地下空間での高圧ガスの解放による衝撃波の 挙動の数値解析*

——支保柱がある場合の衝撃波の挙動——

八 田 夏 夫¹ 藤 本 仁² 斎 藤 敏 明³

Numerical Analysis of Behaviour of Shock Waves due to Gas Explosion in Underground Space

—— Interaction of shock waves with a support ——

by Natsuo HATTA¹, Hitoshi FUJIMOTO¹ and Toshiaki SAITO¹

1. Faculty of Engineering, Kyoto University, Sakyo-ku, Kyoto 606

This paper is concerned with a numerical experiment on the effect of shock waves on a square pillar in an underground space, as encountered in an explosion of high-pressure gas in a mining shaft or tunnel. A duct with a uniform sectional area is initially divided into two parts by a diaphragm, on the closed end side of which there is high-pressure stagnant gas, and on the open end side of which there is low-pressure stagnant gas. A square pillar stands as a support at the width center in the duct.

In such a situation the numerical experiment has been carried out, and various phenomena have been analysed as follows: As soon as the diaphragm is broken, a strong travelling shock wave propagates into the low-pressure gas region and then interacts with the pillar. Instantaneously the shock wave is separated into the wave reflected from the frontal pillar wall and the ones passing through the both sides of pillar. The former repeats the reflection on the closed end side and frontal pillar one, and weakens and disappears some time later. The latter two waves coalesce with each other downstream from the pillar, and then the wave with triple crossing point is formed, but goes away out of the duct.

In addition, it has been demonstrated that the force acting on the pillar reaches the peak state when the first shock wave from the high pressure side comes to the frontal pillar side and the reflected shock wave is formed. The force drops down a little and increases instantaneously by interaction between the reflected shock wave and the contact surface. Thereafter, the force continues to decrease by the strong flow around the pillar as well as the expansion wave, and disappears in a short time.

KEY WORDS: Underground Space, Gas Explosion, Shock Wave, Support, Numerical Analysis

1. 結 言

巨大工場地帯の出現による人口集中や都市化の促進は、生活空間としての地上を飽和化しつつあり、地下空間を地上空間の延長として利用することが必要不可欠と考えられている。地下の利用形態としては、石油、液化天然ガス、圧縮空気等の流体貯蔵、核廃棄物や火薬類など危険物の貯蔵、食料貯蔵、地下電力施設、地下工場等が考えられているようである¹⁾。そのほかにも、神岡鉱山に見られるように、陽子崩壊観測施設など、金属鉱山等の地下空洞や坑道の新しい利用に関する無数の形態が考えられる。

しかし、地下空間の利用促進を計画する際、地下には災害の原因となる特殊な自然条件が多いこと、かつ、災害規模を増幅させる多くの要因が存在することを厳しく認識する必要があるだろう。地下に貯蔵する燃料や火薬等の可燃物の引火による爆発が起これ

ば、未曾有の大災害に発展することが予想される。したがって、地下空洞の利用促進と同時に、地下の安全に対する配慮が不可欠であり、爆発の規模をある程度予知し、それに応じた地下空洞の設計がなされねばならないと考える。

本研究の目的は、地下空洞での石油・ガス貯蔵タンクの爆発等にもなって発生する衝撃波等の不連続波が角形の支保柱とどのような相互作用を示すかを、数値流体力学的観点から検討することである。一般には、ガス爆発は燃焼反応によりガスの圧力と温度が急激に上昇する現象であるが、不連続波の構造や特性を単純化するために爆発時におけるガス相の化学反応とガスの圧力と温度が上昇するプロセスを無視し、ガス爆発の結果として生ずる高温高圧のガスに置き換えることで理想化している。

ここでは、一様な断面を持つダクトの一端にダイヤフラム弁を介して高圧ガスが封入され、他端は大気に開放された系を想定している。そして、ダイヤフラム弁の下流で、かつダクトの幅中央に支保として正方形断面の角柱が存在している。本論文の目的は、このような状況において、時間 $t = 0$ で弁が破れたときに発生する種々の波が、その後起こる波相互間の干渉や固体壁からの反

* 1991年12月18日受付 1992年10月13日受理

1. 正会員 工博 京都大学教授 工学部資源工学科

2. 正会員 京都大学助手 工学部資源工学科

3. 正会員 工博 京都大学助教授 工学部資源工学科

キーワード: 地下空間, ガス爆発, 衝撃波, 支保柱, 数値解析

射によって生ずる流動特性の変化と衝撃波等の波動の非線形効果の時間的推移を数値的に解析することである。

ガス相は単相とし、粘性を考慮した方程式系が用いられている。方程式系は連続方程式、運動量方程式およびエネルギー方程式から構成されている。また、数値解は非粘性項に対してはChakravarthyとOsher²⁾によって開発されたTVD (Total Variation Diminishing) スキームによって、粘性項に対しては中心差分スキームによって求められている。なお、計算は京都大学大型計算機センターのFACOM VP2600を用いて行っている。

