水平輸送管路内の堆積層の厚みの算定式*

——堆積層を伴うスラリーの流動機構に関する理論的考察——

佐 藤 博¹ 大 塚 一 雄² 崔 玉 順³

[UDC 622.693]

General Correlations of the Bed Thickness in a Horizontal Pipeline

—— Theoretical considerations on the mechanism of slurry flow with the stationary bed in a pipe ——

by Hiroshi SATO¹, Kazuo OTSUKA² and Yushun CUI³

With increasing industrial applications of the method of the transporting settling slurries, a better understanding of the mechanism of the slurry flow at lower velocities has become essential. Below the critical deposition velocity V_d of flow, the deposition of solid particles occurs on the bottom of the horizontal pipe. If the deposited particles are sufficient, the plugging of the pipeline can be induced through the large surge of flow or the sudden change of flow conditions, such as a rise in concentration or a drop in velocity V . However, some papers confirm the possibility of the stable flow configuration in pipe despite of a stationary bed.

One of the main problems in the hydraulic transport for $V < V_d$ is the assessment for bed thickness h and hydraulic gradient i_m . The accuracy of one of the factors is interdependent upon that of the other. Since the correlations have been basically proposed by empirical methods, the bed thickness cannot be reasonably well predicted with flow conditions.

The purpose of this paper is to derive the general correlation which determine the relationships between the bed thickness and the corresponding flow condition, and to give the procedure for the pipeline design with the aid of the authors' previous results. Based on the concept of the suspension behavior introduced by Bagnold, this paper estimated the normal stress on the particle at the surface of the bed. The flow condition of initial motion of the particle, then, was considered, and thus these theoretical analyses made possible to present the general correlation of h and to simulate the slurry flow for $V < V_d$. Experimental values obtained were fairly well coincided with the predicted values.

The results of this study may be summarized as follows:

- (1) For a given system and particle properties the Froude number, $Fr = V / \sqrt{4gR}$, is approximately as a function of concentration alone, such as Durand's results for $0.2 < h_r < 0.6$, in which h_r is the ratio of the bed thickness to the pipe diameter.
- (2) The predictions for the critical deposition velocity V_d agree with those by Durand for particles greater than 2 mm, while for ones less than 1 mm both predictions are incompatible with each other, when the equivalent thickness $d_e/2$ is substituted for the bed thickness at the initial condition of V_d .
- (3) The relationship between hydraulic gradient and slurry velocity, which is the i_m - V curve predicted, shows that the critical velocities are always less than the critical deposit velocities, and considerable care, therefore, should be exercised to determine the practical velocity in the pipeline design.

1 ~ 2. Mining College, Akita University.

1. Assoc. Prof., Dr.

2. Prof., Dr.

3. Graduate, Faculty of Eng., Tohoku University.

1. は じ め に

スラリーの平均速度 V が堆積限界速度 V_d 以下の領域では2つの点が必要となる。輸送条件に対する堆積層の厚み h と水力勾配 i_m である。前者については、従来、管閉塞の回避を目的として、

主に実験結果を基に考察されている^{1)~7)}。しかし、その h は、水力勾配 i_m の計算に先立って、流路空間の大きさと流れの平均流速を決定するためには不可欠な因子でもあり、したがって、 $V < V_d$ のときの i_m の計算精度を高めるためにも堆積層の厚み h を正確に算定する必要がある。

本報では、「河川における懸濁粒子は河床に衝突して垂直応力を与える」という Bagnold の結果⁸⁾に基づき、 V_d 以下のスラリーの流動について理論的に考察し、輸送条件から計算できる h の算定式を導出した。さらに、既報の一連の研究結果⁹⁾¹⁰⁾を併用した輸送設計上の計算手順を示し、定量的な堆積状況および粒子の移

