菅原 勝彦¹ 張 鉉 國² 黄 醒 春²

Initial Stress Analysis by the Orthotropic Spherical Shell Model

by Katsuhiko SUGAWARA¹, Hyun Kuk JANG² and Xingchun HUANG²

1. Faculty of Engineering, Kumamoto University, Kurokami, Kumamoto 860

2. Graduate School of Science and Technology, Kumamoto University

An orthotropic elastic spherical shell model has been presented to analyze the initial stress which varies with the location and with the depth below surface. The theory and the procedure to compute the vertical stress, the maximum horizontal stress and the minimum horizontal stress have been discussed as well as the necessary condition in which the analysis agrees with the measurement. The average horizontal stress is firstly investigated, and it has been shown that the distribution of the average horizontal stress with the depth is deeply depending upon the relation between the mean Young's modulus and the mean normal stress. Secondly, the ratio of the maximum shear stress in the horizontal plane to the average horizontal stress is analyzed and compared with the 83 measurements by means of the stress relieving method, and it has been concluded that the ratio is a function of the absolute of the vertical stress deviation. Finally, the case example shows a close agreement between the present analysis and the in-situ measurement by means of the compact overcoring method.

KEY WORDS : Rock Stress, Initial Stress, Spherical Shell Model, Stress Relieving Method, Orthotropic Elasticity

1. 緒 言

初期応力場を正確に把握することは、地下構造物の安定性を論ずる上で、また、地下資源開発に伴う山はねなどの危険を予知する上で、極めて重要である。このために古くから種々の初期応力測定法が考案・改良され、多くの現場に適用されてきた。しかし、どれも「点」の測定であるために、未だに、初期応力の全貌を示すことができないのが現状である。

これらの「点」の測定の全体が示す傾向は弾性球殻モデルと調和的である¹⁾。とくに、水平面内の直応力の平均値に関しては、熱応力を考慮に入れた等方性球殻モデルが定量的に満足できる説明を与えている²⁾。しかし、実際の水平面内の応力は必ずしも等方ではないから、上記の等方性モデルは前提が満たされていないにもかかわらず、平均値が合うというものである。

この矛盾を解決するために、筆者らは、直交異方性弾性球殻モデルについて検討した。本論文はその検討結果をまとめたものである。以下、直交異方性弾性球殻がある条件を満たすと、「点」の測定の全体傾向に酷似した応力場が得られることを論じ、水平面内の最大応力と最小応力の計算方法を具体的に提示する。

2. 水平面内の初期応力の一般傾向

応力解放法によって測定された Fig. 1 の初期応力のうち、水

平面内の最大応力 σ_{H1} と最小応力 $\sigma_{H2} < \sigma_{H1}$ を鉛直応力 σ_V と独立な測定量と仮定して、その一般傾向を分析する。なお、測定値 σ_{H1} と σ_{H2} は水平面内の 2 つの直応力とせん断応力から 2 次元応力状態として算出される主応力である。Fig. 1 の白丸は日本の測定³⁾⁻⁷⁾であり、黒丸は海外の測定⁸⁾⁻¹¹⁾である。測定値は図上でかなり広い範囲に分散しているが、日本の測定値の分布領域と海外の測定値のそれとがほぼ重なっていることが指摘できる。

さて、水平面内の応力状態を表すパラメータとして、水平面内の平均応力 σ_{Hav} と応力比 ξ をつぎのように定める。

$$\sigma_{Hav} = \frac{\sigma_{H1} + \sigma_{H2}}{2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\xi = \frac{\sigma_{H1} - \sigma_{H2}}{\sigma_{H1} + \sigma_{H2}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

応力比 ξ は σ_{H1} と σ_{H2} で書かれるモールの応力円の半径と中心座標の比であり、この論文では水平面内の最大せん断応力係数と呼ぶ。また、3 次元的な平均応力 σ_m と偏差応力 σ_d を、

$$\sigma_m = \frac{-\rho gZ + \sigma_{H1} + \sigma_{H2}}{3} = \frac{-\rho gZ + 2\sigma_{Hav}}{3} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma_d = -\rho gZ - \sigma_m \quad \dots\dots\dots (4)$$