2. 基礎方程式

ダクト内の流れを支配する方程式系は次の無次元量、

$$\left. \begin{aligned} t^* &= t/(L/c_0), \quad x^* = x/L, \quad y^* = y/L, \\ u^* &= u/c_0, \quad v^* = v/c_0, \quad p^* = p/p_0, \\ \rho^* &= \rho/\rho_0, \quad T^* = T/T_0, \quad c^* = c/c_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

によって記述される。ここで、 t は時間、 (x, y) は座標で、ダクトの長手方向を x 軸、幅方向を y 軸に選んでいる。 (u, v) は x 方向および y 方向の速度成分である。 p, ρ, T は圧力、密度、温度であり、 c は音速である。 L は代表長さであり、ここではダクトの固体壁端から開放端までの長さが採用されている。そのほかの代表スケールは添え字0によって記述されているが、ここではダイヤフラム弁によって仕切られた初期の高圧室のガスの状態量が代表スケールとして用いられている。 $*$ (asterisk)は無次元量を示す。

また、ガスの粘性係数 μ および熱伝導率 λ は、

$$\mu^* = \mu/\mu_0, \quad \lambda^* = \lambda/\lambda_0 \dots\dots\dots (2)$$

によって無次元化する。

ダクト内のガスの流れを支配する方程式系はエネルギー方程式、 x 軸方向および y 軸方向の運動量方程式、そして連続方程式から構成される。それらを2次元デカルト座標系によって一括してベクトル形式で記述すると、

$$\frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \frac{\partial F_1^*}{\partial x^*} + \frac{\partial F_2^*}{\partial y^*} + \frac{\partial G_1^*}{\partial x^*} + \frac{\partial G_2^*}{\partial y^*} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 Q^* は従属変数ベクトル、 F_1^*, F_2^* は x, y 方向の非粘性流束ベクトル、 G_1^*, G_2^* は粘性流束ベクトルである。ストークス仮説³⁾を導入して、それぞれのベクトル要素を書くと、

$$\left. \begin{aligned} Q^* &= \begin{pmatrix} e^* \\ \rho^* \\ \rho^* u^* \\ \rho^* v^* \end{pmatrix}, \quad F_1^* = \begin{pmatrix} u^*(e^* + p^*/\gamma) \\ \rho^* u^* \\ \rho^* u^* v^* + p^*/\gamma \\ \rho^* u^* v^* \end{pmatrix} \\ F_2^* &= \begin{pmatrix} v^*(e^* + p^*/\gamma) \\ \rho^* v^* \\ \rho^* u^* v^* \\ \rho^* v^* v^* + p^*/\gamma \end{pmatrix} \\ G_1^* &= \frac{1}{Re_0} \begin{pmatrix} u^* f_x^* - v^* \tau^* - \frac{\lambda^*}{(\gamma-1)Pr_0} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \\ 0 \\ f_x^* \\ -\tau^* \end{pmatrix} \\ G_2^* &= \frac{1}{Re_0} \begin{pmatrix} v^* f_y^* - u^* \tau^* - \frac{\lambda^*}{(\gamma-1)Pr_0} \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \\ 0 \\ -\tau^* \\ f_y^* \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、上式に含まれているいくつかの無次元因子をまとめて示すと、

$$\left. \begin{aligned} f_x^* &= \frac{2}{3} \mu^* \left(\frac{\partial v^*}{\partial y^*} - 2 \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right), \\ f_y^* &= \frac{2}{3} \mu^* \left(\frac{\partial u^*}{\partial x^*} - 2 \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right), \\ \tau^* &= \mu^* \left(\frac{\partial v^*}{\partial x^*} + \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right), \\ Pr_0 &= c_p \mu_0 / \lambda_0, \quad Re_0 = L c_0 \rho_0 / \mu_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

また、 c_p はガスの定圧比熱で、 γ は比熱比($=c_p/c_v$, c_v は定積比熱)である。(4)式に含まれる e^* は単位体積あたりの全エネルギーで、次のように書ける。

$$e^* = \frac{p^*}{\gamma(\gamma-1)} + \frac{1}{2} \rho^* (u^{*2} + v^{*2}) \dots\dots\dots (6)$$

