円形トンネル周辺の岩盤挙動に及ぼす
軸方向初期地圧の影響*

西村正夫¹ 斎藤敏明² 寺田 孚³

[UDC 624.121.53]

The Influence of Axial Pressure on the Yielding Behavior of Rock Mass around a Cylindrical Tunnel

by Masao NISHIMURA¹, Toshiaki SAITO² and Makoto TERADA²

1. Tsukuba Research Institute, Okumura Corporation, Ohsuna, Tsukuba 300-33
2. Faculty of Engineering, Kyoto University, Sakyo-ku, Kyoto 606

The purpose of this paper is to clarify the effect of the axial pressure of a tunnel with a circular section on the behavior of the surrounding rock, and to classify the types of stress distribution and yielding modes. The rock mass is assumed to be elastic-perfectly plastic and to obey the linear Mohr-Coulomb yield criterion as well as the associated flow rule of the theory of plasticity; hence dilation is included. It is also assumed that a rock behaves in accordance with the condition of plane strain, and that the internal radial pressure decreases as the excavation of a tunnel proceeds. As the internal pressure is decreasing, yielding occurs. There are three different modes and two other composite modes on this primary yielding stage. As the internal pressure is further decreasing, the primary yielding stage gets into the secondary yielding stage, where the yielding mode is different to that in the primary stage. The variations of yielding pressures, plastic boundary radii and tunnel closures are given as a function of far-field rock pressure ratio. It is concluded that the axial pressure exerts a greater influence on the yielding behavior of the surrounding rock mass, and that hence the axial pressure is an essential factor in the elasto-plastic analyses of a tunnel.

KEY WORDS: Failure Mode Around a Tunnel, Axial Rock Pressure, Plane Strain, Elasto-plastic Solution, Mohr-Coulomb Yield Criterion, Associated Flow Rule

1. 緒 言

円形トンネル解析解は、坑道やトンネル周辺の岩盤挙動を考察する上で基本的な解となるものであり、すでに弾塑性論を用いた平面ひずみ場の応力、変位解が求められている^{1)~4)}。しかし、これらはトンネル軸方向の地圧が考慮されておらず、軸方向の初期地圧が卓越して大きいあるいは小さい場合には、軸方向地圧が降伏条件を支配する最大あるいは最小の主応力となり、地山の降伏に関与することも十分考えられる。そこで、今まで検討されていなかったトンネル軸方向の初期地圧も考慮に入れて円形トンネル掘削時の周辺地山の弾塑性解析を試み、軸方向地圧の大きさによって地山の降伏モードを分類し、それぞれの解析解を誘導してその力学的挙動の相違を検討した。なお、解析解は円孔を有する材料の孔軸に対称な載荷過程の応力状態を検討している Florence と Schwer による弾塑性解析法⁵⁾を参考にして誘導した。

2. 弾塑性解析モデルと適用条件式

均質等方性地山内に掘削する円形トンネルを想定し，その半径

図1 初期地圧と円形トンネル

を α とする。掘削前は図 1 に示すようにに、トンネル軸方向にその大きさが q_0 (> 0) であり、トンネル軸に直交する方向に等方圧でその大きさが p_0 (> 0) であるようなトンネル軸に軸対称な初期地圧を仮定する。掘削後は平面ひずみ状態を仮定し、切羽支持力に相当する外力をトンネル内圧 p_i で表わし、 p_i をパラメータとして掘削前の初期状態である $p_i = p_0$ から次第に減少して最終状態である $p_i = 0$ に至る過程でトンネル掘進を表わすモデルとする。従って、トンネル軸方向のひずみは掘削後も一定とするが、軸方向の応力は必ずしも一定とは限らず、掘削に伴って変化することになる。符号は圧縮応力、圧縮ひずみ、トンネル内への押し出し変位を正とし、トンネル軸方向に z 軸をとり、トンネル中心を極とする円柱座標 (r, θ, z) を用いた。地山降伏条件はクーロン式を用い、降伏後、完全塑性体として挙動し、塑性論の関連流動則が成立するものとする。従って、塑性ポテンシャル関数が降伏関数と同一であり、降伏後、地山には体積膨張が生じることになる。

* 1991年8月28日受付 12月25日受理 土木学会第16回岩盤力学に関するシンポジウムにて一部発表

1. 正会員 (株) 奥村組筑波研究所
2. 正会員 工博 京都大学助教授 工学部資源工学科
3. 正会員 工博 京都大学教授 工学部資源工学科

キーワード：トンネル周辺の破壊モード，トンネル軸方向地圧，平面ひずみ，弾塑性解析解，クーロン降伏条件，関連流動則

適用した条件式を次に列挙する。

- (a) 釣合い方程式 (弾性、塑性の全領域で常に成立)

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 σ_r , σ_θ , σ_z はそれぞれ径方向応力、周方向応力、軸方向応力であり、軸対称問題であることから主応力になる。

- (b) クーロンの降伏条件式 (塑性領域で成立)

$$f = \sigma_1 - \zeta \sigma_3 - S_c = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 f は $f < 0$ のときを弾性状態とする降伏関数である。 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ は主応力 ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$) であり、 S_c, ζ はそれぞれ地山の軸圧縮強度 ($S_c > 0$)、内部摩擦角関数 ($\zeta > 1$) である。 c, ϕ をそれぞれ地山の粘着力、内部摩擦角とすると、次の関係式が成立する。

$$S_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi}, \quad \zeta = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad \dots\dots\dots (3)$$

- (c) ひずみと変位の関係式 (全領域で成立)

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$ はそれぞれ径方向ひずみ、周方向ひずみ、軸方向ひずみであり、 u は径方向変位である。

- (d) ひずみの適合条件式 (全領域で成立)

$$r \frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \varepsilon_\theta - \varepsilon_r = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

- (e) ひずみの成分和の定義式 (全領域で成立)

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_r^{(e)} + \varepsilon_r^{(p)} \\ \varepsilon_\theta &= \varepsilon_\theta^{(e)} + \varepsilon_\theta^{(p)} \\ \varepsilon_z &= \varepsilon_z^{(e)} + \varepsilon_z^{(p)} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで、右肩の添字 (e), (p) はそれぞれ弾性成分、塑性成分であることを示す。

- (f) 一般化した Hooke の法則 (全領域で成立)

$$\left. \begin{aligned} E \varepsilon_r^{(e)} &= \sigma_r - \nu (\sigma_\theta + \sigma_z) \\ E \varepsilon_\theta^{(e)} &= \sigma_\theta - \nu (\sigma_z + \sigma_r) \\ E \varepsilon_z^{(e)} &= \sigma_z - \nu (\sigma_r + \sigma_\theta) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、弾性定数 E , ν はそれぞれ地山のヤング率 ($E > 0$)、ポアソン比 ($1/2 > \nu > 0$) である。