* 1988年9月7日受付 1989年1月19日受理 昭和63年度日本鉱業会春季大会にて一部講演

1. 正会員 工博 秋田大学助教授 鉱山学部採鉱学科

2. 正会員 工博 秋田大学教授 鉱山学部採鉱学科

3. 正会員 東北大学大学院生 工学部資源工学科

動状況の把握が困難とされてきた V_d 以下の領域に対し、信頼度の高い数値シミュレーションが可能であることを示した。

2. 本論文に用いた主な記号

A : 堆積層上の流路の断面積	[m^2]
A_0 : 輸送管の断面積 $=\pi D^2/4$	[m^2]
C : 吐出し濃度	[$-$]
C_D : すべり速度 $V_w - V_s$ を基準とする抵抗係数	[$-$]
C_{D0} : 粒子の自由沈降における抵抗係数	[$-$]
D : 管内径	[m]
d : 粒子径	[m]
d_e : 球等価直径	[m]
d_+ : V_{*B} を基準とした粒子レイノルズ数 $=V_{*B} d/\nu$	[$-$]
Fr : フルード数 $=V/\sqrt{4gR}$	[$-$]
FL : Durand の与えたフルード数 $=V_d/\sqrt{2gD(\delta-1)}$	[$-$]
G : Bagnold の無次元数 $=(d/\mu)\sqrt{\rho_s \tau_B/14}$	[$-$]
g : 重力加速度	[m/s^2]
h : 堆積層の厚み	[m]
h_r : 堆積層の厚みと管内径との比 $=h/D$	[$-$]
i : スラリーと同じ速度で搬送流体のみを流したときの水力勾配	[mAq/m]
i_B : セン断応力 τ_B に基づく水力勾配	[mAq/m]
i_m : スラリーの水力勾配	[mAq/m]
i_s : 全濡れ縁が堆積層表面と同じ状態と仮定したときの搬送流体の水力勾配	[mAq/m]
i_w : 全濡れ縁が管壁と同じ状態と仮定したときの搬送流体の水力勾配	[mAq/m]
k : カルマン定数	[$-$]
L, dL : 管路長および微小要素の長さ	[m]
n : Richardson-Zaki の式における指数	[$-$]
ΔP : 圧力損失	[$\text{kgf/m}^2, 9.81 \text{ Pa}$]
Q : 流量	[m^3/s]
$\bar{q}$: 管内平均濃度	[$-$]
q_a : 管底部から距離 a における濃度: 基準濃度	[$-$]
R : 堆積層上の流路の水力半径 $=A/U$	[m]
Re : レイノルズ数 $=DV\rho/\mu$	[$-$]
Re_p : 粒子レイノルズ数 $=dV_t\rho/\mu$	[$-$]
Re_{pr} : すべり速度 $V_w - V_s$ を基準とする粒子レイノルズ数 $=d_e(V_w - V_s)\rho/\mu$	[$-$]
R_0 : 輸送管の水力半径 $=D/4$	[m]
U : 流路の全濡れ縁	[m]
U_s : 堆積層表面の濡れ縁	[m]
U_w : 堆積層上の流路の管壁の濡れ縁	[m]
V : 流体あるいはスラリーの平均速度	[m/s]
V_a : 見かけ速度 $=Q/A_0$	[m/s]
V_c : 臨界速度	[m/s]
V_d : 堆積限界速度	[m/s]
V_{m0} : 堆積層上の粒子が動き始めるときの速度	[m/s]
V_N : $C_D=1$ とする終速度 $=\sqrt{4gd(\rho_s-\rho)/(3\rho)}$	[m/s]
V_s : 固体粒子の平均速度	[m/s]
V_t : 単粒子の終速度	[m/s]
V_w : 搬送流体の平均速度	[m/s]
V_* : 摩擦速度 $=\sqrt{i_m g R}$	[m/s]
V_{*B} : セン断応力 τ_B に基づいた摩擦速度 $=\sqrt{\tau_B/\rho}$	[m/s]
W_{ap} : 固体粒子の水中重量	[$\text{kgf}, 9.81 \text{ N}$]
Z : 管軸に対して鉛直方向の長さ	[m]