で定義する。ここに、 Z は深度、 ρ は岩盤の密度 (2.7 g/cm^3)、 g は重力加速度 (9.8 m/s^2)、 $-\rho gZ$ は被り重量圧である。

平均応力 σ_m と被り重量圧 $\sigma_V = -\rho gZ$ の関係を Fig. 2 に、最大せん断応力係数 ξ と偏差応力 σ_d の関係を Fig. 3 に示す。Fig. 2 の黒三角は $0 \geq \xi \geq -0.25$ の測定値、白三角は $-0.25 > \xi \geq -1$ の測定値であり、 $0 \geq \xi \geq -0.25$ の測定値の多くが $\sigma_m = \sigma_V$ ($\sigma_d = 0$) の直線の近傍にあることが示されている。一方、

* 1995 年 7 月 10 日受付 10 月 26 日受理

1. 正会員 工博 熊本大学教授 工学部材料開発工学科

2. 正会員 熊本大学大学院自然科学研究科博士課程

〔著者連絡先〕 FAX 096-342-3687 (熊本・材料)

キーワード: 岩盤応力, 初期応力, 球殻モデル, 応力解放法, 異方性弾性

Fig. 1 Observed stress measurements, by means of the stress relieving method, showing the normal stresses as a function of the depth below surface, ○: Japan, ●: overseas.

Fig. 3では、測定値は3つのグループに、すなわち黒四角、白四角および白丸に分けてプロットされている。黒四角は解析曲線Ⅰの前後にある測定値であり、白四角は解析曲線Ⅱの近傍のものである。そして、白丸はどちらにも属さないとされる測定値である。白丸の数は少なく、これを除外してみると、最大せん断応力係数 ξ は偏差応力 $\sigma_d = 0$ の軸に対して左右に対称的であり、 $\sigma_d = 0$ 付近で値が小さいことが指摘できる。すなわち、 ξ の値は σ_d の絶対値の増加とともに増大する傾向をもち、測定値は解析曲線Ⅰで示されるように ξ が相対的に大きな値を示すグループと、解析曲線Ⅱで示されるように ξ が小さい値をとるグループとに分けられるように思える。このような最大せん断応力係数 ξ と偏差応力 σ_d の相関性の分析が本論文の主題であり、上記の曲線Ⅰ、Ⅱは直交異方性球殻モデルによる。

3. 直交異方性球殻モデル

Fig. 4の座標系 (r, θ, ϕ) の直応力成分 $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_\phi)$ と直ひずみ成分 $(\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_\phi)$ に関して、弾性球殻モデルの原理から、

$$\sigma_r = -\rho g Z, \quad \epsilon_\theta = \epsilon_\phi = \frac{U^*}{R_0} \quad \dots\dots\dots (5)$$

を仮定する。ここに、 U^* は地表沈下、 R_0 は地球の半径である。

つぎに、直交異方性弾性の仮定から任意の深度 Z における応力とひずみの関係をつぎのように与える。

$$\epsilon_r = \frac{1}{E_r} \cdot \sigma_r - \frac{\nu_{r\theta}}{E_\theta} \cdot \sigma_\theta - \frac{\nu_{r\phi}}{E_\phi} \cdot \sigma_\phi \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\epsilon_\theta = -\frac{\nu_{\theta r}}{E_r} \cdot \sigma_r + \frac{1}{E_\theta} \cdot \sigma_\theta - \frac{\nu_{\theta\phi}}{E_\phi} \cdot \sigma_\phi \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\epsilon_\phi = -\frac{\nu_{\phi r}}{E_r} \cdot \sigma_r - \frac{\nu_{\phi\theta}}{E_\theta} \cdot \sigma_\theta + \frac{1}{E_\phi} \cdot \sigma_\phi \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 E_r, E_θ, E_ϕ はヤング率であり、 $\nu_{r\theta}, \nu_{r\phi}, \dots, \nu_{\phi\theta}$ はポアソン比である。対称性の原理から、

$$\frac{\nu_{r\theta}}{E_\theta} = \frac{\nu_{\theta r}}{E_r}, \quad \frac{\nu_{r\phi}}{E_\phi} = \frac{\nu_{\phi r}}{E_r}, \quad \frac{\nu_{\phi\theta}}{E_\theta} = \frac{\nu_{\theta\phi}}{E_\phi} \quad \dots\dots\dots (9)$$

Fig. 2 The mean normal stress σ_m as a function of the overburden pressure σ_v .