- (g) 関連流動則 (Associated flow rule: 塑性領域で成立)

$$\dot{\varepsilon}_r^{(p)} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_r}, \quad \dot{\varepsilon}_\theta^{(p)} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_\theta}, \quad \dot{\varepsilon}_z^{(p)} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_z} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 λ は比例係数であり、記号 ($\dot{\cdot}$) は時間ではなく、トンネル内圧 p_i に関する微分を示す。

- (h) 平面ひずみ条件式 (全領域で成立)

$$\dot{\varepsilon}_z = 0 \quad \text{i.e.} \quad \varepsilon_z = (q_0 - 2\nu p_0) / E = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (9)$$

なお、 p_i の減少に伴って地山が初めて降伏した状態を第一次降伏と呼び、その後更に減少して降伏モードが別のモードに変化した状態を第二次降伏と呼ぶことにする。そこで、図 2 に示す領域 I は

弾性領域、領域 II は第一次降伏を生じた領域、領域 III は第一次降伏後、更に第二次降伏を生じた領域であり、また同図に解析モデルと解析に使用する量記号を示す。

3. 第一次降伏までの弾性地山状態

掘削前の初期状態 ($p_i = p_0$) から初めて地山が降伏する第一次降伏 ($p_i = \bar{p}_i$) までの弾性地山状態は次のようである。

トンネル掘削前の地山は未降伏であり、弾性状態であることを前提にしている。その条件は降伏条件式(2)で $f < 0$ であることから、初期状態における地山弾性条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} p_0 > q_0 \text{ のとき, } S_c > p_0 - \zeta q_0 \\ p_0 < q_0 \text{ のとき, } S_c > q_0 - \zeta p_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

トンネル内圧 p_i が減少し、 $p_i = \bar{p}_i$ に達するまでの弾性地山の応力は式(1)と式(7), (9), (4)および境界条件 $\sigma_r|_{r=a} = p_i$, $\sigma_r|_{r \rightarrow \infty} = p_0$ を用いて次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= p_0 - (p_0 - p_i)(a/r)^2 \\ \sigma_\theta &= p_0 + (p_0 - p_i)(a/r)^2 \\ \sigma_z &= \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) + E\varepsilon_z = q_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ひずみは式(7)に式(11)を代入すると次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \varepsilon_r^{(e)} = \{ (1-\nu)p_0 - \nu q_0 \\ &\quad - (1+\nu)(p_0 - p_i)(a/r)^2 \} / E \\ \varepsilon_\theta &= \varepsilon_\theta^{(e)} = \{ (1-\nu)p_0 - \nu q_0 \\ &\quad + (1+\nu)(p_0 - p_i)(a/r)^2 \} / E \\ \varepsilon_z &= \varepsilon_z^{(e)} = (q_0 - 2\nu p_0) / E \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

体積ひずみは $\varepsilon_{vol} = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z$ であり、次式に示す。

$$\varepsilon_{vol} = (1-2\nu)(2p_0 + q_0) / E \quad \dots\dots\dots (13)$$

径方向変位 u とトンネル掘削前の初期変位成分を差し引いた掘削後の押し出し変位成分 u^* はそれぞれ次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} u &= r\varepsilon_\theta = \{ (1-\nu)p_0 - \nu q_0 \\ &\quad + (1+\nu)(p_0 - p_i)(a/r)^2 \} r / E \\ u^* &= \frac{1+\nu}{E} (p_0 - p_i) \frac{a^2}{r} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

次に、地山応力は式(11)から明らかなように $\sigma_\theta > \sigma_r$ であり、これらと σ_z の大小関係で次の 3 つの地山応力モードを定義する。すなわち、トンネル軸方向の地山応力 σ_z が最大主応力であるモード A ($\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$)、 σ_z が最小主応力であるモード B ($\sigma_\theta > \sigma_r > \sigma_z$) および σ_z が中間主応力であるモード C ($\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$) の 3 つである。なお、いずれの応力モードでもトンネル壁面において、地山内の最大および最小の応力値の組合せになり、降伏はまず壁面から生じることがわかる。従って、トンネル掘削後、地山が降伏する条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} 2p_0 > q_0 \text{ のとき, } S_c < 2p_0 \\ 2p_0 < q_0 \text{ のとき, } S_c < q_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

4. 第一次降伏とその後の弾塑性地山状態

4.1 第一次降伏時の地山条件

第一次降伏開始時の内圧 $\bar{p}_i$ をそれぞれの応力モードの場合について求め、その地山降伏条件を分類すると次のようになる。

- (a) モード A 第一次降伏状態 ($\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$)

第一次降伏時の内圧を $\bar{p}_i^A$ とすると、トンネル壁面における主応力は $\sigma_1 = \sigma_z|_{r=a} = q_0$, $\sigma_2 = \sigma_\theta|_{r=a} = 2p_0 - \bar{p}_i^A$, $\sigma_3 = \sigma_r|_{r=a} = \bar{p}_i^A$ であり、降伏条件式(2)に代入すると、

$$\bar{p}_i^A = (q_0 - S_c) / \zeta \quad \dots\dots\dots (16)$$

として求められる。このとき、 $\bar{p}_i^A > 0$ であり、モード A で第一次降伏するための条件 $\sigma_z|_{r=a} > \sigma_\theta|_{r=a}$ も考慮して、降伏条件を地山強度 S_c で整理すると次のようになる。

図 2 解析モデルと使用記号

表1 地山の第一次降伏条件とそのモード分類

Far-field pressure relations	Rock strength conditions		Yield mode	Yield pressure $\bar{p}_i$	Stress order $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$
$q_0 = 2p_0$	$q_0 > 2p_0$	$q_0 - \zeta p_0 < S_c < q_0$	A	$\bar{p}_i^A = \frac{q_0 - S_c}{\zeta}$	$\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$
$\left\{ \begin{array}{l} 2p_0 > q_0 > p_0 \\ q_0 = p_0 \end{array} \right.$	$q_0 - \zeta p_0 < S_c < 2p_0$	$q_0 - \zeta p_0 < S_c < (\zeta + 1)q_0 - 2\zeta p_0$	(CA)	$\bar{p}_i^C = \frac{2p_0 - S_c}{\zeta + 1}$	$\sigma_z = \sigma_\theta > \sigma_r$
		$(\zeta + 1)q_0 - 2\zeta p_0 < S_c < 2p_0$	C		
$\left\{ \begin{array}{l} p_0 > q_0 > 0 \\ q_0 = 0 \end{array} \right.$	$p_0 - \zeta q_0 < S_c < 2p_0$	$2p_0 - (\zeta + 1)q_0 < S_c < 2p_0$	(CB)	$\bar{p}_i^B = 2p_0 - \zeta q_0 - S_c$	$\sigma_\theta > \sigma_r = \sigma_z$
		$p_0 - \zeta q_0 < S_c < 2p_0 - (\zeta + 1)q_0$	B

