集中爆破に関する力学的解析*

正 会 員 小 島 康 司**

The Mechanical Analysis of the Concentrated Charge Blasting

Kouji KOJIMA

To study the behavior of the rock that is blasted by the detonation of explosives, the formulas that show stresses produced in elastic body are gained, when the inner face of the loading cavity is pushed by the force $P_0 e^{-Kt}$ (t show time, P_0 and K is constant) the radial displacement is shown in formula 5 and the radial and circular stresses are shown in formula 6 and 7. Using these formulas and IBM 7070, the magnitudes and shapes of stress wave are calculated. Those are shown in fig 2 and 3.

The analysis of these show that the main stress of destruction of rock blasting seems the tensional stress produced in circular direction.

1. 結 言

岩石爆破の機構は非常に複雑であり、現段階ではすべてを数式化することはほど遠いものとする。筆者はこの第一段階として、岩石を任意の弾性体と考え、球形装薬室の内面に $P_0 e^{-Kt}$ の形の応力が加わったとき、岩盤内に発生する応力値を示す式を求め、これを IBM 7070 に入れ数値化した。この結果と、乏しいものであるが筆者の日本鉱業河山鉱業所における現場経験を考えあわせ、筆者の集中装薬爆破の機構に関する考え方をまとめたので、これを報告し、諸先輩の御批判を仰ぎたいと考える。

2. 弾性岩盤内の応力

爆破機構を考えるに当たり第一近似として岩盤を等方均質な弾性体と考えることとする。岩石の性質は塑性、粘性、異方性等を有し、等方均質な弾性体とはほど遠いものである上に、爆破機構を考える部分の岩盤中では、破壊によるエネルギーの損失があるので、この仮定は成り立たない。しかし現在では、岩石を等方均質な弾性体と考える解析の十分行なわれていない段階なので、まず岩石を等方均質な弾性体としたときの岩盤の挙動について調べてみる必要があると考える。集中装薬爆破について第一近似として等方均質な弾性体の中に半径 a の球状装薬室があり、爆薬の爆轟により、この内部に一樣に圧力 $P(t)$ がかかる場合の弾性体の応力状態を調べることとする。この問題は現在まで Sharpe, 西村等¹⁾²⁾³⁾⁴⁾によって取り扱われているが、Sharpe 等の場合は Lamé

の弾性常数 λ と μ が等しい場合、すなわちポアソン比が $\frac{1}{4}$ の特殊な弾性体についてであり、西村の場合は爆撃により装薬室内部にかかる圧力 $P(t)$ を

$$(1 - t - m \frac{v}{a} t)$$

とおいており、これは時とともに増大するものである。この $P(t)$ は Sharpe, Duvall

のような時間変化が衝撃的な片波と考える方が現実にあうように考えるので筆者も改めて解いてみた。

弾性体の挙動は次に示す Lamé の方程式⁵⁾によって表わされる。

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \text{grad div } \mathbf{u} - \mu \text{rot rot } \mathbf{u} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$\mathbf{u}$: 変位を示すベクトル

ρ : 密度

λ, μ : Lamé の弾性常数

ここで r 方向にだけ変位があるとして (1) 式を装薬室の中心に原点を有する極座標で表わすと次式のようにになる。

$$\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{2u_r}{r^2} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

第 1 図

* 昭和37年5月30日受理

** 日本鉱業株式会社河山鉱業所

$\{u_r : r \text{ (半径) 方向の変位} (u \text{ の } r \text{ 方向の成分})\}$

また $P(t)$ を Sharpe と同様に $t \geq 0$ で $P(t) = P_0 l^{-Kt}$ (P_0, K は常数) $t < 0$ で $P(t) = 0$ と置くことにすると、境界条件は

$$\begin{aligned} & -\left(\lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}\right)_{r=a} \\ & = \left\{(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2\lambda \frac{u_r}{r}\right\}_{r=a} = P_0 l^{-Kt} \quad t \geq 0 \\ & -\left(\lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}\right)_{r=a} \\ & = \left\{(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2\lambda \frac{u_r}{r}\right\}_{r=a} = 0 \quad t < 0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

また初期条件は

$$t \leq 0 \text{ で } u_r = 0 \quad \frac{\partial u_r}{\partial t} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