Fig. 3 The ratio ξ as a function of the vertical stress deviation σ_d , dividing into three groups: solid squares near the curve I, open squares close to the curve II and the others represented by open circles.

Fig. 4 Elastic spherical shell model and the co-ordinates.

が成立する。ここで、無次元比 S, β, γ を導入し、

$$S = E_r/E, \quad \beta = E_\theta/E, \quad \gamma = E_\phi/E \quad \dots\dots\dots (10)$$

と置く。また、簡単化のために、式(9)の値はすべて ν/E であると仮定する。すなわち、

$$\nu_{\theta r} = \nu_{\phi r} = S \cdot \nu, \quad \nu_{r\theta} = \nu_{\phi\theta} = \beta \cdot \nu, \quad \nu_{r\phi} = \nu_{\theta\phi} = \gamma \cdot \nu \quad \dots\dots\dots (11)$$

とする。式(10)と式(11)を用いると、式(7)と式(8)は、

$$E \epsilon_\theta = -\nu \sigma_r + \sigma_\theta / \beta - \nu \sigma_\phi \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$E \epsilon_\phi = -\nu \sigma_r - \nu \sigma_\theta + \sigma_\phi / \gamma \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。さらに、温度による膨張ひずみ ϵ^* を考慮すると、

$$E \cdot (\epsilon_\theta - \epsilon^*) = -\nu \sigma_r + \sigma_\theta / \beta - \nu \sigma_\phi \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$E \cdot (\epsilon_\phi - \epsilon^*) = -\nu \sigma_r - \nu \sigma_\theta + \sigma_\phi / \gamma \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。 ϵ^* は線膨張係数 α と地表との温度差の積として、

$$\epsilon^* = \alpha \cdot \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta Z} \right)_0 \cdot Z \quad \dots\dots\dots (16)$$

で評価できる。ここに、 $(\Delta \theta / \Delta Z)_0$ は地温勾配である。

さて、式(5)を式(14)と式(15)に代入し、水平面内の応力 $\sigma_\theta = \sigma_{H1}$ と $\sigma_\phi = \sigma_{H2}$ について解くと、

$$\sigma_{H1} = (1 + F + H) \left[\frac{E}{1 - \nu} \cdot \frac{U^*}{R_0} - \frac{\nu \rho g Z}{1 - \nu} - \frac{E \alpha}{1 - \nu} \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta Z} \right)_0 \cdot Z \right] \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\sigma_{H2} = (1 - F + H) \left[\frac{E}{1 - \nu} \cdot \frac{U^*}{R_0} - \frac{\nu \rho g Z}{1 - \nu} - \frac{E \alpha}{1 - \nu} \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta Z} \right)_0 \cdot Z \right] \quad \dots\dots\dots (18)$$

ただし、

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\beta - \gamma)(1 - \nu)}{1 - \beta \gamma \nu^2} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$H = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\beta + \gamma)(1 - \nu) + 2\beta \gamma \nu - 2}{1 - \beta \gamma \nu^2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

である。したがって、 $H = 0$ 、すなわち、

$$(\beta + \gamma)(1 - \nu) + 2\beta \gamma \nu = 2 \quad \dots\dots\dots (21)$$

が成立するとき、

$$\sigma_{Hav} = \frac{E}{1 - \nu} \cdot \frac{U^*}{R_0} - \frac{\nu}{1 - \nu} \cdot \rho g Z - \frac{E}{1 - \nu} \cdot \alpha \cdot \left(\frac{\Delta \theta}{\Delta Z} \right)_0 \cdot Z \quad \dots\dots\dots (22)$$

を得る。また、最大せん断応力係数 ξ は F に等しく、

$$\xi = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\beta - \gamma)(1 - \nu)}{1 - \beta \gamma \nu^2} \quad \dots\dots\dots (23)$$

となる。

式(22)は等方性弾性球殻モデル ($S = \beta = \gamma = 1$) で成立する関係である。前報²⁾に述べたように、式(22)による解析値 σ_{Hav} と測定値 σ_{Hav} の対応は満足できるものであった。そこで、式(21)の制約条件が成立しているものとして、節を改めて最大せん断応力係数 ξ の分析を進める。