α, β : Swanson の形状係数	[$-$]
α_s : 固体粒子層の内部摩擦角	[rad]
γ : 流体の比重量	[$\text{kgf/m}^3, 9.81 \text{ N/m}^3$]
δ : 固体粒子の比重	[$-$]
ε_r : 管壁の粗度	[m]
κ : 面積指数 $(=b \cdot l/d_e^2; b$:短径, l :長径)	[$-$]
λ_s : 堆積層表面上の流路の壁面がすべて堆積層表面と同じ状態と仮定したときの管摩擦係数	[$-$]
λ_w : 堆積層表面上の流路の壁面がすべて管壁と同じ状態と仮定したときの管摩擦係数	[$-$]
μ : 粘性係数	[$\text{kgf} \cdot \text{s/m}^2, 9.81 \text{ Pa} \cdot \text{s}$]
ν : 動粘性係数	[m^2/s]
ξ : 粒子径と乱れのスケールに関する無次元数	[$-$]
ρ, ρ_s : 流体および固体粒子の密度	[$\text{kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4, 9.81 \text{ kg/m}^3$]
σ_B : Bagnold の垂直応力	[$\text{kgf/m}^2, 9.81 \text{ Pa}$]
τ_B : Bagnold のせん断応力	[$\text{kgf/m}^2, 9.81 \text{ Pa}$]
τ_w : 壁面せん断応力	[$\text{kgf/m}^2, 9.81 \text{ Pa}$]

3. 輸送条件と堆積層の厚み比 h_r との関係

3-1 堆積層表面のせん断応力 τ_B と垂直応力 σ_B

Bagnold⁸⁾の考え方によると、堆積層上をスラリーが流動するとき、その層表面に対して図1に示したような垂直応力 σ_B が作用する。したがって、このときの粒子層の内部摩擦角を α_s とおくと、動摩擦係数は $\tan \alpha_s$ と表わされ、 σ_B の作用により堆積層の表面には、次式で与えられるせん断応力 τ_B が発生することになる。

$$\tau_B = \sigma_B \cdot \tan \alpha_s \quad \dots\dots\dots (1)$$

よって、粒子が図1のような堆積層上を流れるとき、その流路の断面積を A 、堆積層表面の濡れ縁および堆積層上の管壁の濡れ縁のそれぞれを U_s, U_w とおくと、次式が成り立つ¹¹⁾。

$$\begin{aligned} \Delta P A &= (U_w \tau_w + U_s \tau_B) dL \\ &= \Delta P_w A (U_w/U) + U_s \tau_B dL \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

この式の両辺を $A \cdot dL \cdot \gamma$ で除して、水力勾配で表わすと、

$$i_m = i_w \frac{U_w}{U} + \frac{\tau_B U_s}{\gamma A} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ゆえに、せん断応力 τ_B に基づく水力勾配を i_B とすると、

$$i_B = \frac{\tau_B U_s}{\gamma A} \quad \dots\dots\dots (4)$$

これを τ_B について整理し、次式を得る。

$$\tau_B = i_B \frac{A}{U_s} \gamma \quad \dots\dots\dots (5)$$

なお、水力勾配 i_B は、前報¹⁰⁾における考察から

図1 Bagnoldのせん断応力の発生機構を表す模式図

 図2 動摩擦係数 $\tan \alpha_s$ と無次元数 G との関係

$$i_B = i_m - i_w \frac{U_w}{U} \quad (6)$$

$$i_B = i_s \frac{U_s}{U} + \frac{2(\delta-1)V_t}{AV} \int_h^D (1-q)^n q \sqrt{Z(D-Z)} dZ \\ + \frac{3}{8A} \left[\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\sqrt{48} \alpha \beta / \left\{ \frac{d_e V \rho}{\mu} \cdot \frac{\bar{q}-C}{q(1-\bar{q})} \right\}} \right]^2 \\ \cdot \frac{V^2}{g d_e} \cdot \left(\frac{\bar{q}-C}{q(1-\bar{q})} \right)^2 \frac{C}{q} \int_h^D q \sqrt{Z(D-Z)} dZ \quad (7)$$

よって、この(6)式の i_B を用いると、(1)式より、堆積層表面に働く垂直応力 σ_B は次のように表わされる。

$$\sigma_B = \frac{i_B}{\tan \alpha_s} \gamma \\ = \left\{ i_s \cdot R + \frac{2(\delta-1)V_t}{U_s V} \int_h^D (1-q)^n q \sqrt{Z(D-Z)} dZ \right. \\ + \frac{3}{8U_s} \left[\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4\sqrt{48} \alpha \beta / \left\{ \frac{d_e V \rho}{\mu} \cdot \frac{\bar{q}-C}{q(1-\bar{q})} \right\}} \right]^2 \\ \cdot \frac{V^2}{g d_e} \cdot \left(\frac{\bar{q}-C}{q(1-\bar{q})} \right)^2 \frac{C}{q} \int_h^D q \sqrt{Z(D-Z)} dZ \left. \right\} \\ \cdot \frac{\gamma}{\tan \alpha_s} \quad (8)$$