Sharpe, 西村などは (2) 式を解くのに u_r を直接求めず $\partial \Phi / \partial r = u_r$ となる函数 Φ について素波を境界条件に合うように重ね合わせるという方法で解いて、それより u_r を求めておられるが、筆者は (2) 式に (3) 式 (4) 式の条件を入れ直接 Laplace 変換を用いて解き、次の結果を得た。

$$\begin{aligned} u_r = & \frac{P_0 a^3}{(\lambda + 2\mu) \frac{a^2}{V^2} K^2 - 4\mu \frac{a}{V} K + 4\mu} \\ & \left\{ \left(\frac{1}{r^2} - \frac{K}{Vr} \right) l^{-K\tau} + \left(-\frac{1}{r^2} + \frac{K}{Vr} \right) l^{-\alpha\tau} \right. \\ & \cos \beta\tau + \left(\frac{K + \alpha}{\beta r^2} + \frac{\alpha(K + \alpha)}{\beta r r} + \frac{\beta}{Vr} \right) \\ & \left. l^{\alpha\tau} \sin \beta\tau \right\} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ただし $V = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ (縦波の弾性波速度)

a : 装薬室の半径

$$\tau = t - \frac{r - a}{V}$$

$$\alpha = -\frac{r}{a} \cdot \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu}$$

$$\beta = \frac{r}{a} \sqrt{\frac{4\mu}{\lambda + 2\mu} - \frac{4\mu^2}{(\lambda + 2\mu)^2}}$$

これより r 方向・ φ 方向・ θ 方向の応力 $\sigma_r \sigma_\varphi \sigma_\theta$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_r = & \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2\lambda \frac{u_r}{r} \\ = & \frac{P_0 a^3}{(\lambda + 2\mu) \frac{a^2}{V^2} K^2 - 4\mu \frac{a}{V} K + 4\mu} \\ & \left[\left\{ (\lambda + 2\mu) \frac{K^2}{V^2} \cdot \frac{1}{r} - 4\mu \frac{K}{V} \cdot \frac{1}{r^2} + 4\mu \frac{1}{r^3} \right\} l^{-K\tau} \right. \\ & \left. + \left\{ (\lambda + 2\mu) \frac{2\alpha K + \alpha^2 + \beta^2}{V^2} \cdot \frac{1}{r} + 4\mu \frac{K}{V} \cdot \frac{1}{r^2} \right\} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -4\mu \frac{1}{r^3} \left\{ l^{\alpha\tau} \cos \beta\tau + (\lambda + 2\mu) \right. \\ & \cdot \frac{\alpha^3 + \alpha\beta^2 + \alpha^2 K - \beta^2 K}{\beta V^2} \cdot \frac{1}{r} + 4\mu \\ & \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha K}{\beta V} \cdot \frac{1}{r^2} + 4\mu \frac{K + \alpha}{\beta} \cdot \frac{1}{r^3} \left. \right\} \\ & l^{\alpha\tau} \sin \beta\tau \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & \sigma_\varphi = \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu \frac{u_r}{r} = \lambda \frac{\partial u_r}{\partial r} + 2(\lambda + \mu) \frac{u_r}{r} \\ = & \frac{P_0 a^3}{(\lambda + 2\mu) \frac{a^2}{V^2} K^2 - 4\mu \frac{a}{V} K + 4\mu} \left[\left\{ \lambda \frac{K^2}{V^2} \cdot \frac{1}{r} \right. \right. \\ & + 2\mu \frac{K}{V} \cdot \frac{1}{r^2} - 2\mu \frac{1}{r^3} \left. \right\} l^{-K\tau} + \left\{ \lambda \frac{2\alpha K + \alpha^2 + \beta^2}{V^2} \right. \\ & \cdot \frac{1}{r} - 2\mu \frac{K}{V} \cdot \frac{1}{r^2} + 2\mu \frac{1}{r^3} \left. \right\} l^{\alpha\tau} \cos \beta\tau \\ & + \left\{ \lambda \frac{\alpha^3 + \alpha\beta^2 + \alpha^2 K - \beta^2 K}{\beta V^2} \cdot \frac{1}{r} - 2\mu \right. \\ & \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha K}{\beta V} \cdot \frac{1}{r^2} - 2\mu \frac{K + \alpha}{\beta} \cdot \frac{1}{r^3} \left. \right\} \\ & \left. l^{\alpha\tau} \sin \beta\tau \right] \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