2次元圧縮性流体の流れでは、 u, v, p, ρ および T が求めるべき量となり、方程式が一つ不足するが、さらに、次の状態方程式、

$$p^* = \rho^* T^* \quad (p = \rho R T, \quad R: \text{ガス定数}) \dots\dots\dots (7)$$

によって補てんされる。また、 μ および λ は温度の関数で、次式

$$\left. \begin{aligned} \mu^* &= T^{*\delta} \\ \lambda^* &= 1 + \beta(T - T_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

によって与えられている。なお、計算では、 $\beta = 1.75 \times 10^{-3} K^{-1}$ ⁴⁾および $\delta = 0.76$ としている⁵⁾。

3. 解析方法

3.1 計算スキーム

この数値解析では、先述したように、非粘性項と粘性項から構成された方程式系が用いられている。

粘性項を無視したオイラー方程式系の高次精度解法として、上流差分に基礎を置いたTVDスキームがいくつか提案されている⁶⁾。TVDスキームでは、数値解の空間的な変動量のTotal variationが時間の進展に伴って増幅しないように、理論的に許容できる制御がなされており、例えば、衝撃波のような不連続波の前後で非現実的な数値振動を抑制し、しかも、可能な範囲での格子の数で、不連続波が確実に捕獲できる点に特徴を有している。とくに、ここで用いられているChakravarthyとOsher²⁾によるTVDスキームは流束の1次精度近似値に加えられる2次精度の補正項に対してminmod関数と呼ばれる特殊な関数が導入されている。そのために、陽的に人工粘性項の付加をまったく考慮することなしに計算でき、しかも、TVDパラメータの適当な選択によってその計算値を3次精度にすることができる。

また、このTVDスキームでは、計算領域は数多くの格子に分割され、すべての物理量は格子の中心で代表させることによって離散化している。また、従属変数の決定は非粘性流束の中心差分によって求められており、隣接する二つの界面の流束から格子中心の変数が決定されている。格子界面での流束はRoe⁷⁾の近似解法(Riemann solver)に基づき、それは、上流側の値が用いられている。

つぎに、粘性流束は先述した非粘性流束の数値解の付加項として取扱われる。数値流束を求めるには、格子界面における速度および温度の1階の微分値を決定する必要がある。ここでは、これらの1階微分値を中心差分によって求めている。

3.2 計算条件

図1は計算領域の形状を示している。ダクトの中心軸を x^* 軸にとり、幅方向を y^* 軸にとる。斜線部が高圧部で、 $x^*=0$ をダクトの端部とし、 $x^*=1$ をダクト出口に相当する開放端としている。ダクトの幅は0.6である。斜線部が高圧部で、ダイヤフラム弁は $x^*=4/25$ にあり、幅方向全域にセットされているとする。また、角柱の形状は正方形とし、その1辺の寸法は3/25で、その位置は

図1 計算領域の形状

ダクトの幅中央で、かつ長手方向に沿って $x^*=9/25$ から $x^*=12/25$ の領域を占めるものとする。

計算に用いられる格子の形状は正方形とし、格子寸法 Δx^* および Δy^* は角柱の1辺を60分割したものを採用する。すなわち、 $\Delta x^* = \Delta y^* = 1/500$ とする。時間刻み幅 (time step) Δt^* は CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) 条件によって決定している。CFL 条件とはガスの絶対流速と圧力波の速度 (音速) の和に Δt^* を乗じた値が Δx^* と Δy^* の小さい方の値 (本計算では、 $\Delta x^* = \Delta y^*$) より大きくなってはいけないという条件、すなわち、

$$\Delta t^* = f \cdot \text{Min} \left\{ \frac{\text{Min}(\Delta x^*, \Delta y^*)}{c^* + \sqrt{u^{*2} + v^{*2}}} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

が用いられている。ここで、 f は、CFL 数と呼ばれ、上述したように $f < 1$ でなければならない。以後に述べる数値計算では $f = 0.2$ が採用されている。実際には、数値精度は Δx^* 、 Δy^* および Δt^* によって、影響されることが知られているが、著者らは他の計算でそのことに対して詳細な検討を行っている⁸⁾⁻¹¹⁾。それらによると、 Δx^* 、 Δy^* および Δt^* の上記の選定は数値精度を十分に保証していると考えてよい。