一方、Bagnold¹²⁾は、動摩擦係数 $\tan \alpha_s$ を無次元数 G

$$G = \frac{d}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_B \rho_s}{14}} \quad (9)$$

の関数として、図2中の実線のように示した。しかし、このBagnoldの関数は式化されていないため、コンピュータによる計算には不便である。それゆえ、Bagnoldの関数を表わす近似式、最小2乗法によって求め、次式を得た。

$$\tan \alpha_s = \begin{cases} 0.75 & G^2 \leq 10^2 \\ 0.75 (G^2/100)^{-0.0489} & 10^2 < G^2 \leq 2 \times 10^2 \\ 2.115 (G^2)^{-0.197} & 2 \times 10^2 < G^2 \leq 6 \times 10^3 \\ 0.382 (G^2/8100)^{-0.0616} & 6 \times 10^3 < G^2 \leq 8.1 \times 10^3 \\ 0.35 & 8.1 \times 10^3 < G^2 \end{cases} \quad (10)$$

この式を用いると、4%以下の相対誤差でBagnold¹²⁾の与えた G^2 の全範囲の $\tan \alpha_s$ 値を算定することができる。なお、図2中に示した破線は、上式によって求めた計算値である。

$$W_{ap} = (\pi/6) d_e^3 (\rho_{sa} - \rho) g$$

 図3 垂直応力 σ_B の作用による粒子密度の見かけ上の増加

3.2 堆積層表面の粒子が動き始めるときの平均流速 V_{m0}

堆積層表面の1個の粒子の水中重量 W_{ap} は、

$$W_{ap} = \pi d_e^3 (\rho_s - \rho) g / 6 \quad (11)$$

と表わされるが、この粒子に垂直応力 σ_B が作用することによって、図3に示したように、粒子の密度が見かけ上 ρ_{sa} になったと仮定すれば、このときの水中重量は次のように書くことができる。

$$\frac{\pi}{6} \cdot d_e^3 (\rho_{sa} - \rho) g = \frac{\pi}{6} \cdot d_e^3 (\rho_s - \rho) g + \frac{\pi}{4} d_e^2 \sigma_B \quad (12)$$

この式を ρ_{sa} について整理すると、見かけ密度の式

$$\rho_{sa} = \rho_s + \frac{3}{2} \frac{\sigma_B}{d_e g} \quad (13)$$

を得る。したがって、このときのGalileo数 G_a は、次のように表わされる。

$$G_a = (\rho_{sa} - \rho) g d^3 / \mu^2 \quad (14)$$

一方、せん断応力 τ_B に基づく摩擦速度 V_{*B} を次式

$$V_{*B} = \sqrt{\tau_B / \rho} \quad (15)$$

で表わし、これを基準としたレイノルズ数 d_+ を次のように定義すると、

$$d_+ = V_{*B} d / \nu \quad (16)$$

堆積層上の粒子が動き始める限界掃流状態では、次式が成り立つ¹¹⁾。

$$d_+ = 0.366 G_a^{0.401} \quad 60 < G_a \leq 2.2 \times 10^3$$

$$d_+ = 0.121 G_a^{0.545} \quad 2.2 \times 10^3 < G_a \leq 6 \times 10^6 \quad (17)$$

したがって、限界掃流状態の流速 V_{m0} は次式によって求められる¹¹⁾。

$$V_{m0} = -\sqrt{32} \cdot \frac{d_+ \nu}{d_e} \cdot \log \left\{ \frac{d_e}{4R} (0.270 + 0.887/d_+) \right\} \quad (18)$$

3.3 堆積層の厚み比 h_r の算定式

3.2節で求めた流速 V_{m0} を、フルード数 Fr_m

$$Fr_m = \frac{V_{m0}}{\sqrt{gR}} = \sqrt{\frac{8}{gR}} \cdot \frac{d_+ \nu}{d_e} \log \left\{ \frac{4R}{d_e} \cdot \frac{1}{(0.270 + 0.887/d_+)} \right\} \quad (19)$$