図3 地山条件による第一次降伏モード ($\zeta=3$ の場合)

$$\left. \begin{array}{l} q_0 > 2p_0 \text{ のとき, } S_c < q_0 \\ 2p_0 > q_0 > p_0 \text{ のとき, } S_c < (\zeta + 1)q_0 - 2\zeta p_0 \end{array} \right\} \dots\dots (17)$$

(b) モードB第一次降伏状態 ($\sigma_\theta > \sigma_r > \sigma_z$)

$$\text{第一次降伏時の内圧を } \bar{p}_i^B \text{ とすると, 同様に求めて, } \bar{p}_i^B = 2p_0 - \zeta q_0 - S_c \dots\dots (18)$$

である。降伏条件を地山強度 S_c で整理すると次のようになる。

$$p_0 > q_0 \text{ のとき, } S_c < 2p_0 - (\zeta + 1)q_0 \dots\dots (19)$$

(c) モードC第一次降伏状態 ($\sigma_\theta > \sigma_z > \sigma_r$)

$$\text{第一次降伏時の内圧を } \bar{p}_i^C \text{ とすると, 同様に求めて, } \bar{p}_i^C = (2p_0 - S_c) / (\zeta + 1) \dots\dots (20)$$

である。降伏条件を地山強度 S_c で整理すると次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} p_0 > q_0 \text{ のとき, } 2p_0 > S_c > 2p_0 - (\zeta + 1)q_0 \\ p_0 < q_0 \text{ のとき, } 2p_0 > S_c > (\zeta + 1)q_0 - 2\zeta p_0 \end{array} \right\} \dots\dots (21)$$

以上の第一次降伏の地山条件を式(10), (19)を考慮してモードA, B, Cの場合に分類すると表1のようである。ここで, モードC AおよびCBは, それぞれモードCとAおよびモードCとBが複合して生じる降伏モードを示し, トンネル壁面の応力がそれぞれ $\sigma_z = \sigma_\theta > \sigma_r$ および $\sigma_\theta > \sigma_r = \sigma_z$ の場合に生じる。なお, 地山条件による第一次降伏モードの分類例として, 地山の内部摩擦角 $\phi = 30^\circ$ すなわち $\zeta = 3$ の場合を図3に示す。

4.2 第一次降伏後の弾塑性地山状態

地山が第一次降伏後, さらに内圧 p_i が減少すると, 塑性状態が壁面から次第に地山内部へ進展し, その領域が拡大する。このように弾塑性2領域で表わされる地山の解析解をモードAの場合を例にして誘導する。なお, 弾塑性領域の境界半径を R とする。

(a) 弾性領域 図2に示す領域I ($R \leq r < \infty$)では弾性状態であり, 境界条件は $\sigma_r|_{r=R} = \sigma_{rR}$, $\sigma_r|_{r \rightarrow \infty} = p_0$ である。式(11)~(14)で, a , p_i をそれぞれ R , σ_{rR} に置き換えれば同様に求めてみる。なお, 弾塑性境界で降伏条件式(2)を満足し, 降伏モードAであることから σ_{rR} が次のように求まる。

$$\sigma_{rR} = (q_0 - S_c) / \zeta \dots\dots (22)$$

(b) 塑性領域 図2に示す領域II ($a \leq r \leq R$)では塑性状態であり, 完全塑性体を仮定しているので降伏条件式(2)はそのまま塑性状態の応力を支配する条件でもある。式(2)をモードA降伏条件式 $f_{zr} = 0$ とすれば次式のような。

$$f_{zr} = \sigma_z - \zeta \sigma_r - S_c = 0 \dots\dots (23)$$

これを用いて関連流動則の式(8)に適用すると,

$$\dot{\epsilon}_r^{(p)} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_r} = \lambda \frac{\partial f_{zr}}{\partial \sigma_r} = -\lambda \zeta, \quad \dot{\epsilon}_\theta^{(p)} = 0, \quad \dot{\epsilon}_z^{(p)} = \lambda$$

であり, これらから次式が成立する。

$$\dot{\epsilon}_r^{(p)} + \zeta \dot{\epsilon}_z^{(p)} = 0, \quad \dot{\epsilon}_\theta^{(p)} = 0 \dots\dots (24)$$

上式から, $\epsilon_r^{(p)} + \zeta \epsilon_z^{(p)}$, $\epsilon_\theta^{(p)}$ は内圧 p_i の変化に無関係に一定でしかも弾性状態では零であることから次式が成立する。

$$\epsilon_r^{(p)} + \zeta \epsilon_z^{(p)} = 0, \quad \epsilon_\theta^{(p)} = 0 \dots\dots (25)$$

次に, ひずみは, 式(6), (9), (25)を用いれば, 次のように弾性ひずみだけで表わすことができる。

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_r = \epsilon_r^{(e)} + \zeta \epsilon_z^{(e)} - \zeta (q_0 - 2\nu p_0) / E \\ \epsilon_\theta = \epsilon_\theta^{(e)} \\ \epsilon_z = (q_0 - 2\nu p_0) / E = \text{const.} \end{array} \right\} \dots\dots (26)$$

以上から領域IIの応力-ひずみ関係は式(7)から式(23)を用いて σ_z を消去し, 式(26)に代入すれば次式のように求まる。

$$\begin{aligned} & \{ \zeta^2 + 1 - \nu (\zeta + 1)^2 \} \sigma_r \\ &= E \{ \epsilon_r + \nu (\zeta + 1) \epsilon_\theta \} / (1 + \nu) \\ & - \{ \zeta - \nu (\zeta + 1) \} S_c + \zeta (q_0 - 2\nu p_0) / (1 + \nu) \dots\dots (27) \\ & \{ \zeta^2 + 1 - \nu (\zeta + 1)^2 \} \sigma_\theta \\ &= E \{ \nu (\zeta + 1) \epsilon_r + (\zeta^2 + 1 - 2\zeta \nu) \epsilon_\theta \} / (1 + \nu) \\ & - \nu (\zeta - 1) S_c + \zeta \nu (\zeta + 1) (q_0 - 2\nu p_0) / (1 + \nu) \dots\dots (28) \end{aligned}$$

式(1)を式(27), (28)から ϵ_r , ϵ_θ で表わし, さらに式(4)から変位 u で表わすと, 次の基礎方程式が得られる。

$$r^2 \frac{d^2 u}{dr^2} + r \frac{du}{dr} - \alpha^2 u = -\zeta (\zeta - 2\nu) A r \dots\dots (29)$$

ここで, $\alpha^2 = \zeta^2 + 1 - 2\zeta \nu$, ($\alpha > 1$)

$$A = \left[\frac{1 - \nu (\zeta + 1)}{(1 + \nu)} (q_0 - 2\nu p_0) - (1 + \nu) (1 - 2\nu) S_c \right] / \{ E (\zeta - 2\nu) \} \dots\dots (31)$$