3. 計 算 例

爆薬の爆轟によつて装薬室内壁に発生する応力を予想するには、爆轟理論より考察する必要があるが、この面の研究は種々とまとめられており改めてここに述べることはないと考える⁶⁾⁷⁾⁸⁾⁹⁾。ただそれをもととして足田¹⁰⁾が装薬室内壁の圧力を次のように予想されていることを述べたい。装薬室内壁の圧力は P_{static} (熱化学的に求めた静圧) の 8 倍程度の大きさを持つ波頭が数マイクロ秒で P_{static} の 2 倍程度となる P_c - J (Chapman Jouguet 面の圧力) に落ち、その後数ミリ秒で P_{static} に落ちる。しかしこれは密閉された理想的装薬室の場合であり、実際の孔中爆轟では爆轟ガスが孔外または爆破によつてできた亀裂へ噴出するため圧力が P_c - J より減衰していく速度は上述の場合より早くなるものとする。これより筆者は孔中の爆轟により装薬室内壁に作用する圧力の近似式が次のようになると考えた。

$$P(t) = P_1 l^{-K_1 t} + P_2 l^{-K_2 t} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$P(t)$: 装薬室内壁に加わる圧力

P_1 : 波頭圧力より P_2 を引いたもの P_{static} の約 7~8 倍の桐ダイナマイト、新桐ダイナマイト等では 400,000 kg/cm² 程度となる。

P_2 : P_{static} に相当する圧力 桐ダイナマイト、新桐ダイナマイト等では 50,000 kg/cm² 程度となる。

K_1 : 0.5~1.0 × 10⁶ 程度

K_2 : 1.0~3.0 × 10³ 程度

第 2 図

第 3 図

K_1 は波頭の超高压部が数マイクロ秒で衰えるという条件より、 K_2 は下村、大川等¹¹⁾¹²⁾の爆破の実験の際、爆薬の爆轟から岩石表面にクラックの表われるまでの時間、また込物の噴出するまでの時間等を考えあわせて決めた。しかしこの圧力は非常に高压のため、爆源付近では急激に減衰する。特に一般に粉碎帯といわれている部分での減衰は激しく、この外面までには(8)式の第一項で示した超高压部はほとんど衰えてしまい、第二項の部分も相当に衰えるものとする。この考えより筆者は、粉碎帯外面に $P_0 e^{-Kt}$ ($P_0 = 40,000 \text{ kg/cm}^2$ $K = 10^3 \text{ sec}^{-1}$) の圧力が加わり、その球の外帯は弾性体であるとしたときの弾性体内の応力値を集中装薬爆破の際岩盤内に生ずる応力の第1近似と考え(6)式(7)式に次に示す値を入れ、日本鉱業本社にある IBM 7070 を用いて、 $r = 5 \text{ cm}$ 10 cm 15 cm 20 cm 25 cm 30 cm 35 cm 40 cm 45 cm の時の σ_r, σ_θ 値を計算した。なお計算にあたっては弾性体の弾性係数、弾性波速度として河山鉱業所の静的弾性係数に相当する値、ヤング率 $1.05 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $1/6$ 、密度 3.8 、粉碎帯の半径は桐ダイナマイト 200 g (装薬室の半径 32 cm) が爆轟した場合に当たる 4 cm とした。なお以後の検討の参考として桐ダイナマイト 200 g を用いての河山鉱業所の鉱石に対するクレーター試験では適正クレーターの最小抵抗線は 40 cm 強であることを記しておく。

$$\begin{aligned} \lambda &: 2.4 \times 10^5 \text{ kg cm}^{-2} & \alpha &: -0.94 \times 10^5 \text{ sec}^{-1} \\ \mu &: 3.6 \times 10^5 \text{ kg cm}^{-2} & \beta &: 1.22 \times 10^5 \text{ sec}^{-1} \\ V &: 5.03 \times 10^5 \text{ cm sec}^{-1} & K &: 10^3 \text{ sec}^{-1} \\ a &: 4 \text{ cm} & P_0 &: 40,000 \text{ kg cm}^{-2} \end{aligned}$$

この数値をグラフに示したものの例を第2図、第3図に上げておく。なお参考のため第2図、第3図中に $K = 0 \text{ sec}^{-1}$ の場合を点線、 $K = 10^3 \text{ sec}^{-1}$ なる場合を鎖線を入れた。点線または鎖線の入っていない部分が、これらの線が $K = 10^3 \text{ sec}^{-1}$ の場合の値を示す実線、または座標軸とほとんど一致してしまい異なつた線で示すことのできないためである。この結果について 2, 3 検討してみる。