および水力半径比 R/R_0 を用いて表わすと、次式となる。

$$V_{m0} = Fr_m \sqrt{gD} \cdot \sqrt{R/R_0} \quad (20)$$

一方、フルード数 Fr_m を、見かけの平均流速 (Q/A_0) を基準としたフルード数との比で表わすと、次式が成り立つ⁷⁾。

$$(V_a / \sqrt{gD}) / Fr_m = \sqrt{R/R_0} \cdot A/A_0 = f(h_r) \quad (21)$$

さらに、(21)式に次式¹¹⁾

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\pi - \cos^{-1}(1-h_r) + 1/2 \sin \{2 \cos^{-1}(1-h_r)\}}{\pi - \cos^{-1}(1-2h_r) + 2\sqrt{h_r - h_r^2}} \quad (22)$$

$$\frac{A}{A_0} = 1 - \left[\cos^{-1}(1-2h_r) + \frac{1}{2} \sin \{2 \cos^{-1}(1-2h_r)\} \right] / \pi \quad (23)$$

および(18)式を代入すれば、堆積層の厚み比 h_r の算定式が次のように与えられる。

⑥ Bagnoldの動摩擦係数 $\tan \alpha_s$ ：

$$\tan \alpha_s = \begin{cases} 0.75 & G^2 \leq 10^2 \\ 0.75(G^2/100)^{-0.0444} & 10^2 < G^2 \leq 2 \times 10^3 \\ 2.115(G^2)^{-0.187} & 2 \times 10^3 < G^2 \leq 6 \times 10^3 \\ 0.382(G^2/8100)^{-0.0444} & 6 \times 10^3 < G^2 \leq 8.1 \times 10^3 \\ 0.35 & 8.1 \times 10^3 < G^2 \end{cases}$$

⑦ 堆積層表面の垂直応力 σ_s ：

$$\sigma_s = \tau_s / \tan \alpha_s$$

⑧ 粒子の見かけの密度 ρ_{ss} ：

$$\rho_{ss} = \rho_s + \frac{3}{2} \frac{\sigma_s}{g d}$$

⑨ Galileo数 Ga ：

$$Ga = (\rho_{ss} - \rho) g d^3 / \mu^2$$

⑩ 摩擦速度 V_{*s} を基準としたレイノルズ数 d_* ：

$$d_* = 0.366 G^{0.401} \quad 60 < Ga \leq 2 \times 10^3$$

$$d_* = 0.121 G^{0.544} \quad 2 \times 10^3 < Ga \leq 6 \times 10^3$$

⑪ 堆積層の厚み比 hr ：

$$\frac{V_w}{\sqrt{g D}} + \left[\pi - \cos^{-1}(1-2hr_{(j)}) + \frac{1}{2} \sin \{2\cos^{-1}(1-2hr_{(j)})\} \right] \cdot \frac{\sqrt{32}}{\pi \sqrt{g D}} \frac{d_* + V}{d_*} \log \left[\frac{de}{D} \left(0.270 + \frac{0.887}{d_*} \right) \right] \cdot \left[\frac{\pi - \cos^{-1}(1-2hr_{(j)}) + 2\sqrt{hr_{(j)} - hr_{(j)}^2}}{\pi - \cos^{-1}(1-2hr_{(j)}) + \frac{1}{2} \sin \{2\cos^{-1}(1-2hr_{(j)})\}} \right] = 0$$

 $hr_{(j)}$: j は計算回数

(A)

NO

$$\frac{(hr_{(j)} - hr_{(j-1)})}{hr_{(j)}} < 0.001$$

YES

4

粒子が均一に分散していると仮定したときの水力勾配 $i_{m(i)}$ ① 流速 V に基づく管内濃度 $\bar{q}$ をブロック3の②の式により、二分法を用いて、求める。② すべり速度 $V_w - V_s$ および抵抗係数 C_D ：

$$V_w - V_s = \frac{\bar{q}-C}{\bar{q}(1-\bar{q})} V$$

$$Rep_r = \frac{(V_w - V_s) d \rho}{\mu}$$

$$C_D = \frac{1}{4} \left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 4 \sqrt{48} \alpha \beta / Rep_r} \right)^2$$

③ i_w ：1) レイノルズ数 Re ：

$$Re = \frac{V \cdot 4R \cdot \rho}{\mu}$$

2) 堆積層上の流路の壁面がすべて管壁と同じ状態と仮定したときの摩擦係数 λ_w ：

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_w}} = -2 \log \left[\frac{\varepsilon_r}{4R} \frac{1}{3.71} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda_w}} \right]$$
 上式より、二分法を用いて λ_w を求める