4. 最大せん断応力係数の分析

Fig. 3 に示された偏差応力 σ_d と水平面内の最大せん断応力係数 ξ の相関性を異方性球殻モデルによって表現するには、ポアソン比 ν とヤング率 E を的確に定義する必要があると考えられる。

まず、ポアソン比 ν の影響を分析する。式(10)の定義から、 $\beta, \gamma \geq 0$ であるが、制約条件：式(21)によると、 $\beta = 1$ のとき $\gamma = 1$ 、 $\beta = 0$ のとき $\gamma = 2/(1 - \nu) > 1$ である。したがって、 $\gamma \geq \beta$ であって、 β と γ の値の範囲は、

$$0 \leq \beta \leq 1, 1 \leq \gamma \leq \frac{2}{1 - \nu}, 2 \leq \beta + \gamma \leq \frac{2}{1 - \nu} \quad \dots\dots (24)$$

であると考えて一般性を失わない。そして、式(23)より、 $\beta = \gamma = 1$ のとき $\xi = 0$ であり、 $\beta = 0$ 、 $\gamma = 2/(1 - \nu)$ のとき $\xi = -1$ である。したがって、式(24)の条件内であれば、水平面内の等方的圧縮 ($\xi = 0$) から一軸的圧縮 ($\xi = -1$) までの多様な応力状態が表現できる。ただし、式(11)のポアソン比がすべて 0.5 より小さいことから、

$$\gamma \leq \frac{1}{2\nu} \quad \dots\dots\dots (25)$$

Fig. 5 Formulation of the Young's modulus E as an exponential function of the mean normal stress σ_m , showing the exponential curves I and II are permissible to approximate the $E - \sigma_m$ relationship (curve a-b-c-d or a b c e) evaluated from the analysis of the limiting envelope of the stress ratio $k = \sigma_{Hav} / \sigma_v$ by the isotropic spherical shell theory²⁾.

なる制約が加わる。したがって、ポアソン比 ν の値が 0.2 より大きい場合、一軸的圧縮状態 ($\xi = -1$) が表現できなくなる。また、 β と γ の値の範囲が最も広いのは $\nu = 0.2$ の場合であり、このとき $\beta + \gamma$ の上限は 2.5 である。

つぎに、ヤング率 E について検討する。前述したように、式(22)による解析と測定の対応は良好であったが、解析にはいくつかの仮定が必要であった。すなわち、ポアソン比 ν 、線膨張係数 α 、および地温勾配 $(\Delta \theta / \Delta Z)_0$ がともに深さ方向に一定であるとする、ヤング率 E を平均応力 σ_m に応じて変化させる必要があった。具体的には、Fig. 5 の折れ線 a b c d あるいは a b c e のように、点 b ($\sigma_m = -8$ MPa, $E = 5$ GPa) と点 c ($\sigma_m = -38$ MPa, $E = 15.8$ GPa) を通り、 $\sigma_m \geq -38$ MPa で下に凸な関係が必要であった。折れ線 a b c のように下に凸な関係式としては、

$$E = A \cdot \exp(-\sigma_m / B) \quad \dots\dots\dots (26)$$

が考えられる。点 b と点 c を通るように定数 A, B を求めると、 $A = 3.7$ GPa, $B = 26$ MPa であり、Fig. 5 の曲線 I (a' b c d') を得る。また、 -38 MPa $\leq \sigma_m$ の c d あるいは c e の部分を式(26)で近似しようとする、曲線 II ($A = 11.8$ GPa, $B = 127$ MPa) のように A と B の値を相応に大きくする必要がある。

ヤング率 E は 3 方向のヤング率 E_r, E_θ, E_ϕ に対するなんらかの代表値である。これが平均応力 σ_m の関数となる理由は 3 方向のヤング率がそれぞれの方向の直応力に依存するためと推論できる。そこで、鉛直方向のヤング率 E_r について、

$$E_r = A \cdot \exp(-\sigma_r / B) \quad \dots\dots\dots (27)$$

と仮定してみると、

$$S = \frac{E_r}{E} = \exp\left(-\frac{\sigma_r - \sigma_m}{B}\right) = \exp\left(-\frac{\sigma_d}{B}\right) \quad \dots\dots (28)$$