1. 波 形

半径方向の応力 σ_r は西村が自由爆破応力と名付けられた振幅が岩石自体の性質と装薬室の大きさだけにより決まる振動項に起因する非常に強い圧縮が表われ、爆心からの距離が 15 cm 以上になるとその反動による引張が予想以上に強く表われる。しかしこの振動項は $30 \sim 40$ マイクロ秒でほとんど衰えてしまい、後は加えた圧力とほぼ等しい波形、時間 t に関し $1 - Kt$ で衰える圧力項が残る。(この項の $30 \sim 40$ マイクロ秒での衰えは非常に少ない。) 円周方向の応力 σ_θ も振動項による強い圧縮が表われ、ついで強い引張が 10 マイクロ秒以上表われる。そして振動項が衰えると $1 - Kt$ で衰える引張項が残る。この波形は Sharpe の示したものと多少異なつた形をしている。この原因は K の値が Sharpe や Duvall の用いた値に比し、はるかに少ないためで、 K の値を 100 倍以上に上げると似た形となる(鎖線参照)。また、大川等¹²⁾が実験によつて得られた歪波形はこれより波頭の鋭さの少ない丸みを持つた形をしている。

これは岩石の粘性の影響、大川等の実験の装薬方法が球面爆轟波を発生されるものでなかつたため、装薬室内壁(または粉碎帯外面の内壁)への爆源圧力の加わり方に時間的ずれが起つて爆源圧力が Duvall の用いたように $1 - \alpha t - 1 - \beta t$ という形になつた。また増幅器の振波数特性による歪波中の高周波部分のカット等に原因すると考える。(実際の爆破は球面爆轟波を作るような条件で行なわれることはないで、爆源圧力は Duvall 形の $1 - \alpha t - 1 - \beta t$ を用いる方が正しいかも知れぬ)

2. 減衰特性

σ_r, σ_θ の圧縮波頭およびその反動による引張の最大値をプロットすると第4図中実線で示したものとなる。圧縮波頭は、 σ_r, σ_θ とほぼ爆心からの距離 r に反比例して衰える。 σ_θ の引張最大値は爆心より $5 \sim 10 \text{ cm}$ では、 r の 2.1 乗、 20 cm 以上では r の 1.4 乗に反比例して衰える。また σ_r の引張は $r = 12 \text{ cm}$ 程度より表われて $r = 18 \text{ cm}$ 程度で最大となり $r = 40 \text{ cm}$ 以下ではほぼ r に反比例して衰える。これに反し爆源に与えた形の応力時間 t

に關し t^{-Kt} で衰える項は r の 3 乗に反比例して衰えるので振動項の衰えた部分は、 r の 3 乗に反比例して衰える。大川¹³⁾、下村¹⁴⁾の実験結果での圧縮最大値は r の 15 乗程度に反比例して衰えている。この差は岩盤内で起る破壊または岩石の粘性、塑性等の影響を考えねば当然のことである。岩盤内に起る歪波では圧縮最大値ばかりでなく全体的にこれに準じて衰えが激しくなるものとする。距離 r に関する減衰係数の弾性波に対する計算値と実験による値の差が 0.5 程度で弾性波ではほとんど衰えない一次元歪波に対する大川等¹³⁾の実験結果が r の 0.5 乗程度であることは、よく関連しており非常に興味深く感ずる。これより岩石の破壊、粘性、塑性等により岩盤内の歪波の減衰は弾性波に対する計算値より 0.5 乗早いと仮定すると岩盤内の歪波の大きさは第 4 図中点線でプロットしたようになる。

3. 計算結果よりの考察

第 2 章の計算結果より爆破機構に対し考察されることを上げると次の通りである。

(1) 次に上げる理由により爆源付近を除けば剪断破壊の発生は少ない。

1) 爆源に与えた形の応力時間 t に關し t^{-Kt} で衰え

第 4 図

る項が爆心からの距離 r の 3 乗に反比例して激しく減衰してしまうため爆源よりはなれた点では高圧力部は時間 t に關し激しく減衰する振動項によるものだけとなり、破壊に時間を必要とする剪断破壊は起りにくい。

2) 半径方向の応力 σ_r と円周方向の応力 σ_θ の波形が同じ形をしているため剪断応力の発生は予想より少ない。

(2) 爆源に与えた形の応力は爆心からの距離の 3 乗に反比例して衰えるため $r=40\text{cm}$ 程度で歪波が自由面にあたった場合、反射引張波として破壊を起す能力のある部分は岩石の性質等に起因する振動項が主な役割を果たす波頭だけとなる。この波幅は小なるため Slab が発生する厚さは、厚く見積つて 2cm 程度となる。岩石の粘性を考えに入れたり爆源圧力を Duvall 形の $t^{-Kt}-t^{-\beta t}$ と仮定するなどにより、この厚さは多少増加するがそれにしても Slab を発生し得る波幅の問題にならない。また歪波が高压の衝撃波であると考え、その距離に対する減衰は弾性波よりは激しいため Slab の発生の可能性はさらに減ずる。すなわち 3 次元の爆破においては、反射引張波は破壊爆破の主要因となることは考えられない。