つぎに、境界条件を説明する。ダクトは $x^* = 0$ における幅方向の壁面と、 $y^* = \pm 3/10$ における長手方向の壁面から構成されており、壁面でのガスの条件は固着条件 ($u^* = v^* = 0$) が導入されている。また、角柱壁に対しても同様である。 $x^* = 1$ における出口に対しては、流出条件 (Outflow condition) が用いられている。これはダクトの出口で、系外からのガスの流入が起これば、それを拒否し、流出のみを許すという条件である。しかし、次に述べられる計算過程では流入は起こっていないことがチェックされている。さらに、流れの挙動は x 軸に対して対称であるから、計算は $y^* \geq 0$ の半断面の領域でのみ行われ、 $y^* = 0$ で対称条件が用いられている。これは対称軸に垂直な速度成分のみを、符号を逆にして、対称軸の外側に接する格子の値とすることによって満たされる。なお、境界条件の数値的処理に関する詳細はほかの文献¹²⁾を参照されたい。

最後に、初期条件を記述する。初期の高圧側の圧力は 20×10^5 Pa であり、低圧側のそれは大気圧とほぼ等しく 1.0×10^5 Pa にとられている。よって、高圧側に対する低圧側の圧力比は 0.05 となる。また、高圧側のガスの温度を 500 K、低圧側のそれを 300 K にとっている。したがって、初期の高圧側に対する低圧側の温度比は 3/5 となる。

また、ガスの種類は空気とし、計算に必要な空気の物性値を表1に示す。

4. 計算結果および考察

本計算では、代表寸法 L は地下空洞の奥の壁面 $x = 0$ から出口面 $x = x_E$ までの長さをとっている。また、そのほかの代表スケールはダイヤフラム弁が破れる前の高圧側のガスの状態量を採用している。したがって、 $c_0 = 448.1$ m/s および $\rho_0 = 13.9$ kg/m³ と

表1 計算に用いられるガス (空気) の条件と物性値

$p_0 =$	2.0×10^6 Pa	$\gamma =$	1.4
$T_0 =$	500 K	$c_p =$	1,009 J/kg·K
$c_0 =$	448.1 m/s	$\mu_0 =$	2.95×10^{-5} Pa·s
$\rho_0 =$	13.9 kg/m ³	$\lambda_0 =$	0.040 W/m·K
$R =$	286.9 J/kg·K	$P_{r_0} =$	0.74

なる (表1参照)。また、 $L = 50/6$ m である。

図2は圧力場と密度場の時間経過に伴う変化を示したものである。圧力場および密度場のいずれに対しても数値結果の表示を見やすくするために、図の上断面は灰色の濃淡によって示されている。濃い方が圧力あるいは密度が高く、淡い方が低い。濃淡の強度と数値の対応はどの図面に対しても共通であるので、図2の中では図面が異なっても、濃度が同じであれば、同一の圧力値あるいは同一の密度値であると考えてよい。また、下半断面は等圧力線および等密度線によって示されている。いずれも最高値と最低値の差を29等分している。さて、図2(a) ($t^* = 0.12$) は衝撃波が角柱に衝突する直前の状況を示している。膨張波の先頭波面の高圧側への音速を $-c_H^*$ (下流に向かう速さを正にしている) とすると、先頭波面より後の部分での波の速さは $(\gamma + 1)u^*/2 - c_H^*$ で伝播する。したがって、 $c_H^* \geq (\gamma + 1)u^*/2$ に準じて、上流側へも下流側へも動く。この図では、膨張波の後の部分が上流側へ移動しているのが観察される。また、接触面の両側における温度と密度は異なるが、圧力と速度は同じでなければならないので、圧力場では接触面は見られないが、密度場ではそれが現れている。同図(b) ($t^* = 0.24$) では、高圧側から伝播してきた衝撃波が角柱に遭遇し、その結果、弓形に湾曲した反射衝撃波と角柱の両サイドを通過した二つの進行衝撃波が形成されているのが見られる。角柱の上流側の面と反射衝撃波の間は圧力が高く、ガス速度の小さい領域が形成されている。また、密度場では反射衝撃波と接触面が干渉し、その両波面の間の密度がきわめて高くなっているが、接触面と角柱の上流側の面の間ではそれより低くなっている。反射衝撃波の外側にある接触面は進行衝撃波の後から下流側へ移動している。また、この段階では、角柱を通過した進行衝撃波の一端は回折し、その内側に一對の渦が形成されている。同図(c) ($t^* = 0.36$) では、反射衝撃波は上流に移動すると同時に、湾曲した弧の長さがかなり大きく成長し、その端部がダクト壁に達しているのが見られる。また、同じ強さの進行衝撃波がダクトの中心線上で干渉し、交差衝撃波が形成されている。しかし、この衝撃波による圧力上昇はそれほど高くなく、むしろこの段階では、反射衝撃波と角柱の上流面の間の領域で圧力と密度が高くなっているのが濃淡図から明確に理解できる。また、角柱の側壁に斜めの弱い衝撃波が見られるが、これは角柱のコーナー部に膨張 (希薄) 領域が形成され、その結果、圧力回復をもたらすために形成されたものである。同図(d) ($t^* = 0.48$) では、湾曲した反射衝撃波がダクト壁と干渉し、斜めの反射衝撃波が出現している。また、角柱の上流側コーナー部には大きな渦をもつ領域が形成され、その部分では圧力および密度が小さくなっている。そして、その下流側に斜めの衝撃波が依然として存在している。また、二つの進行衝撃波が干渉して形成された交差衝撃波は3重点をもった複雑な形状に変化している。また、角柱の下流では一對の渦が形成されている。さらに、ダクト壁端と湾曲状の反射衝撃波の間の領域は膨張波の通過によって、圧力レベルがかなり低くなっている。同図(e) ($t^* = 0.6$) では、角柱の側壁を通過した進行衝撃波は、この時点ではダクトの外へ出ている。また、ダクトの壁面から反射した衝撃波が角柱の側壁から伸びている衝撃波と交差している。密度線図では依然として接触面が残存しており、一つは角柱の上