である。式(29)の一般解は A_1 , A_2 を積分定数として,

$$u = A_1 r^\alpha + A_2 r^{-\alpha} + A r \dots\dots (32)$$

で与えられる。従って, ひずみは式(4)から,

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_r = \alpha A_1 r^{\alpha-1} - \alpha A_2 r^{-\alpha-1} + A \\ \epsilon_\theta = A_1 r^{\alpha-1} + A_2 r^{-\alpha-1} + A \end{array} \right\} \dots\dots (33)$$

であり, 応力は式(27), (28)を用いて次のようになる。

$$\begin{aligned} & \{ \zeta^2 + 1 - \nu (\zeta + 1)^2 \} \left[\sigma_r + \frac{S_c + 2\nu p_0 - q_0}{\zeta - 2\nu} \right] \\ &= E \left[\{ \alpha + \nu (\zeta + 1) \} A_1 r^{\alpha-1} - \{ \alpha - \nu (\zeta + 1) \} A_2 r^{-\alpha-1} \right] / (1 + \nu) \dots\dots (34) \\ & \{ \zeta^2 + 1 - \nu (\zeta + 1)^2 \} \left[\sigma_\theta + \frac{S_c + 2\nu p_0 - q_0}{\zeta - 2\nu} \right] \end{aligned}$$

表2 モードC第一次降伏後の地山についての第二次降伏条件とそのモード分類

Far-field pressure relations $q_0 = 0$	Rock strength conditions of primary yield mode C	Branch conditions	Secondary yield mode
$0 < q_0 < 2\nu p_0$	$2p_0 - (\zeta + 1)q_0 < S_c < 2p_0$	$\nu(\zeta + 1) > 1$ and $2p_0 - (\zeta + 1)q_0 < S_c < \frac{2\nu p_0 - q_0}{\nu}$	(E→C→)CB
		$\nu(\zeta + 1) < 1$ or $\frac{2\nu p_0 - q_0}{\nu} < S_c < 2p_0$	(E→C)
$q_0 = 2\nu p_0$	$2p_0 - (\zeta + 1)q_0 < S_c < 2p_0$	$2p_0 - (\zeta + 1)q_0 < S_c < \frac{q_0 - 2\nu p_0}{1 - \nu}$	(E→C→)CA
$2\nu p_0 < q_0 < p_0$		$\frac{q_0 - 2\nu p_0}{1 - \nu} < S_c < 2p_0$	(E→C)
$q_0 = p_0$	$(\zeta + 1)q_0 - 2\zeta p_0 < S_c < 2p_0$	$(\zeta + 1)q_0 - 2\zeta p_0 < S_c < \frac{q_0 - 2\nu p_0}{1 - \nu}$	(E→C→)CA
$p_0 < q_0 < 2p_0$		$\frac{q_0 - 2\nu p_0}{1 - \nu} < S_c < 2p_0$	(E→C)
$q_0 = 2p_0$			

$$= E\alpha \left[\{\alpha + \nu(\zeta + 1)\} A_1 r^{\alpha-1} + \{\alpha - \nu(\zeta + 1)\} A_2 r^{-\alpha-1} \right] / (1 + \nu) \quad (35)$$

ここで、未知数は R , A_1 , A_2 であり、次の条件から求まる。

- i 弾塑性境界 $r = R$ における応力 σ_r の連続性
- ii 弾塑性境界 $r = R$ における変位 u の連続性
- iii 境界条件として、 $\sigma_r|_{r=a} = p_i$

まず、条件 i, ii から A_1 , A_2 が求められ、次に条件 iii から R が求められ、次式のようなのである。

$$A_1 = \frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{S_c + \zeta p_0 - q_0}{\zeta(\zeta - 2\nu)} \left\{ \zeta - \nu(\zeta + 1) \right\} - \nu(\zeta - 1)/\alpha \cdot R^{1-\alpha} \quad (36)$$

$$A_2 = \frac{1 + \nu}{E} \cdot \frac{S_c + \zeta p_0 - q_0}{\zeta(\zeta - 2\nu)} \left\{ \zeta - \nu(\zeta + 1) \right\} + \nu(\zeta - 1)/\alpha \cdot R^{1+\alpha} \quad (37)$$

$$\frac{\zeta - \nu + \alpha\nu}{\alpha} \left[\frac{R}{a} \right]^{1-\alpha} - \frac{\zeta - \nu - \alpha\nu}{\alpha} \left[\frac{R}{a} \right]^{1+\alpha} = \zeta \left\{ 1 - \frac{(\zeta - 2\nu)(p_0 - p_i)}{S_c + \zeta p_0 - q_0} \right\} \quad (38)$$

式(38)は、パラメータである内圧 p_i によって定められる弾塑性境界半径 R についての関係式であり、陽には解けずに数値的にしか求められない。以上によって、地山全領域の応力、ひずみ、変位がすべて求められる。なお、ここで求めたモードA第一次降伏後の地山状態の解析解は、内圧 p_i が第一次降伏時の内圧 $\hat{p}_i^A$ から第二次降伏時の内圧 $\hat{p}_i^{AC}$ までの値をとる場合に成立する。

なお、その他の4つのモードB, C, CA, CBの第一次降伏後の弾塑性地山状態の解析解もモードA第一次降伏の場合と同様な手順でそれぞれ誘導できるがここでは割愛する。

5. 第二次降伏とその後の弾塑性地山状態

トンネル掘削がさらに進行すると第一次の降伏モードから複合した降伏モードに変化する場合がある。すなわち、降伏に直接関与していなかった中間主応力が掘削の進行とともに最大あるいは最小主応力に等しくなって降伏に関与するようになる。このような第二次降伏についてその地山条件を求め、第二次降伏後の弾塑性3領域で構成される地山状態の解析解について、モードA第一次降伏後さらにモードAC第二次降伏する地山を例に誘導する。

5.1 第二次降伏発生時の地山条件

第二次降伏発生時の内圧を $\hat{p}_i$ とし、まずその発生する地山条件を検討する。第一次降伏モードA, B, C, CA, CBの内、複合降伏モードCAおよびCBの場合には降伏モードは変化しない。すなわち、最終状態でも弾塑性2領域で表わされる地山状態であ

る。次に、モードAおよびBの場合は、内圧 p_i が減少するとそれぞれ複合降伏モードACおよびBCへ変化し、第二次降伏が発生する。すなわち、最終状態ではモードの異なる2つの塑性域を含む弾塑性3領域で表わされる地山状態になる。最後に、モードCの場合は、第二次降伏が発生しないで掘削完了する場合と複合降伏モードCAあるいはCBの第二次降伏が発生する場合とが存在し、3種類のモード(C, C→CA, C→CB)に分類できる。そこで、モードC第一次降伏後の地山について第二次降伏が発生するかどうかの地山条件とそのモード分類を表2に示す。