3) i_w ：

$$i_w = \lambda_w \cdot \frac{V^2}{8 g R}$$

④ i_s ：1) 堆積層上の流路の壁面がすべて堆積層表面と同じ状態と仮定したときの摩擦係数 λ_s ：

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} = -2 \log \left[\frac{d}{4R} \frac{1}{3.71} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda_s}} \right]$$
 上式より、二分法を用いて λ_s を求める

2) i_s ：

$$i_s = \lambda_s \cdot \frac{V^2}{8 g R}$$

⑤ 水力勾配 $i_{m(i)}$ ：1) 堆積層上の流路に水だけを流したときの水力勾配 i ：

$$i = i_w \frac{U_w}{U} + i_s \frac{U_s}{U}$$

表1 スラリーの輸送条件

(1) 輸送管

・管の内径:

D

cm

・管の粗度:

ϵ_r

cm

(2) 固体粒子

・粒子径

:

d

cm

・密度

:

ρ_s

g/cm³

(比重 δ)

・面積指数:

κ

—

種類

κ

球形粒子

1

川砂

1.50

石炭

1.72

くるみの殻の破砕片

2.00

(3) 搬送流体

・密度

:

ρ

g/cm³

・粘性係数:

μ

poise

($\nu = \mu / \rho$)

(4) スラリー

・吐出し濃度:

C

—

・流量

:

Q

cm³/s

4. 数値シミュレーションの計算手順

沈降性スラリーの輸送条件が表1のように与えられたとき、そのスラリーの流動状態は図4に示したフローチャートに従って計算される。フローチャートは大きく1～6の計算ブロックに分けられ、ブロック1では粒子の形状を面積指数 κ で評価し、粒子の終速度 V_t と抵抗係数 C_{D0} を求める。ブロック2では、堆積層の厚み h を仮定し、その値に対する堆積層上の流路の幾何学的な条件が決定される。また、ブロック3では、管内に粒子が均一に分散していると仮定して管内濃度 $\bar{q}$ と流路の平均流速 V が算出されるが、ブロック2, 3の繰り返し計算において、堆積層の厚み比 h_r が一定値に収束するとき、 $\bar{q}$, V , i_B に関する式が同時に成立したものと判断した。堆積層の厚みがこれによって確定するとブロック4で i_m が計算され、 i_m を基準にして管内の濃度分布が定められる。ブロック5におけるこの計算ではBatchelorの無次元数 ξ ¹⁰⁾が未知数であるが、濃度分布から計算して得られる $\bar{q}$ が、すでにブロック3で確立している $\bar{q}$ に一致するまで計算を繰り返し、 ξ を見いだす方法を採用した。最後の計算ブロック6では、濃度分布を考慮した水力勾配 i_m の算定式に従って i_m が的確に計算される。なお、この一連の計算の終了後、ブロック2に戻り、所定の i_m の精度が満足されるときの結果を解とする。ただし、 i_m のループの中で、第2回目以降の計算ではブロック4を飛ばさない。これに対して、堆積層の厚み $h=0$ の場合のフローチャートは図4から計算ブロック2および3を除去して与えられる。

5. 計算結果と考察

5.1 フルード数 Fr と吐出し濃度 C との関係

従来発表されている実験結果⁷⁾¹³⁾の輸送条件に基づいて4章で示した計算手順に従い、(9)式を用いて計算した Fr 値の代表例を実測値に対比させ、図5と図6に示した。砂スラリーの吐出し濃度 C に対するフルード数 Fr の関係を求めた図5によると、堆積層の安定が良好な $h_r=0.2\sim0.6$ の範囲では、 Fr と C との関係に及ぼす厚み比 h_r の影響が極めて小さく、近似的には Fr を C のみの関数と見なし得る。この結果は管径 $D=40\sim150$ mmについて得られたDurand²⁾, Gibert³⁾およびCondolios⁴⁾の報告に一致するものであるが、 Fr の計算値はそれらの報告に基づいて推定される値よりも約20～40%小さい。しかし、管内に堆積層が存在する場合の佐藤⁷⁾の Fr の実測値をよく満足していると言える。なお、 $h_r=0$ のとき実測点のバラツキが大きくなる理由は、その場合に、