図2 空洞内における圧力と密度の時間的推移

流側に見られ、もう一つは角柱の下流側に見られる。下流側の方の接触面の密度分布はもはやそれほどシャープではない。

衝撃波による圧縮は Mach 線が集まって形成される非線形効果に依存する。圧力や密度の勾配は Mach 線の集中する領域で非常に大きくなるので、流れの状態は等エントロピーではない。また、よく知られているように、摩擦や熱伝導の効果も重要である。なぜなら、勾配を急に作る傾向を打ち消す拡散の効果をもっているからである。したがって、弱い衝撃波の厚さは拡散の効果と釣り合うために大きくなり、強い衝撃波の厚さは小さい。ここでの計算では、その衝撃波の強弱による厚さの変化は把握できていないが、いずれにしても、この二つの逆の効果は最終的には釣り合わなければならない。その状態が衝撃波である。衝撃波の挙動は非常に複雑であり、上に述べた数値結果からも明らかなように、固体壁に対して面衝突する場合にも、線で衝突する場合にも反射してくる。角柱と面で衝突した場合には湾曲衝撃波として反射し、上流へ逆戻りする。初期の段階では、ダイヤフラムが破れると同時に衝撃波は低圧側の下流へ伝播し、衝撃波通過後のガスは爆風となってある速度で下流へ動き出す。しかし、その衝撃波が反射衝撃波として上流へ逆戻りすると、下流へ動き出しているガスの速度を弱める効果をもち、その結果その領域の圧力を急激に高める。また、その反射衝撃波が上流へ逆戻りする途中で、ダクト壁と線で衝突し、新しい反射衝撃波が形成されている。この衝撃波はそれほど強いものではないが、これと湾曲衝撃波はダクト壁の反射点でつながっており、やはり上流側へ動いている。

圧縮波と膨張波の挙動には大きな違いがある。圧縮の勾配を急に作る非線形機構は膨張の場合には当てはまらない。ガスの膨張は Mach 線が集まるのでなくて、むしろ発散し、勾配をさらに緩める傾向をもつ。したがって、膨張波通過後の流動特性値の勾配をさらに減少させるので、衝撃波のような最終的に落ち着くべき波の形をとらない。そしてこれは衝撃波の理論において、膨張衝撃波 (Expansion Shock) が決して存在しないという事実に関連する。

上の事実に基づくと、高圧ガスが角柱前面と衝突した場合、その面での圧力は当然高くなるが、角柱の側面では希薄になり膨張

領域が形成されなければならない。ところが、ガスの超音速流の計算では、非現実的な膨張衝撃波が形成される場合が必ずといってよいほどよく起こる¹³⁾。これは計算の対象や条件にも関係するが、使用する計算スキームに依存する場合が多い。どうすれば、膨張衝撃波の発生が避けられるのかという議論を短く述べることは困難であるので、Chakravarthy の論文¹⁴⁾を参照してほしい。いずれにしても、ここでの計算では非現実的な膨張衝撃波は現れていない。

つぎに、角柱に作用する力を計算する。これは角柱の回りで圧力を積分することによって求められる。流れに対する角柱の前面と後面の圧力差だけが有意であって、流れに平行な二側面の圧力は互いに打ち消し合うので、無視できる。すなわち、力 P は

$$P = \int (p_A - p_B) dx = p_0 L \int (p_A^* - p_B^*) dx^* \quad \dots\dots\dots (10)$$

で与えられる。よって、角柱に作用する力の無次元量 P^* は

$$P^* = \int (p_A^* - p_B^*) dx^* \equiv P / (L p_0) \quad \dots\dots\dots (11)$$