となり、 S 値は定数 B と偏差応力 σ_d によって規定され、 $\sigma_d \geq 0$ で 1.0 以下、 $\sigma_d \leq 0$ で 1.0 以上となる。同様な仮定を水平方向の 2 つのヤング率について行くと、当然に β と γ をそれぞれ偏差応力 $\sigma_\theta - \sigma_m$ と $\sigma_\phi - \sigma_m$ の指数関数として表現できるが、制約条件：式(21)は簡単には満足されない。すなわち、条件が過剰となる。そこで、 S 値に関する仮説：式(28)だけを採用して、 S 値と β, γ の関係について推考してみる。

たとえば、ヤング率 E を $E_r = SE$ 、 $E_\theta = \beta E$ 、 $E_\phi = \gamma E$ の

算術平均であるとする、係数の間に $S + \beta + \gamma = 3$ なる関係が要求される。そして、式(24)の条件から、

$$\frac{1-3\nu}{1-\nu} \leq S \leq 1$$

なる限られた範囲で有効なモデルが得られる。 $\sigma_d \geq 0$ の場合は式(28)より $S \leq 1.0$ であるから問題ないが、 $\sigma_d \leq 0$ では $S \geq 1.0$ となるから無効である。然らば、 $S \geq 1$ の範囲ではどのような E の定義が有効であろうか。

1つの方法は E を E_θ , E_ϕ と、 E_r に関係のある仮定のヤング率 E_r^* の算術平均とする方法である。 $E_r^* = QE$ であれば、当然に、

$$Q + \beta + \gamma = 3 \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\frac{1-3\nu}{1-\nu} \leq Q \leq 1 \quad \dots\dots\dots (30)$$

が要求されるが、これらの要求を満たすように E_r^* を定義することは可能である。Fig. 3 の測定値の左右対称性に調和し、式(30)を満たす係数 Q としては、

$$Q = \frac{E_r^*}{E} = \exp\left(-\frac{|\sigma_d|}{B}\right) \quad \dots\dots\dots (31)$$

が考えられる。この場合、 E_r^* と E_r の関係は、

$$\frac{E_r^*}{E_r} = \frac{Q}{S} = \exp\left(-\frac{|\sigma_d| - \sigma_d}{B}\right) \quad \dots\dots\dots (32)$$

となる。したがって、 $\sigma_d \geq 0$ の場合は、

$$E_r^* = E_r, S = Q \quad \dots\dots\dots (33)$$

であり、 $\sigma_d < 0$ の場合は、

$$E_r^* = E \cdot E_r, S = 1.0/Q \quad \dots\dots\dots (34)$$

である。

式(30)に式(31)の Q 値を代入すると、

$$-B \cdot \ln \frac{1-3\nu}{1-\nu} \leq \sigma_d \leq -B \cdot \ln \frac{1-3\nu}{1-\nu} \quad \dots\dots\dots (35)$$

を得る。したがって、このモデルで許容される偏差応力 σ_d の幅は定数 B とポアソン比 ν に依存する。

式(30)の範囲で、式(29)と制約条件：式(21)を連立させると、

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma \\ \beta \end{array} \right\} = \frac{3-Q}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(3-Q+\frac{2}{\nu}\right)(1-Q)} \quad \dots\dots\dots (36)$$

Fig. 6 Anisotropic coefficients β and γ and the maximum shear stress coefficient ξ , depending upon Q value.

$$\xi = \frac{-2(1-\nu) \sqrt{\left(3-Q+\frac{2}{\nu}\right)(1-Q)}}{4-\nu^2 \cdot \left\{ \left(3-Q\right)^2 - \left(3-Q+\frac{2}{\nu}\right)(1-Q) \right\}} \quad \dots (37)$$

を得る。

ポアソン比 $\nu = 0.2$ として式(36)と式(37)の関係を計算すると、Fig. 6 のようである。この場合、 Q 値の範囲は 0.5 から 1.0 であり、Fig. 5 の $B = 26$ MPa を採用すると、許容される偏差応力 σ_d は -18 MPa から $+18$ MPa である。 $B = 127$ MPa を採用すると、 -88 MPa から $+88$ MPa である。