図4 堆積層の厚み h および水力勾配 i_m を算定するフローチャート

$$\frac{V_a}{\sqrt{gD}} + \left[\pi - \cos^{-1}(1-2h_r) + \frac{1}{2} \sin\{2 \cos^{-1}(1-2h_r)\} \right] \cdot \frac{\sqrt{32}}{\pi \sqrt{gD}} \frac{d_s \nu}{d_e} \log \left\{ \frac{d_e}{D} \left(0.270 + \frac{0.887}{d_+} \right) \right. \\ \left. \cdot \left[\frac{\pi - \cos^{-1}(1-2h_r) + 2\sqrt{h_r - h_r^2}}{\pi - \cos^{-1}(1-2h_r) + \frac{1}{2} \sin\{2 \cos^{-1}(1-2h_r)\}} \right] \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

ただし、この計算で必要な水力勾配 i_B は吐出し濃度 C 、流量 Q 、管径 D などの輸送条件から(7)式によって計算されるが、スラリーの水力勾配 i_m が測定される場合には、(6)式と(24)式を連立させることによって、堆積層の厚み比 h_r を計算することが可能である。

図5 実測値と計算値を対比して示したフルード数 Fr と吐出し濃度 C との関係 (砂粒子の場合)

図6 吐出し濃度 C をパラメータとしたフルード数 Fr と厚み比 h_r との関係 (球形粒子の場合)

堆積層表面の粒子に働く力の平衡式である(19式)が成立しなくなり、 Fr は C の拘束を受けなくなるからである。図6の実線は、粒子の形状を球形 ($\kappa=1$) とし、吐出し濃度 C をパラメータとして Fr と h_r との関係を計算した結果であり、低濃度の実測値を除くと、丸山ら¹³⁾がガラス球を用いて行なった実験結果にほぼ一致することが確認できる。

5・2 堆積限界速度 V_d

さて、堆積限界速度 V_d を、図7(a)に示したように1個の粒子が動き始めるときの速度とする。この場合、堆積層の厚み h が $h \rightarrow 0$ になるとき、 $U_s \rightarrow 0$ であるため、(5)式において $\tau_B \rightarrow \infty$ となるが、図7(a)に示した堆積層がなくなる瞬間の状態を図7(b)のように置き換え、垂直応力 σ_B は相当厚み $h = d_e/2$ に基づいた U_s に働くとした。図8は、Durandら¹⁴⁾が与えたフルード数 F_L

$$F_L = V_d / \sqrt{2gD(\delta-1)} \quad (25)$$

を、4章の計算手順によって求め、吐出し濃度 C をパラメータとして、 F_L と粒子径 d との関係を示したものである。この図によると粒子径が小さくなるにつれて F_L は増加し、とくに $d < 1$ mm 以下の場合、実際の現象を表わし得ていない。この原因は、粒子

図7 堆積限界速度 V_d における堆積層の状態

図8 吐出し濃度 C をパラメータとしてフルード数 F_L と粒子径 d との関係を計算した結果

図9 Durandら(1956)が示したフルード数 F_L と粒子径 d との関係

径 d が小さくなるにつれて、見かけ密度 ρ_{sd} を用いて計算される Galileo 数 G_a が極度に大きくなり、 $G_a \gg 6 \times 10^6$ となるが、この場合の d_+ を(17式)で計算したことによるものと考えられる。しかし、粒子径 d が 2 mm 以上の場合、図9に示したDurandら¹⁴⁾の実験結果に比べて、それほど大きな差は認められない。この結果、本研究で考察した堆積層の厚み比 h_r および堆積限界速度 V_d の計算方法には、本質的な誤りはないと考えられるが、解析上、必要とした Shields 曲線や前提条件等は今後、更に検討すべきであることが確認された。

5・3 i_m - V 曲線

4章で述べた一連の計算手順には、濃度比 $\bar{q}/C$ および水力勾配 i_m に関する前報の結果⁹⁾¹⁰⁾が取り入れられている。厚み比 h_r が

 図10(a) i_m - V 曲線の計算結果 ($D=2.59$ cm)