と書ける。ここで、 p_A および p_B は角柱の上流側と下流側の面の圧力である。図 3 は単位長さあたりの角柱に作用する P^* と時間 t^* の関係を計算したものである。 $t^* = 0$ で、ダイヤフラムが破れ、その瞬間に衝撃波が下流へ動き始め、角柱に到達するまでは角柱に何の力も作用しないが、到達すると反射衝撃波が形成され、角柱に力が作用する。この力がピークであって、その後若干低下し、再び上昇するが、 $t^* \approx 0.2$ 以後は低下を続ける。その低下のプロセスは $t^* \approx 0.42$ を過ぎると、より急激になっている。

図 4 は角柱の上流側と下流側の面に作用する圧力分布の時間経過に伴う変化を示したものである。角柱の左が上流側の圧力 p_A^* の

図 3 角柱に作用する力 (単位長さ当たり)

図 4 角柱の上流側と下流側の面に作用する圧力分布の時間的推移

分布で、右が下流側の圧力 p_B^* のそれを示している。太い線はその面に作用する圧力の平均値である。さて、角柱に到達するまでの衝撃波の波面はダクト壁に垂直であるから、衝突の瞬間には、その波面は角柱の上流側の面と一様に干渉し、その面から一様な強さの反射衝撃波が形成される。したがって、角柱の上流側の面に作用するそのときの圧力分布はほぼ一様である。このときの角柱に作用する力がピークとなり、次第に角柱の上流側の面のコーナーから下流への急激なガスの流れが起こり（図5参照）、角柱面の中央では圧力が高く、コーナー部では低くなる。 $t^*=0.15$ および $t^*=0.18$ の圧力分布はその過程の途中の状態を示している。また、これは図3において、衝撃波と角柱の衝突によって P^* がピーク値の状態から若干低下していく過程に対応している。やがて反射衝撃波と接触面との干渉によって角柱の上流側の面での圧力が瞬間的に上昇し、それ以後は緩やかに低下している。図4において、 $t^*=0.18$ の圧力分布から $t^*=0.21$ のそれへの遷移は二つの不連続波の干渉による圧力上昇の事実を示している。その後の圧力分布の形態はほとんど変化していないが、平均圧力は緩やかに小さくなっている。また、 $t^*\approx 0.2$ 以後において、角柱の下流部の圧力が緩やかに増大しているのが見られる。これは角柱の下流部に進行衝撃波の影響が現われ、そこでのガスの流動が起こっていることを示している（図5参照）。このことによって、 $t^*=0.2$ 以後の P^* の減少は角柱の上流側の面に作用する平均圧力 $\bar{p}_A^*$ の減少と下流側のそれ $\bar{p}_B^*$ の増大に依存していることがわかる。

ところで、 $t^*\approx 0.42$ を過ぎると、 P^* の減少の傾向が変化しているのが見られる（図3参照）。事実、 $t^*=0.42$ と $t^*=0.45$ における平均圧力を比較すると、下流側では、顕著な差がほとんどないのに、上流側の $\bar{p}_A^*$ に急激なギャップができていく。このことを考えてみたい。図6は角柱の上流側でかつダクト中心線（厳密には中心線から格子寸法の半分だけずれている）上の圧力分布の時間履歴（Time history）を示したものである。これは $t^*=0.32$ から $t^*=0.45$ までのものである。衝撃波の波面での圧力ジャンプが見られ、その波面が時間とともに上流側に移動しているのが見られる。と同時に、衝撃波面の前方に圧力勾配を緩やかにする波面が見られ、それが時間とともに下流側に移動しているのがわかる。さらに、その波は衝撃波を通過して下流の圧力を下げる効果を示している。これが膨張波である。膨張波はやがて角柱表面で反射し、上流側に動き出している。角柱表面の圧力が膨張波の反射以後小さくなっているのが確認できる。図4において、角柱の

図5 角柱のまわりの速度ベクトル場

上流側の圧力が $t^*=0.42$ の状態から $t^*=0.45$ の状態まで比較的顕著に低下したのはその間に膨張波が角柱で反射した事実に基づいている。したがって、その時点で角柱に作用する力も低下する。それ以後のプロセスにおいては、角柱の上流側の面の圧力は次第に低下し、角柱と作用する力も小さくなっていく。

角柱に作用する力は、衝撃波、接触面および膨張波の順に影響を受けて、不連続的な変化を示す。衝撃波と接触面は P^* を大きくする効果を示し、膨張波は P^* を小さくする効果を示す。しかし、その効果はダクト幅、角柱の寸法、ダクト壁端と角柱までの距離、ダイヤフラム弁の位置など系の配列や系のスケールによって大幅に変化することが考えられる。例えば、ダクト壁端から角柱までの距離が小さいと膨張波による圧力緩和が早期に起こるが、大きいとその逆になる。