つぎに、測定された $\xi - \sigma_d$ 関係を用いて、上述のモデルの是非を検討しよう。このために、 $\nu = 0.2$ とし、式(37)の関係をj用いて測定値 ξ から Q 値を求め、さらに式(33)と式(34)によって S 値を計算した。求めた Q 値と測定された偏差応力の絶対値 $|\sigma_d|$ の関係は Fig. 7(a) のようであり、計算した S 値と測定された偏差応力 σ_d の関係は Fig. 7(b) のようである。Fig. 7(b) において、データにバラツキがあるが、 $B = 26$ MPa と $B = 127$ MPa にそれぞれ対応する曲線 I と II の周辺にデータが集中する傾向がみとめられる。この傾向は、Fig. 5 に示すように、 $E - \sigma_m$ 関係が非線形で、 $B = 26$ MPa の曲線 I から $B = 127$ MPa の曲線 II に遷移したと考えれば納得できる。したがって、式(28)と式(31)が成立していると考えることができる。Fig. 7(c) には花崗岩のデータを、Fig. 7(d) には浅所のデータをそれぞれ抽出して示したが、これらより、曲線 I と II の差が岩種によるものでないこと、浅所のデータの傾向は曲線 I で表せることなどがわかる。

5. 事例解析

Table 1 に示す釜石鉱山における応力測定結果に異方性球殻モデルを適用し、水平面内の応力成分の深度勾配を分析する。なお、釜石鉱山における σ_{HI} は東西方向から時計まわりに $+1$ 度から -32 度の範囲にある。平均すると、 $N 76^\circ E$ である。

事例解析に先立って、異方性球殻モデルによる応力計算の手順をまとめておくと、Fig. 8 のようである。第 1 段階として、平

Fig. 7 Comparison of the model with the measured, (a) relation between the absolute of the observed stress deviation: $|\sigma_d|$ and Q value evaluated by eq. (37) from the observed maximum shear stress coefficient: ξ ; (b) relation between the observed stress deviation: σ_d and S value computed by eqs. (33) and (34), I: $B = 26$ MPa, II: $B = 127$ MPa; (c) sampling of granite data; (d) sampling of shallow data: $Z < 0.2$ km.

Table 1 Initial stress observed by the compact overcoring method in Kama-ishi mine.

Site	Depth Z, m	Initial stress, MPa			Direction of σ_{H1}
A	280	-7.9	-7.2	-24.5	N64°E
B	430	-9.0	-7.1	-24.6	N80°E
C	520	-10.3	-8.9	-29.5	E
D	650	-23.6	-18.5	-35.7	N58°E
E	730	-31.5	-18.7	-42.5	N91°E
F	730	-24.2	-12.7	-44.0	N75°E

Fig. 9 $E - \sigma_m$ relationship assumed for the case analysis in Fig. 10.

均水平応力 σ_{Hav} とヤング率 E を求めるイテレーションが行われる。これにはあらかじめヤング率 E と平均応力 σ_m の関係、ポアソン比 ν 、地表沈下 U^* 、線膨張係数 α 、地温勾配 $(\Delta\theta/\Delta Z)_0$ を定めておく必要がある。釜石鉱山の解析では $\nu = 0.2$ 、 $U^* = -10$ km、 $\alpha = 1.4 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ 、 $(\Delta\theta/\Delta Z)_0 = 35^\circ\text{C}/\text{km}$ とし、Fig. 9 に示す $E - \sigma_m$ 関係を用いた。 $E - \sigma_m$ 関係については後述する。

第1段階のイテレーションでは、任意の深度 Z の σ_{Hav} と E が計算される。まず、初期値 E を設定し、式(22)から σ_{Hav} を計算する。つぎに、式(3)によって平均応力 σ_m を求め、 $E - \sigma_m$ 関係に従って E の値を修正する。そして、式(22)に戻って σ_{Hav} を再計算する。このように E を修正しつつ、 σ_{Hav} の計算を繰返し、 E の修正幅が所定の限度以下になったら、解が得られたものとして計算を打ち切る。第2段階は式(4)による偏差応力 σ_d の計算、式(31)による Q 値の計算、式(37)による最大せん断応力係数 ξ の計算からなる。第3段階は水平面内の最大応力 σ_{H1} と最小応力 σ_{H2} の計算である。当然に、 $E - \sigma_m$ 関係が最も重要である。この関係の与え方によっては、 σ_{H1} と σ_{H2} の作用方向が浅所と深部で逆転するなどの興味深い現象が出現してくる。