一定な場合の水力勾配 i_m については、高い精度で算定できることをすでに報告した¹⁰⁾。それゆえ、輸送条件の変化に伴う堆積層の変動を考慮した4章の計算手順に従い、吐出し濃度 C をパラメータとした水力勾配 i_m とスラリーの平均流速 V との関係を計算し、その結果の代表例を図10(a), (b)に示した。図の横軸において、 $V < V_d$ の場合、 V は堆積層上の流路の平均流速を表わす。これらの図によると、計算によって求められた沈降性スラリーの i_m - V 曲線は、実験結果に認められるように臨界速度 V_c を有し、その値は、堆積限界速度 V_d よりも小さくなることが明らかである。したがって、一般に実用流速とされる $(1.2 \sim 1.3)V_c$ が、輸送条件によっては堆積限界速度 V_d 以下となり得る場合も存在することになり、輸送設計においては慎重な計算が必要と言える。しかし、 V_c と V_d との関係については、 C が数%以下の場合にのみ $V_c < V_d$ とする報告¹⁵⁾¹⁶⁾もあり、より精度の高い V_d の計算方法の開発も含めて、今後、さらに検討すべき問題と考えられる。

6. む す び

堆積限界速度 V_d 以下の輸送条件と堆積層の厚みとの関係を Bagnold の考え方に基づいて理論的に考察した結果、以下の結論が得られた。

(1) フルード数 Fr と吐出し濃度 C との関係は(19式)によって与えられ、管径 D および粒子の物性値が一定のとき、 $h_r = 0.2 \sim 0.6$ の範囲では Fr を C のみの関数として表わし得る。

(2) 堆積層が消失する瞬間の状態を相当厚み $h = d_g/2$ の状態で置き換えて堆積限界速度 V_d を計算すると、粒子径 d が約 1 mm 以下のときは現象を満足しないが、 $d > 2$ mm の場合、Durand の結果にほぼ一致した計算結果が得られる。

(3) 輸送条件によって堆積層の厚みが変動することを考慮して、スラリーの平均速度 V と水力勾配 i_m との関係を計算すると $V_c < V_d$ の結果が得られ、実用流速の設定は慎重に行なう必要がある。

なお、本研究には、昭和62, 63年度科学研究費補助金一般研究

 図10(b) i_m - V 曲線の計算結果 ($D=3.19$ cm)

(c)の研究費の一部を使用したことを付記し、謝意を表する。

終わりに、本研究を行なうに当たり、ご協力を頂いた当研究室の大学院生 寺尾俊明氏に深謝する。

参 考 文 献

- Craven, J. P.: Proc. 5th Hydr. Conf., State Univ. of Iowa, 62~76, (1952)
- Durand, R. & Condolios, E.: Compte Rendue des Deuxième Journées de l'Hydraulique, Société Hydrotechnique de France 29~55, (1952)
- Gibert, R.: Ann. Pontes Chaussees, 130 [12], 307~373, (1963)
- Condolios, E. & Chapus, E. E.: Chem. Engng., 70, 131~138, (1963)
- スモルゾイレフ: パイプ輸送 (外尾・永井共訳), 187~193, (1963), 技術書院 (東京)
- Wicks, M.: (Zandi, I. ed.) Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and its Application, 101~124, (1971), Pergamon Press Inc. (Oxford)
- 佐藤博・野田佳六・大塚一雄・川島俊夫: 日本鉱業会誌, 104 [1205], 449~455, (1988)
- Bagnold, R. A.: Phil. Trans. R. Soc., 249, 235~297, (1955-56)
- 佐藤博・大塚一雄・崔玉順: 資源・素材学会誌, 105 [No. 6], 457~463, (1989)
- 佐藤博・大塚一雄・崔玉順: 資源・素材学会誌, 105 [No. 7], 544~552, (1989)
- 佐藤博・野田佳六・大塚一雄・川島俊夫: 日本鉱業会誌, 100 [1153], 233~239, (1984)
- Bagnold, R. A.: U.S. Geol. Surv. Prof. Paper, 422-I, (1966)
- Maruyama, T., Kojima, K. and Mizushima, T.: J. Chem. Eng. of Japan, 12 [3], 177~182, (1979)
- Durand, R. & Condolios, E.: Rev. l'Industrie Minerals, Spec. No. 1F, (1956)
- 都田昌之・米原潤・木村恒夫・前田四朗: 化学工学論文集, 3 [5], 497~503, (1977)
- Noda, K., Masuyama, T. and Kawashima, T.: Proc. 7th Int. Conf. on Hydraulic Transport of Solid in Pipes, 231~244, (1980)