実際には、もっと複雑な系を設定しても、不連続波の挙動および爆風の流動特性の数値的把握はそれほど困難ではない。例えば、正方形断面ではない他の断面形状の支保の場合でも、支保の位置がダクトの中央にない場合でも、複数の支保があるような場合でも、いろいろなケースに対して、流れ場の数値解析は可能である。しかし、爆発災害の予知のために行われた計算がどの程度の精度を保証しているかを検討してみる必要がある。しかしながら、対象にした流れは2次元流であるから、理論解は存在しない。したがって、本計算の中で1次元流として見なせる問題に限って、理論的検討を試みたい。

p_1, p_2, p_3 および p_4 を、それぞれ衝撃波下流の低圧側の圧力、接触面と衝撃波の間の圧力、接触面と膨張波面の圧力および高圧側の圧力とすると、よく知られたランキン・ユゴニオ (Rankine-Hugoniot) の関係から、

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} \left\{ 1 - \frac{(\gamma-1)(a_1/a_4)(p_2/p_1-1)}{\sqrt{2\gamma}\sqrt{2\gamma+(\gamma+1)(p_2/p_1-1)}} \right\}^{-2\gamma/(\gamma-1)} \quad (12)$$

が得られる⁵⁾。ここで a_1 は低圧側の音速、 a_4 は高圧側の音速である。本計算では、 $p_4/p_1=20$ 、 $\gamma=1.4$ であるから、上式によって、 $p_2/p_1=4.471$ となる。よって、 $p_2/p_4=0.224$ を得る。衝撃波面が角柱の前面に到達するまでの初期の段階では、1次元流と見なせる。本数値実験の結果は $p_2/p_4=0.223$ である。

つぎに、ダイヤフラムの破壊に伴う高圧側からの衝撃波が角柱面に衝突して反射したときの圧力 p_r を、ダクトの中央($y=0$)で、算出してみよう。ダクト中央では、衝撃波面と角柱面は互いに平行であると考えてよいから、1次元流と見なせる。いま、入射衝撃波と反射衝撃波のマッハ数を M_i お

図6 空洞の固体壁端から角柱の上流面までの中心軸に沿う圧力分布の時間履歴

よび M_r とすると、次式

$$M_r^2 = 1 + \frac{(r+1)\{2rM_i^2 - (r-1)\}(M_i^2 - 1)}{(r+1)^2 M_i^2 + 2(r-1)(rM_i^2 + 1)(M_i^2 - 1)} \quad \dots\dots (13)$$

が成立する¹⁵⁾。また、入射衝撃波の下流側と上流側の圧力 p_1 と p_2 および M_i との関係は、次式

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2r}{r+1} (M_i^2 - 1) \quad \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる¹⁶⁾。これによると $M_i = 1.994$ 。これを(13)式に用いると、 $M_r = 1.729$ 。つぎに反射衝撃波の場合にも(14)式の適用は可能で、 M_i の代わりに M_r 、 p_1 の代わりに p_2 および p_2 の代わりに p_r と置き換えればよい。よって $p_r/p_2 = 3.321$ 。ここで、先に $p_2/p_4 = 0.224$ が求まっているから、結局、 $p_r/p_4 = 0.742$ となる。

つぎに、角柱に作用する進行衝撃波による力のピークを概算してみよう。 $p_4 = 2 \times 10^6$ Pa であるから、 $p_r = 1.48 \times 10^6$ Pa。角柱の上流の面に最初の衝撃波が到達したときには、角柱での下流側の面での圧力は初期の低圧側の圧力に等しく、 $p_B = 10^5$ Pa であるから、角柱に作用する単位面積あたりの力は $P = 1.38 \times 10^6$ N/m² ($P^* = 0.69$) となり、図3に示されたピーク力にほぼ等しいと考えてよい。しかし、ここでの P^* の概算値は角柱の中心部の圧力を用いて行っているの、図3のピーク値より幾分か大きめである。