なお、降伏モードがさらに変化するような第三次降伏は、初期地圧 p_0 , q_0 の変化(地表面での切り土や盛り土などに起因する地圧変化など)がない限り、発生しない。このため、地山の解析解は弾性と塑性の最大3領域以内で表わされることになる。

5.2 第二次降伏後の弾塑性地山状態

トンネル掘進に伴ってモードA ($\sigma_z > \sigma_\theta > \sigma_r$) で第一次降伏した後、さらに内圧 p_i が減少すると、トンネル壁面で第二次降伏が発生し、モードAとCの複合した降伏モードAC ($\sigma_z = \sigma_\theta > \sigma_r$) へ変化する。さらに p_i が第二次降伏時の内圧 $\hat{p}_i^{AC}$ よりも減少すると、地山には弾性状態と2つの異なる塑性状態の3つの領域が存在するようになる。この場合の弾塑性領域の境界半径を R 、塑性領域内の降伏モードが異なる2つの領域間の境界半径を R_1 として、それぞれの領域の応力、ひずみ、変位解を求めると次のようになる。なお、図2に示す領域I ($R \leq r < \infty$) では弾性状態、領域II ($R_1 \leq r \leq R$) ではモードA塑性状態であり、ともに4.2の誘導と同様であるため、省略する。

図2に示す領域III ($a \leq r \leq R_1$) では複合降伏モードAC塑性状態である。モードAC ($\sigma_z = \sigma_\theta > \sigma_r$) では $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_\theta$, $\sigma_3 = \sigma_r$ であるため、降伏条件式(2)はモードAとモードCの2つの降伏条件で次のように表わされる。

$$f_{zr} = \sigma_z - \zeta \sigma_r - S_c = 0 \quad (39)$$

$$f_{\theta r} = \sigma_\theta - \zeta \sigma_r - S_c = 0 \quad (40)$$

式(1)と式(39), (40)および境界条件 $\sigma_r|_{r=a} = p_i$ から次の応力解が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \left[p_i + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right] \left[\frac{r}{a} \right]^{\zeta - 1} - \frac{S_c}{\zeta - 1} \\ \sigma_\theta &= \sigma_z = \zeta \sigma_r + S_c \\ &= \zeta \left[p_i + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right] \left[\frac{r}{a} \right]^{\zeta - 1} - \frac{S_c}{\zeta - 1} \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

弾性ひずみ成分は式(7)と式(41)から次式のようにになる。

$$E\epsilon_r^{(e)} = (1 - 2\zeta\nu) \left[p_i + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right] \left[\frac{r}{a} \right]^{\zeta - 1}$$

$$E\epsilon_{\theta}^{(e)} = E\epsilon_z^{(e)} = \left\{ \begin{aligned} & \zeta - \nu(\zeta + 1) \\ & \cdot \left[p_i + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right] \left[\frac{r}{a} \right]^{\zeta - 1} - (1 - 2\nu) \frac{S_c}{\zeta - 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots (42)$$

塑性ひずみ成分は式(39), (40)を式(8)に適用すると,

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_r^{(p)} &= \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial \sigma_r} + \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial \sigma_r} = \lambda_{zr} \frac{\partial f_{zr}}{\partial \sigma_r} + \lambda_{\theta r} \frac{\partial f_{\theta r}}{\partial \sigma_r} \\ &= -\lambda_{zr} \cdot \zeta - \lambda_{\theta r} \cdot \zeta, \\ \dot{\epsilon}_{\theta}^{(p)} &= \lambda_{\theta r}, \quad \dot{\epsilon}_z^{(p)} = \lambda_{zr} \end{aligned}$$

であり, これらから次式が成立する。

$$\dot{\epsilon}_r^{(p)} + \zeta \dot{\epsilon}_{\theta}^{(p)} + \zeta \dot{\epsilon}_z^{(p)} = 0 \dots\dots\dots (43)$$

上式からわかるように, $\epsilon_r^{(p)} + \zeta \epsilon_{\theta}^{(p)} + \zeta \epsilon_z^{(p)}$ は内圧 p_i の変化に無関係であり, しかも, 第二次降伏以前も式(43)からわかるように零であることから次式が成立する。

$$\epsilon_r^{(p)} + \zeta \epsilon_{\theta}^{(p)} + \zeta \epsilon_z^{(p)} = 0 \dots\dots\dots (44)$$

ひずみは式(6)と式(9), (44)から次式のようになる。

$$\epsilon_r = \epsilon_r^{(e)} + \zeta \epsilon_z^{(e)} - \zeta (q_0 - 2\nu p_0) / E - \zeta \epsilon_{\theta}^{(p)} \dots (45)$$

$$\epsilon_{\theta} = \epsilon_{\theta}^{(e)} + \epsilon_{\theta}^{(p)} \dots\dots\dots (46)$$

ここで, 弾性ひずみ成分は式(42)で与えられるため, $\epsilon_r, \epsilon_{\theta}$ は $\epsilon_{\theta}^{(p)}$ だけの関数になることがわかる。そこで, ひずみの適合条件式(5)に式(45), (46), (42)を用いれば $\epsilon_{\theta}^{(p)}$ に関する次の微分方程式が求められる。

$$\begin{aligned} r \frac{d\epsilon_{\theta}^{(p)}}{dr} + (\zeta + 1) \epsilon_{\theta}^{(p)} + \frac{\zeta}{E} \left\{ q_0 - 2\nu p_0 \right. \\ \left. + (1 - 2\nu) \frac{S_c}{\zeta - 1} \right\} + \frac{2\zeta\nu - 1}{E} \left\{ p_i + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right\} \left[\frac{r}{a} \right]^{\zeta - 1} \\ = 0 \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

ところで, 式(45)から領域ⅡとⅢの境界 $r = R_1$ では $\epsilon_{\theta}^{(p)} = 0$ であり, この境界条件を用いて式(47)を解くと,

$$\begin{aligned} \epsilon_{\theta}^{(p)} &= \frac{1}{E} \left[\frac{2\zeta\nu - 1}{2\zeta} \left\{ p_i + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right\} \left[\frac{R_1}{a} \right]^{\zeta - 1} \right. \\ &\quad \cdot \left\{ \left[\frac{R_1}{r} \right]^{\zeta + 1} - \left[\frac{r}{R_1} \right]^{\zeta - 1} \right\} + \frac{\zeta}{\zeta + 1} \left\{ q_0 - 2\nu p_0 \right. \\ &\quad \left. + (1 - 2\nu) \frac{S_c}{\zeta - 1} \right\} \left\{ \left[\frac{R_1}{r} \right]^{\zeta + 1} - 1 \right\} \right] \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

となり, $\epsilon_z^{(p)}$ および $\epsilon_r^{(p)}$ も式(6), (9), (42)および式(44)を用いて順次求められる。