Fig. 9 の $E - \sigma_m$ 関係 (太曲線 $a' - b - f - g$) は2つの関数で与えられている。点 f の臨界応力 $\sigma_c = -B \ln 2$ を境として、 σ_m

$\geq \sigma_c$ では式(26)、すなわち、

$$E = A \cdot \exp(-\sigma_m/B) \quad \dots\dots\dots (38)$$

$\sigma_c > \sigma_m$ では、

$$E = 4A \cdot \{1 - \exp(\sigma_m/B)\} + C \cdot (\sigma_m/\sigma_c - 1) \cdot \{1 - 2 \exp(\sigma_m/B)\} \quad \dots\dots\dots (39)$$

である。ただし、 $A = 3.7$ MPa, $B = 26$ MPa, $C = 1.0$ GPa とした。式(38)と式(39)は $\sigma_m = \sigma_c$ でなめらかに連続であり、式(39)は $\sigma_m = -\infty$ で、

$$E = 4A + C \cdot (\sigma_m/\sigma_c - 1) \quad \dots\dots\dots (40)$$

Fig. 10 Case analysis. Diagram shows a good agreement between the measurement in Kama-ishi mine and the horizontal stress analysis.

1) Iteration to evaluate the average horizontal stress : σ_{Hav}

$$\sigma_{Hav} = \frac{E}{1-\nu} \cdot \frac{U^*}{R_o} - \frac{\nu \rho g Z}{1-\nu} - \frac{E \alpha Z}{1-\nu} \left(\frac{\Delta\theta}{\Delta Z} \right)_0 \quad (22)$$

$$\sigma_m = \frac{-\rho g Z + 2\sigma_{Hav}}{3} \quad (3)$$

$E = f(\sigma_m)$ See Fig.8

2) Calculation of the maximum shear stress coefficient : ξ

$$\sigma_d = -\rho g Z - \sigma_m \quad (4)$$

$$Q = \exp\left(-\frac{|\sigma_d|}{B}\right) \quad (31)$$

$$\xi = \frac{-2(1-\nu) \sqrt{(3-Q+\frac{2}{\nu})(1-Q)}}{4-\nu^2 \{(3-Q)^2 - (3-Q+\frac{2}{\nu})(1-Q)\}} \quad (37)$$

3) Determination of the horizontal stresses : σ_{H1} and σ_{H2}

$$\left. \begin{matrix} \sigma_{H2} \\ \sigma_{H1} \end{matrix} \right\} = (1 \pm \xi) \cdot \sigma_{Hav}$$

Fig. 8 Flow of the horizontal stress analysis by the orthotropic spherical shell model.

Fig. 11 An evaluation of the initial stress of great depth in Kama-ishi district.

なる直線 (Fig. 9 の h i) に収束する。なお、図中の折れ線 a b c d は Fig. 5 の折れ線 a b c d と同じものである。

解析された水平応力 σ_{H1} , σ_{H2} を Table 1 の測定値と比較すると、Fig. 10 のようである。解析結果と測定値の対応はほぼ満足できるものであり、前節の異方性球殻モデルによって水平応力場の大様が表現できると結論した。

つぎに、Fig. 9 の $E - \sigma_m$ 関係を高圧縮領域まで延長して、深度 $Z = 6$ km までの応力とヤング率の分布を計算すると、Fig. 11 のようである。 $Z = 6$ km において、 $\sigma_{H1} = -137$ MPa (N 76° E), $\sigma_{H2} = -200$ MPa (N 14° W), ヤング率 $E = 23$ GPa, σ_{H1} の作用方向のヤング率 $E_{H1} = 18$ GPa, σ_{H2} の作用方向のヤング率 $E_{H2} = 28$ GPa という推定結果であり、釜石鉱山付近の地質構造、ならびに浅所地震 ($Z \leq 20$ km) の P 軸が南北であること¹²⁾¹³⁾と調和的である。

