円形であるので、6×7C/L28.0mmの場合は溝形に接せず側方から支えられた形となる。ヒズミ計は2.1節と同様S₁₂₁Bで接着剤としては速乾性のSP-3を用い、第7a, b図に示すようにはりつけた。

2.2.2 測定結果と考察 シープ上での曲げの場合鋼索はほぼ完全に断面が分離するので $\sigma_b = E_b \frac{d}{D}$ として表わし、曲げ応力の大きさを E_b で示すと第8.9図のようになる。 $\frac{D}{d}$ の大きい方が駆動シープ上での、小さい方が負荷シープ上での曲げを表わす。

2.1 節と同様に曲げ応力は第7図においてa位置よりもb, f 位置の方が大きいことが認められる。しかし7本撚りでは同一素線中の僅かに離れたa位置とb位置ではほぼ等しい応力が生じている場合があり、一般に σ_b はbおよびf位置の方がa位置よりも大きいようであるが、はつきりとその傾向を指摘することは困難であるように思われる。これに対し、6×7C/Lの実験結果は多

第3表 断面変形による側方への鋼索径増大量

種類 張力	鋼索径増大量 1/100mm			
	7本撚り 12mm	6×7C/L 14mm	6×7C/L 28mm	6×19%14mm
1 t	0.3	2.3	7.3	2.0
2 t	1.3	3.5	10.0	2.0
3 t	2.3	5.0	10.0	3.8

第8図 7本撚り 12.0mm 曲げ試験結果

第9図 6×7C/L 28.0mm 曲げ試験結果

く、ヒズミ計をa位置あるいはb(b')およびf(f')位置に任意にはりつけたもので、概して7本撚りの実験結果よりはつきりと上述の傾向をもつように思われる。これは6×7C/Lの断面変形が大きいためと考えられる。第3表は断面変形による鋼索径変形量を示すものである。

第3表より6×7C/Lの方が7本撚りに比べ断面変形が大きいたことが認められる。

a位置よりもbあるいはf位置の方が曲げ応力が大きい理由は2・1節で考察したように鋼索断面の分離進行順序と変形によるものと考えられる。

以上の実験結果より従来測定していた個所は最大曲げ応力発生個所ではなく、かえって小さい曲げ応力発生個所であることが示されたのであるが、それではどこが最大曲げ応力発生個所であり、そこにはどの程度の曲げ応力が発生するのかということが問題となる。

これは鋼索構造、曲げの程度、その他多くの要素に支配され簡単に論じられないのであるが、6×7鋼索ではたとえば第7図のd''位置に生じることが考えられよう。この位置の内側はストランドの遅い分離によって大きい引張り応力を生じ、断面分離後は断面変形によってやはり大きい引張り応力を生じる。

結局、 E_b の値としては鋼索断面が最初より完全滑動するものとし、ただ撚りの影響のみを考慮するとき、理

論的には $E \cos^2 \omega_r \cdot \cos^2 \omega_s$ がほぼ正しい値と考えられるので、上述の鋼索断面分離進行順序と分離に伴う断面変形による E_b の増大を考慮すると $E_b=20,000\text{kg/mm}^2$ 程度は見込む必要があると考えられる。

3. 結 言

本研究は現在論議的となつている鋼索の曲げ応力弾性率 E_b を強力作用下の鋼索の曲げ試験によって直接測定したものであるが、その際曲げに伴う断面の分離進行順序と変形を考慮することによって最大曲げ応力発生個所に1つの示唆が得られ、鋼索の曲げ応力弾性率の決定に1つの寄与をすることができたものとする。

本研究を要約すれば次のようである。

- 1) 鋼索は曲げた際に素線相互間が滑動し、断面が分離すると同時に断面の変形が生じる。
- 2) この断面の分離進行順序と変形のために、断面の位置によって曲げ応力が大きくなる個所と小さくなる個所が生じる。従来測定していた個所は曲げ応力が小さくなる個所である。
- 3) 曲げ応力の大きくなる個所に対しては、 $E_b=20,000\text{kg/mm}^2$ はとる必要があろう。したがって鉱山保安規則の $E_b=10,000\text{kg/mm}^2$ は修正しなければならないと考えられる。

参 考 文 献

- 1) G. v. Bach: Maschinenelemente, 1881~1913 この他 V.S.I., S. 1752, 1902.
- 2) O. Benoit: Die Drahtseilfrage, Leipzig, 1915.
- 3) J. Hrabák: Die Drahtseile, 1902.
- 4) J. Isaacksen: Die Berechnung der Drahtseile, V.D.I., Bd. 51, Nr. 17, 27. April 1907, S. 652~657.
- 5) H. Bock: Die Bruchgefahr der Drahtseile, Glückauf, Jg. 45, 1909.
- 6) R. Woernle: Ein Beitrag zur Klärung der Drahtseilfrage, V.D.I. 73 (1929) S. 417; 75 (1931) S. 1485; 77 (1933) S. 802.
- 7) W. A. [Scoble]: 1st~5th Report of Wire Rope Research Committee, Proc. of I.M.E. Vol. 115, 1920, p. 835~868; Vol. 119, 1924, p. 1193~1220; Vol. 123, 1928, p. 333~404; Vol. 125, 1930, p. 553~602; Vol. 130, 1935, p. 373~478.
- 8) Shoji Ikeda, Isao Ueno: Equivalent Bending and Torsional Rigidity of Wire Rope and Stress Induced in Elementary Wire of Wire Rope when it is Bent along the Sheave, Proc. of 1st Japan National Congress for App. Mech. 1951 p. 199.
- 9) 水田準一: 立坑巻網の安全率について, 旅順工大紀要12巻5号, 昭和14年
- 10) Taichiro Ogawa: A New Index to control Cable Endurance, 東大航研報告, Vol. 4, No. 49.
- 11) 三雲英之助・会田俊夫・浅岡喜久雄: 鋼索の曲げ応力弾性率について, 日本鉄業会誌69巻783号345~348頁。この他会田俊夫・佐藤進: 鋼索の曲げ応力に関する一・二の問題, 第6回ワイヤロープ研究会講演集63~72頁
会田俊夫・佐藤進: 引張り荷重と横荷重による鋼索の曲げ剛性および曲げ応力の変化, 水曜会誌13巻10号761~766頁
会田俊夫・佐藤進: 引張り曲げ試験による鋼索曲げ応力の測定, 水曜会誌13巻6号, 昭和33年376~381頁
- 12) Th. Wyss: Strahlseile der Transport- und Förderanlagen insbesondere der Standseil- und Schwebebahnen, 1956 S. 113~152.
- 13) E. Czitary: Seilschwebebahnen, 1951, S. 75~103.