未知数は R, R_1, A_1, A_2 であり, 次の条件から求まる。

- i 領域Ⅰ, Ⅱの境界 $r = R$ における応力 σ_r の連続性
- ii 領域Ⅰ, Ⅱの境界 $r = R$ における変位 u の連続性
- iii 領域Ⅱ, Ⅲの境界 $r = R_1$ における応力 σ_r の連続性
- iv 領域Ⅱ, Ⅲの境界 $r = R_1$ における変位 u の連続性

まず, 条件 i, ii から A_1, A_2 が求まり, 前述の式(36), (37)と同様であり, 条件 iii, iv から次式が成立する。

$$\begin{aligned} & \frac{\zeta - \nu + \alpha\nu}{\alpha} \left[\frac{R}{R_1} \right]^{1 - \alpha} - \frac{\zeta - \nu - \alpha\nu}{\alpha} \left[\frac{R}{R_1} \right]^{1 + \alpha} - \zeta \\ &= \frac{\zeta(\zeta - 2\nu)}{S_c + \zeta p_0 - q_0} \left\{ \left[p_i + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right] \left[\frac{R_1}{a} \right]^{\zeta - 1} \right. \\ &\quad \left. - \left[p_0 + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right] \right\} \dots\dots\dots (49) \\ & (1 + \nu) \left[\left\{ \zeta - \nu(\zeta - 1) - \frac{\nu(\zeta - 1)}{\alpha} \right\} \left[\frac{R}{R_1} \right]^{1 - \alpha} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \zeta - \nu(\zeta - 1) + \frac{\nu(\zeta - 1)}{\alpha} \right\} \left[\frac{R}{R_1} \right]^{1 + \alpha} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\zeta(\zeta - 2\nu)}{S_c + \zeta p_0 - q_0} \left[\left\{ \zeta - \nu(\zeta + 1) \right\} \left[p_i + \frac{S_c}{\zeta - 1} \right] \right. \\ &\quad \cdot \left[\frac{R_1}{a} \right]^{\zeta - 1} - \frac{1 - \nu(\zeta + 1)}{\zeta - 2\nu} \left\{ q_0 - 2\nu p_0 \right. \\ &\quad \left. + (1 - 2\nu) \frac{S_c}{\zeta - 1} \right\} \left. \right] \dots\dots\dots (50) \end{aligned}$$

式(49), (50)から, R_1/a の項を消去すると,

$$\begin{aligned} & [\zeta - \nu(\zeta + 1) - \{\zeta^2 - (\zeta^2 + \zeta + 1)\nu + 2\zeta\nu^2\}/\alpha] (R/R_1)^{1 - \alpha} \\ & + [\zeta - \nu(\zeta + 1) + \{\zeta^2 - (\zeta^2 + \zeta + 1)\nu + 2\zeta\nu^2\}/\alpha] (R/R_1)^{1 + \alpha} \\ &= \frac{\zeta(\zeta - 1)}{S_c + \zeta p_0 - q_0} \left\{ q_0 - 2\nu p_0 + (1 - 2\nu) \frac{S_c}{\zeta - 1} \right\} \dots\dots\dots (51) \end{aligned}$$

という R/R_1 に関する関係式が求まる。これはパラメータである内圧 p_i を含まない式であり, R/R_1 は p_i に依存せず, 常に一定値であることがわかる。また, R/R_1 は陽には解けずには数値的にしか求められない。次に, R/R_1 が式(51)から求まれば, 式(49)を用いて R_1 も求まり, $R = (R/R_1) \cdot R_1$ から R も求まる。以上によって全領域Ⅰ, Ⅱ, Ⅲの応力, ひずみ, 変位がすべて求められる。最後に, 第二次降伏発生時の内圧の値 $\hat{p}_i^{AC}$ は, 式(49)で $R_1 = a$ とすれば次のように求まる。

$$\begin{aligned} \hat{p}_i^{AC} &= p_0 + \frac{S_c + \zeta p_0 - q_0}{\zeta(\zeta - 2\nu)} \left\{ \frac{\zeta - \nu + \alpha\nu}{\alpha} \left[\frac{R}{R_1} \right]^{1 - \alpha} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\zeta - \nu - \alpha\nu}{\alpha} \left[\frac{R}{R_1} \right]^{1 + \alpha} - \zeta \right\} \dots\dots\dots (52) \end{aligned}$$

第一次と第二次の降伏モードがそれぞれ $A \rightarrow AC$ の場合と同様にして, $B \rightarrow BC$, $C \rightarrow CA$, $C \rightarrow CB$ の場合の第二次降伏後の弾塑性地山状態の解析解も誘導できるがここでは割愛する。

6. 地山条件による弾塑性解析解の分類とその数値例

トンネルの破壊モードを考慮して, 掘削に伴う地山の弾塑性状態の変遷を表わす全解析解を応力分布によって分類する。具体的にその数値例を求めて, トンネル掘進に伴って変化する地山状態および最終状態の $p_i = 0$ における地山状態について検討する。

6.1 トンネルの破壊モードとその解析解の分類

トンネル周辺地山の応力状態を検討すると, トンネル軸方向地圧 σ_z を加えた 3つの主応力 $\sigma_r, \sigma_{\theta}, \sigma_z$ の大小関係から前述の降伏モード A, B, C の分類と同様にして図4に示すような破壊モードが考えられる。すなわち, σ_z が最大主応力であるモード A, 最小主応力であるモード B および中間主応力であるモード C の 3つの破壊モードに分類できる。従って, トンネル軸方向の初期地圧の相対的な大きさによって, トンネル掘進に伴って発生する破壊モードも異なり, 当然, トンネル周辺の地山挙動も異なっていると考えられる。そこで, 地山の第一次および第二次降伏を考慮して求めてきた全弾塑性解析解について, トンネル掘進に伴う地山挙動の変遷に従ってその応力分布を整理して示すと図5のように表わせる。同図における個々の図は縦軸に応力, 横軸に径方向距離をとった応力分布図である。 $\sigma_r, \sigma_{\theta}$ の分布を実線で, σ_z を破線で示している。また, 個々の図の配置については, 上から下へ向かって, トンネル軸方向の初期地圧 q_0 が大きい場合から小さい場合へと並べている。一方, 左から右へ向かって, トンネル掘削前の初期状態から弾性状態, 弾塑性状態へと至るトンネル掘削の進行順に並べている。降伏後の地山は, 第一次降伏を経て2領域で構成され, さらに第二次降伏を経る場合には3領域で構成された応力分布モードになる。図中の分類記号 (E $\rightarrow$ A $\rightarrow$ AC な