6. 結 言

直交異方性弾性球殻モデルによると、既往の初期応力測定結果に酷似した水平応力 σ_{H1} , σ_{H2} の場が表現できることを見出した。直交異方性に関する制約条件：式(21)が満たされるとき、水平面内の平均応力 $\sigma_{Hav} = (\sigma_{H1} + \sigma_{H2})/2$ は式(22)で与えられ、任意の深度 Z における σ_{Hav} がその深度のヤング率 E , ポアソン比 ν , 線膨張係数 α と被り重量圧 $-\rho gZ$, 地域定数としての地表沈下 U^* と地温勾配 $(\Delta \theta / \Delta Z)_0$ に関係していることを明らかにした。このモデルにおいて、 σ_{Hav} の深度勾配を支配する最も重要な因子はヤング率 E であり、ヤング率 E は 3 次元的な平均応力 $\sigma_m = (-\rho gZ + 2\sigma_{Hav})/3$ の関数であると考えられることを具体的に論じた。また、水平面内の最大せん断応力係数 $\xi = (\sigma_{H1} - \sigma_{H2})/(\sigma_{H1} + \sigma_{H2})$ を偏差応力 $\sigma_d = -\rho gZ - \sigma_m$ の絶対値 $|\sigma_d|$ の関数であると仮定して、水平面内の最大応力 σ_{H1} と最小応力 σ_{H2} を計算する方法を提案し、事例解析によってその有効性を示した。

引 用 文 献

- 1) McCutchen, W. R. : Some Elements of a Theory for In-situ Stress, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 19, p. 201-203, (1982)
- 2) 菅原勝彦・張鉉國・黄醒春：等方性球殻理論による初期応力測定値の分析と考察, 資源と素材, Vol. 111, p. 913-918, (1995)
- 3) Kanagawa, T., Hibino, S., Ishida, T., Hatashi, M. and Kitahara, Y. : In Situ Stress Measurements in the Japanese Island ; Over-coring Results from a Multi-element Gauge Used at 23 Sites, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. ; Abstr., Vol. 23, p. 29-39, (1986)
- 4) 齊藤敏明・石田 毅・寺田 孚・田中 豊：実測結果に基づくわが国の地下岩盤の初期地圧状態の検討, 土木学会論文集, 第 394 号, III - 9, p. 71-78, (1988)
- 5) Sugawara, K. and Obara, Y. : Measuring Rock Stress : Case Examples of Rock Engineering in Japan, Comprehensive Rock Engineering, Vol. 3, p. 533-552, (1993)
- 6) Sugawara, K. and Obara, Y. : Measurement of In-Situ Rock Stress by Hemispherical-ended Borehole Technique, Int. J. Min. Sci. & Tech., Vol. 3, p. 287-300, (1986)
- 7) 坂口清敏・黄醒春・野口義文・菅原勝彦：円錐孔底ひずみ法の不連続性岩盤への適用と考察, 資源と素材, Vol. 111, p. 283-288, (1995)
- 8) Brown, E. T. and Hoke, E. : Trends in Relationships between Measured In-situ Stresses and Depth, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 15, p. 211-215, (1978)
- 9) Wang, L., Liao, C., Ding, Y. and Ou, M. : The type YG-73 piezomagnetic stress gauge for rock., Proc. of the Int. Symp. on Rock Stress and Rock Stress Measurements, Stockholm, p. 227-235, (1986)
- 10) Lim, H. U. and LEE, C. I. : In-situ stress measurements of rock by stress relief method at some locations in Korea, Proc. of the Int. Symp. on Rock Stress and Rock Stress Measurements, Stockholm, p. 227-235, (1986)
- 11) Bigby D. N., Cassie, J. W., and Ledger, A. R. : Absolute stress and stress change measurements in British Coal Measures, Proc. of ISRM Symp. : EU ROCK' 92, Chester, UK, p. 390-395, (1992)
- 12) 吉井敏尙：日本列島付近の地球物理データのコンパイル(Ⅰ), 地震研究所彙報, 第54号, p. 75-117, (1979)
- 13) 河野俊夫：北上山地の地震活動(その2), 地震火山観測技術研究報告, 第17巻, p. 50-69, (1987)