図5は角柱の周辺における速度ベクトルの時間経過による変化を示している。 $t^* = 0.18$ では、角柱の上流側の面から反射衝撃波が形成されて、角柱面のコーナー部から下流への急激なガスの流れが起こっている。 $t^* = 0.24$ では、すでにガスが角柱の下流面に流れ込んでいる。この流れ込みによって、角柱下流面の圧力に変動が起こっている。 $t^* = 0.48$ では、角柱上流面の中央部では速度の小さいよみ領域が形成され、角柱の側壁と下流面で渦度の大きい領域が見られる。 $t^* = 0.6$ では、速度の不連続な面がいくつかの場所で見られる。これによって衝撃波面の配置がよく理解できる。高圧側のガスが解放された瞬間に生じた大きなエネルギーは強い衝撃波を発生させ、開放端に向かって伝播するとともに、その後に爆風と呼ばれる高速の気流を引き起こす。しかし高圧側のガスの解放後はエネルギーの補給がないため、衝撃波は時間の経過とともに弱体化し、引き起こされる流れの規模も小さくなる。

5. 結 論

閉端部に高圧ガスをダイヤフラム弁で密封し、他端は大気に開放された断面積一定の空洞の中に、角形の支保柱を置いた系を考え、ダイヤフラムが破れたとき、その後に起こるガスの運動を数値解析した。解析の結果、次のことが明らかになった。

(1) ダイヤフラムの破壊と同時に下流へ伝播する衝撃波が角柱と衝突して形成される反射衝撃波は、初期の段階では、きのこ状の形態を示し、上流側へ移動するとともに円弧状に近い形態を示す。また、反射衝撃波が形成された瞬間、角柱の上流側の面に作用する圧力分布はほぼ一様である。このときの角柱に作用する力がピークである。

(2) その後、次第に角柱の上流側の面から下流への急激なガスの流れが起こり、角柱面の中央では圧力が高く、コーナー部では低くなる。その結果、角柱に作用する力も若干低下するが、接触面と反射衝撃波との干渉によって、再び角柱の上流側の面の圧力が上昇する。

(3) しかし、その面から角柱の側壁への流れが依然として起こり、さらに角柱の下流側の面へのガスの流れが生ずるため、角柱の上流側の平均圧力は時間とともに低下し、下流側のそれは幾分増大する。したがって、角柱に作用する力も時間とともに減少する。

(4) やがて、上流の固体壁端から反射してきた膨張波が角柱に到達することによって、その上流面に作用する圧力の減少の割合が増加する。それによって、角柱に作用する力も急速に小さくなる。

(5) ここで対象にした流れは2次元流であるから、理論解は存在しないが、1次元流として見なせる部分に限って(1次元流の場合は理論解がある)、数値精度を検討した。その結果、数値精度は良好であると示された。このことは数値精度と密接な関係を持つ空間的かつ時間的離散化の選定が十分であることを、およびこの解析に用いられた計算スキームが適切であることを実証している。同時に、流れ場全体において非現実的な膨張衝撃波などの波動現象は見られなかった。

参 考 文 献

- 1) 日本工業技術振興協会発行、地下環境工学、(地下環境工学1987)
- 2) Chakravarthy, S. R. and Osher, S.: AIAA Paper 85-0363, (1985)
- 3) Schlichting, H.: Boundary layer theory 7-th edition, (1979), McGraw-Hill Book Company (New York)
- 4) Incropera, F. P. and Dewitt, D. P.: Introduction to Heat Transfer, (1985), John Wiley and Sons, Inc. (New York)
- 5) Liepmann, H. W. and Roshko, A.: Elements of Gasdynamics, John Wiley and Sons, Inc. (1960)
- 6) Yee, H. C.: NASA Technical Memorandum 101088, (1989)
- 7) Roe, P. L.: J. Comput. Phys., Vol. 43, p. 357-372, (1981)
- 8) Ishii, R., Hatta, N., Umeda, Y. and Yuh, M.: J. Fluid Mech., No. 221, p. 453-483, (1990)
- 9) Hatta, N., Fujimoto, H., Ishii, R. and Kokado, J.: Memoirs Fac. Eng. Kyoto Univ., Vol. 52 [part 3], p. 115-185, (1990)
- 10) Hatta, N., Ishii, R. and Fujimoto, H.: Trans. ASME J. Fluids Eng., Vol. 114, p. 420-429, (1992)
- 11) Hatta, N., Fujimoto, H. and Takuda, H.: to be published in Applied Sci. Research (Kluwer academic publishers)
- 12) Matsuda, K., Umeda, Y., Ishii, R., Yasuda, A. and Sawada, K.: Memoirs Fac. Eng. Kyoto Univ., Vol. 49 [part 1], p. 84-110, (1987)
- 13) Itou, S., Kitamura, A. and Itaya, M.: Modern Developments in Shock Tube Research, p. 392, (1975)
- 14) Chakravarthy, S. R.: AIAA Paper 86-0243
- 15) 森岡茂樹: 気体力学, (1982), 朝倉書店(東京)
- 16) 八田夏夫: 基礎流体力学, (1983), 恒星社厚生閣(東京)