図4 トンネルの破壊モード

ど)は、トンネル壁面を含む内空側地山の応力モードの変遷を表わす記号であり、弾性状態をEとし、塑性状態を降伏モードに従ってA, B, C, CA, CBとしてその変遷を表わしている。また、地山内の各領域の応力分布モードの構成を表わす記号でもあり、E→A→ACの場合、未降伏の弾性領域E、モードA第一次降伏後の塑性領域A、およびモードAC第二次降伏後の塑性領域ACの3領域で構成されていることを示している。

弾塑性解析解から判明した事項を列挙すると次のようである。

i. 地山の第一次降伏は、トンネル軸方向地圧の大きさによって3つのモードA, B, Cとこれらの複合した2つのモードCA

[AC], CB[BC]との計5つのモードに分類できる。これらはトンネル軸方向の初期地圧比 q_0/p_0 、地山強度比 S_c/p_0 および地山の内部摩擦角関数 ζ によって支配される。

ii. 第一次降伏後、さらに地山が第二次降伏する場合もあり、そのモードは複合降伏モードであるCA[AC]およびCB[BC]の2種類であるが、第二次降伏に至るまでの降伏過程が異なり、モードA第一次降伏後にモードAC第二次降伏を生じるA→AC、同様にB→BC, C→CAおよびC→CBの計4つの第二次降伏モードに分類できる。これらは q_0/p_0 , S_c/p_0 , ζ のほか地山のポアソン比 ν によって支配される。

iii. トンネル掘進に伴って発生する地山の第一次、第二次降伏はともにまず、トンネル壁面で生じ、地山内へと進展していく。

iv. 弾塑性地山状態を応力分布モードに従って分類すると、第一次降伏後の2領域で構成されるE→A, E→B, E→C, E→CA, E→CBと、第二次降伏後の3領域で構成されるE→A→AC, E→B→BC, E→C→CA, E→C→CBとの計9つの弾塑性解析解が存在する。なお、最終状態の $p_i = 0$ ではE→C, E→CA, E→CB, E→A→AC, E→B→BC, E→C→CA, E→C→CBの計7つになり、いずれも最終的にモードCを含む降伏モードに至ることを示している。

v. 降伏後の弾塑性地山では、各領域間の境界 $r=R$ および $r=R_1$ の応力、ひずみの境界値は、パラメータである内圧 p_i に依存せず常に一定値である。すなわち、トンネル掘進に伴って地山の塑性領域が増大して、各領域間の境界位置は移動するが、境界の応力、ひずみの大きさは常に一定のままである。

6.2 トンネル掘進に伴って変化する地山状態

内圧 p_i をパラメータとするトンネル掘進過程 ($p_0 \geq p_i \geq 0$) の地山状態の変化を具体的に検討するため、地山強度比 $S_c/p_0 =$

図5 円形トンネル掘進に伴う地山応力状態の変遷を表わす全解析解の分類模式図

1, 地山の内部摩擦角関数 $\zeta=3$ (すなわち, $\phi=30^\circ$), 地山のポアソン比 $\nu=1/3$ である場合の数値例を示す。

まず, トンネル掘進に伴って, 地山が初めて第一次, 第二次降伏に達したときのそれぞれの内圧の値 $\bar{p}_i, \hat{p}_i$ をトンネル軸方向の初期地圧比 q_0/p_0 に従って求めて図6に示す。 q_0/p_0 を横軸にとり, トンネル内圧比 p_i/p_0 を縦軸にとれば, 縦軸は上から下へ向かってトンネルの掘進過程を表わしている。同図の実線が第一次降伏時, 点線が第二次降伏時のトンネル内圧をそれぞれ示している。モードA, Bは, モードCよりも第一次降伏時の内圧 $\bar{p}_i$ が大きな値の時に, すなわち, 掘進過程のより早期の段階で降伏が生じている。モードAについては q_0/p_0 が大きくなるに従って, 逆にモードBについては q_0/p_0 が小さくなるに従って, より大きな p_i で降伏, すなわち, 早期に弾塑性地山状態へ移行する。一方, モードCについては q_0/p_0 によって影響されずに一定の p_i で降伏する。第一次および第二次の降伏モードを q_0/p_0 の大きさによって分類すると次のようである。

$0 < q_0/p_0 < 1/4$ のとき, $E \rightarrow B \rightarrow BC$

$q_0/p_0 = 1/4$ のとき, $E \rightarrow CB$

$1/4 < q_0/p_0 < 1/3$ のとき, $E \rightarrow C \rightarrow CB$

$1/3 \leq q_0/p_0 \leq 4/3$ のとき, $E \rightarrow C$

$4/3 < q_0/p_0 < 7/4$ のとき, $E \rightarrow C \rightarrow CA$

$q_0/p_0 = 7/4$ のとき, $E \rightarrow CA$

$7/4 < q_0/p_0 < 4$ のとき, $E \rightarrow A \rightarrow AC$

なお, q_0/p_0 の値の範囲は $0 < q_0/p_0 < 4$ であり, これ以外の範囲では初期状態においてすでに降伏条件を満足している。

次に, トンネル掘進に伴う壁面変位とその時の内圧との関係,

図6 第一次, 第二次降伏時の内圧

図7 地山特性曲線

すなわち地山特性曲線の一例として, 初期地圧比 $q_0/p_0=3$ である応力分布モード $E \rightarrow A \rightarrow AC$ の場合を図7に実線で示す。なお, 比較のために同図の破線および点線で示した地山特性曲線はそれぞれ未降伏の弾性地山状態と仮定したモードEの場合および $1/3 \leq q_0/p_0 \leq 4/3$ のときの弾塑性地山状態であるモード $E \rightarrow C$ の場合である。 q_0/p_0 が異なるときの他のモード $E \rightarrow B \rightarrow BC$, $E \rightarrow CB$, $E \rightarrow C \rightarrow CB$, $E \rightarrow C \rightarrow CA$, $E \rightarrow CA$ の場合にはそれぞれ微妙に異なるがモード $E \rightarrow C$ の場合とほぼ同一曲線(後掲の図9に示す変位量参照)になる。従って, 地山特性曲線はモードAで第一次降伏を生じる応力分布モード $E \rightarrow A \rightarrow AC$ に限り, 軸方向の初期地圧 q_0 が大きくなるに従って, 内圧 p_i の減少に伴う変位 u_a^* の増大が顕著になる。しかし, 第一次降伏がモードA以外の応力分布モードではモード $E \rightarrow C$ で代表でき, ほぼ同一の地山特性曲線になる。

6.3 トンネル掘削後の最終状態 $p_i=0$ における地山状態

最終状態 $p_i=0$ における地山状態について, 6.2と同様に $S_c/p_0=1$, $\zeta=3$, $\nu=1/3$ である場合の数値例を示す。