(3) 現在までほとんど注意されなかつたが、半径方向の応力 σ_r に圧縮波頭の反動として表われる引張応力が破壊を生ずるのに十分の大きさを持つている。しかし実際の岩盤中でこの応力がこのように大きく表われるかどうかは今後の問題である。

(4) 円周方向に表われる引張応力であるが、これは第 2 章の計算結果では r が 40~45cm まで破壊を生ずるのに十分の大きさを持つている。また爆破跡に表われる爆痕¹⁵⁾などより考えても、これが爆破機構の主な役割を果たしていると思われる。この引張応力は爆源圧力が動的に加わった場合に表われるもので第 5 図中、A、B で示したように $t=t_1$ で急激に圧力変化の起る爆源圧力に対して表われるもので、C、D のように除々に加わる圧力に対しては表われ方の少ないものであることを付記したい。この引張応力の大きさも歪波の弾性以外の性質を考えに入れると $r=40\text{cm}$ でクレーターを作るのに十分の大きさではない。しかしこの引張応力は広い範囲すべて

第 5 図

第6図 花こう岩中にみられる爆痕

第7図 磁鉄鉄鉱中にみられる爆痕

にかかるものであり、引張破壊が統計的破壊で広い範囲では弱い部分が必ず出てくること、また爆源に近い高压部でできたこの種の亀裂中へ爆轟ガスが噴入して亀裂を押し広げ破壊を助ける作用のあることなど考えると、やはりこの円周方向に表われる動的引張応力が爆破の主要因と考えるのは適当であろう。

以上は爆破機構を弾性体内の歪れの挙動を基とし、その他複雑な問題を定性的に入れて補正した考えであり、定性的解析のわくを出ていない。爆破機構をより定量的に解明していくのは今後の問題であり、この解決は次の4点の研究が進められて初めて得られるものとする。

1. 岩石の動的破壊に関する研究
2. 岩石の高压における動的なマクロレオロジー的性質の研究
3. 爆源圧力の研究
4. 岩石に種々のマクロレオロジー的性質を与え、また種々な爆源圧力を仮定して岩盤内に発生する応力の解析的研究とその電子計算機による数値化

最後にお忙しい中を御指導、御鞭撻下さいました東京大学下村教授、熊本大学清田教授ならびに上司の方々に深く感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 西村・大原：岩石爆破に関する理論的研究，火兵学会誌，第32巻，第2号。
- 2) J. A. Sharpe: Geophysics Vol. 7, No. 2.
- 3) W. I. Duvall: Geophysics Vol. 18, No. 2.
- 4) 伊藤：水曜会誌，第12巻，第10号。
- 5) H. Kolsky: Stress Waves in Solid など。
- 6) J. Taylor: Detonation of Condensed explosives oxford press.
- 7) 疋田：爆轟理論の進歩Ⅰ，工業火薬協会誌，第13巻，第1冊。
- 8) 木原・疋田：爆轟の分子理論，工業火薬協会誌，第13巻，第2冊。
- 9) 疋田：爆薬包の端面に生ずる衝撃波の計算，工業火薬協会誌，第15巻，第1冊。
- 10) 疋田：岩石爆破の基礎研究に関する誌上討論会，工業火薬協会誌，第19巻，第1冊。
- 11) 下村：爆破による岩石の破壊移動，日本鉱業会誌，昭和32年6月。
- 12) 大川・本間：岩石破壊の研究Ⅱ，工業火薬協会誌，第14巻，第1冊。
- 13) 大川・平田・清田：岩石破壊の研究，工業火薬協会誌，第18巻，第1冊。

- 14) 下村・山口：岩石内の爆轟ヒズミ波形の測定に関する研究，日本鉱業会誌，昭和33年5月。
- 15) 小島：鉱石中の爆痕について，工業火薬協会誌，第21巻，第4冊。

2,000トン大型構造物試験機の完成

去る6月，東京大学構内の旧浅野邸跡に2,000トンの大型構造物試験機が完成し，同月24日関係者を招待して披露式が挙行された。

本試験機は能力2,000トンの堅型油圧式試験機で，昭和34年に圧縮および曲げ試験部分を完成したが，今年引張部分も完成し初めて万能試験機としての機能を備えたもので，我国最大の万能試験機である。

本機は工学部総合試験所に付属し，大型構造物試験機運用委員会により管理運用される。本試験機は教官の研究用として使用されるほか，業者の各種構造物の委託試験に応じ使用される。(鈴木光)