まず, 塑性領域が $p_i=0$ において地山内のどこまで達するかを初期地圧比 q_0/p_0 に従って求めると図8のようである。実線は塑性領域の境界を示す弾塑性境界半径 R を, 破線は第二次降伏によって発生した, 塑性領域内の降伏モードが異なる2つの領域間の境界半径 R_1 を表わしている。塑性域の進展は第一次降伏モードの相違によって異なり, モードA, Bの場合にはモードCの場合に比べてより地山深部へ塑性領域が進展し, q_0/p_0 が1前後の値より大きくなるか逆に小さくなるに従って急激に地山深部へ達する傾向がわかる。

図8 $p_i=0$ における塑性領域の大きさ

図9 $p_i=0$ における壁面押し変位

次に、 $p_i=0$ における壁面変位 u_a^* を同様に初期地圧比 q_0/p_0 に従って求めると図9に実線で示すようである。なお、弾性変位解を同図に破線で示している。塑性領域の進展と同様に、壁面変位も降伏モードの相違によって異なり、モードCの場合が最も小さい変位量になる。同図から明らかなように q_0/p_0 が1前後の値より大きくなるに従って変位量は急激に大きくなる。しかし、 q_0/p_0 が1前後の値より小さくなくても変位量は大きくなる傾向を示

図10 $p_i=0$ での変位、応力、ひずみの分布 (E→A→AC)

図11 $p_i=0$ での変位、応力、ひずみの分布 (E→B→BC)

すが、前者程には大きくならない。従って、トンネル軸方向の初期地圧 q_0 が大きくなると、地山の塑性領域の進展が大きくなり、壁面変位量も大きくなることがわかる。一方、 q_0 が小さくなると、塑性領域の進展は大きくなるが、壁面変位量は前者程には大きくならずにはば一定であることがわかる。

最後に、 $p_i = 0$ における変位、応力、ひずみの地山内分布の数値例として、初期地圧比 $q_0/p_0 = 3$ の時のモード $E \rightarrow A \rightarrow AC$ について図10に、 $q_0/p_0 = 1/10$ の時の $E \rightarrow B \rightarrow BC$ について図11に示す。図10および図11の(a)は変位分布を実線で、掘削後の押出し変位 u^* を破線で示している。同図(b)は応力分布を示し、同図(c)はひずみ分布を実線で、その塑性成分を破線で示している。同図(d)は体積ひずみ分布を示している。

7. 結 言

弾塑性論を用いた理論解析によって、円形トンネル掘削時に、トンネル軸方向地圧が周辺地山の力学的挙動に及ぼす影響について定量的に表現することを試みた結果、降伏モードの異なる全解析解を提示することができ、以下のような知見が得られた。

まず、トンネル軸方向地圧が地山の降伏条件に関与する最大あるいは最小主応力になる場合も想定して、円形トンネル掘削時の平面ひずみ場の弾塑性解析を行った。その結果、今まで求められていなかった降伏モードに対する解析解が得られ、これらを分類して示した。トンネル周辺の塑性領域における降伏モードは、トンネル掘進に伴って複合した降伏モードに変化（第二次降伏）する場合もあり、異なるモードを有する2つの塑性領域が周辺地山に発生する場合が存在することも明らかになった。トンネルの破壊モードは地山応力状態を示す主応力成分の大小関係から3種類に分類できるが、それぞれの地山状態を理論的に解析すると、軸

方向初期地圧の大きさによって地山降伏後の弾塑性地山状態として9種類の相異なる応力分布が存在する。この中で、トンネル軸方向初期地圧が大きくなる場合、周辺地山挙動に及ぼす掘削の影響（地山の塑性領域や壁面変位量）は次第に大きくなることを示した。また、塑性論における関連流動則を仮定して塑性ひずみを求めたことによって降伏後のトンネル周辺の塑性領域で発生する塑性ひずみや体積膨張を定量的に算出できるようになった。

パラメータである内圧 p_i の減少によってトンネル掘進過程を評価する平面ひずみ解析モデルを用いて検討したが、厳密に言えば、トンネル切羽支持力の効果については評価できず、当然、切羽周辺の三次元解析が必要である。しかし、三次元解析に先立つ予備解析として、あるいは平面ひずみ弾塑性有限要素解析などの数値解を検証するための厳密解としてはそのまま利用できる。また、立坑などの坑軸方向の初期地圧が大きい場合やトンネル坑口付近などの坑軸方向の初期地圧が小さい場合などの一般の地下空洞の設計、施工時の基礎指針として本解析解が応用できる。

引 用 文 献

- 1) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N. : Theory of Elasticity, 3rd ed., McGraw-Hill Kogakusha, 65~149, (1970)
- 2) Jaeger, J. C. and Cook, N. G. W. : Fundamentals of Rock Mechanics, 3rd ed., Chapman and Hall, 95~98, 235~240, 414~424, (1979)
- 3) 倉西正嗣：弾性学，日本機械学会，80~101, (1957)
- 4) H. カスナー著，金原 弘訳：トンネルの力学，森北出版，42~48, (1974)
- 5) Florence, A. L. and Schwer, L. E. : Int. J. Numr. and Anal. Methods Geomech., Vol. 2, No. 4, 367~379, (1978)

■■■ニュース

中国の英文誌

今まで本会に届いている中国の学会報は、3冊すべて中国語であった。

- ・中南礦冶学院学報 (JOURNAL OF CENTRAL-SOUTH INSTITUTE OF MINING AND METALLURGY)
- ・中国科学技術大学学報 (JOURNAL OF CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY)

・地質科学 (SCIENTIA GEOLOGICA SINICA)

今回初めて英文のTRANSACTIONS-Vol. 1, No. 1 (1991-10) として“TRANSACTIONS OF NONFERROUS METALS SOCIETY OF CHINA” ISSN-6326が、THE NONFERROUS METALS SOCIETY OF CHINAにより発行された。

詳細は下記の通りである。

(W)

Transactions of NFsoc

Central-South University of Technology,
Changsha, Hunan, 410083, China.

To: Transactions of NFsoc Readers

Transactions of Nonferrous Metals Society of China (Transactions of NFsoc) is a comprehensive academic publication with stress on nonferrous metals, sponsored by the Nonferrous Metals Society of China (NFsoc).

The Transactions of NFsoc publish mainly new and high Level papers and achievements of scientific research in the fields of nonferrous metals from geology, mining, mineral engineering, metallurgy, materials science and engineering, mechanical engineering, engineering of automatic control, computer science to physical and chemical measurement and analysis and in addition, selected articles on academic discussion, recent development in science and technology and so forth.

Transactions of NFsoc will be for the reference of university faculty and students, researchers of institutions and engineers of works, mines and other enterprises. This Transactions is published quarterly and is available free of charge to those who need without airmail in 1992

However, Transactions of NFsoc is still available at a nominal price of \$ US26 (£ 15) per year, which is primarily to cover airmail delivery where appropriate. If you wish to receive the publication, please complete the form below and send to us without delay. We will then be able to commence your independent subscription to preserve continuity.