情報-コスト関数による探査手法の最適組合せ*

正路 徹也¹ 古宇田 亮一² 金田 博彰³

Optimal Combination of Exploration Techniques Based on the Information-cost Function

by Tetsuya SHOJI¹, Ryoichi KOUUDA² and Hiroaki KANEDA¹

1. Faculty of Engineering, The University of Tokyo, Bunkyo-ku, Tokyo 113

2. Geological Survey of Japan, Tsukuba 305

Generally information-cost functions of exploration techniques having low unit cost are low in limit information, while those having high unit cost are high in limit information. Consequently, information-cost functions of many techniques intersect each other. The most optimal combination of a low unit cost technique and a high unit cost one is realized by changing from the former to the latter when the information at which the difference of costs between both techniques are largest is obtained. If we use information-unit cost functions which are derivatives of information-cost functions, the optimal combination is represented as the trace where functions having the lowest unit cost at given information among all the functions are chained.

KEY WORDS : Exploration, Optimization, Combination, Information-cost function

1. はじめに

鉱物やエネルギー資源を探査する場合、地質学的、地化学的、地球物理学的手法を適用して、各種の地球科学情報が取得される。この情報取得のためには、当然それなりの経費が必要である。探査の初期段階で対象地域に対する情報の量が少なく質が低い場合、情報の量と質は投入した資金に応じて増加あるいは向上するだろう。一方、探査が進んで取得した情報の量が増え良質になったにもかかわらず、ある1つの手法のみを適用していると、投入した資金の割には情報の量と質は向上しないはずである。これらのことを考慮して、正路・古宇田¹⁾は、情報-コスト関数^{a)}という概念を導入した。情報を D 、それを取得するのに必要な経費を $C(D)$ とすると、情報-コスト関数は、例えば、

$$C(D) = aD_L \cdot \log(1 - D/D_L)^{-1} \dots\dots\dots (1)$$

と表現できる。ここで、 a を初期単価^{b)}、 D_L を限界情報と呼ぶ。この初期単価 a と限界情報 D_L は、それぞれ情報-コスト関数の原点付近の傾きと、漸近線の位置を与える。

正路・古宇田¹⁾は、式(1)の情報-コスト関数に基づいて、複数の探査手法の最適組合せを論じた。しかし、その議論には誤りがあるので、以下にそれを訂正するとともに、補足説明を加える。なお、情報-コスト関数を実際に適用するためには、情報の量と質を明確に定義して、それらが評価できなければならない。分散あるいはエントロピーを用いて、この評価ができる可能性は

ある²⁾。しかし、それはあくまで可能性があるというだけで、実際にどう評価するかは今後の問題として残っている。ここでは、何らかの方法で情報の量と質が評価できたものとして、議論を進める。

2. 最適組合せ

2種の探査手法AとBの情報-コスト関数は交差する場合と、交差しない場合がある(図1)。図1(b)に示すように、情報-コスト関数が交差しない場合、探査のあらゆる段階で情報の取得は、手法Aによるより手法Bによる方が安価である。したがって、この場合には、手法Bのみを適用すればよく、議論の余地はない。そこで、以下では複数の探査手法の情報-コスト関数が互いに交わる場合を考える。なお、情報-コスト関数が互いに交わる

図1 2種の探査手法AとBの情報-コスト関数。(a)両者が交わる場合、(b)両者が交わらない場合

* 1994年7月7日受付 11月8日受理

1. 正会員 工博 東京大学教授 工学部地球システム工学科

2. 正会員 工業技術院地質調査所 国際地質課主任研究員

3. 正会員 工博 東京大学助教授 工学部地球システム工学科

[著者連絡先] FAX 03-3818-7492 (東大・地球システム)

キーワード: 探査, 最適化, 組合せ, 情報-コスト関数

a) 前報¹⁾では、「情報量-コスト関数」と呼んでいる。しかし、本論文では情報の量と質は定義しない。そのため、「情報」という語に、その量と質の両方の意味をもたせておいた方がよいので、名称を変更する。

b) 前報¹⁾では、「情報量単価」と呼んでいる。しかし、後述の情報-単価関数を定義するとき、この呼び方は不適切であるので、名称を変更する。

図2 2種の探査手法AとBの情報-コスト関数が点 (D_X, C_X) で交わる場合。(a) D_1 で示される情報が得られたときの両手法によるコスト、(b)手法AとBの最適組合せを示す情報-コスト関数

D_1 の情報が得られたとき手法をAからBに変えると、手法Bの情報-コスト関数(破線B)は下方へ $(C_1^B - C_1^A)$ だけ平行移動される。平行移動の結果得られた曲線B'は手法Aの情報-コスト関数(曲線A)と情報が D_1 のところで交わる。手法AとBを最適に組み合わせた場合の情報とコストの関係(実線)は、情報が D_1 より少ない場合手法Aの情報-コスト関数(曲線A)で、 D_1 より多い場合平行移動された手法Bの情報-コスト関数(曲線B')で表される。

ということは、初期単価の小さい手法は限界情報が小さく、初期単価の大きい手法は限界情報が大きいということである。

2種の探査手法AとBの情報-コスト関数が、図2(a)のように点 (D_X, C_X) で交差しているとする。この場合、情報が D_X より小さい領域では手法Aの方が安価であり、情報が D_X より大きい領域では手法Bの方が安価である。このため、情報が D_X 以下の場合手法Aを、情報が D_X 以上の場合手法Bを適用すればよいように見える¹⁾。しかし、この結論は誤りである。なぜならば、 D_X で示される量の情報は、原点から D_X までの経路によらないため、手法Aを用いても手法Bを用いても、 C_X で示されるコストを必要とする。したがって、 D_X 以上の量の情報を取得する計画ならば、最初から手法Bを適用しても何ら不都合はない。

いま、 D_1 ($0 < D_1 < D_X$) で示されるまでの情報が取得されたとする。ここまでの情報の入手に手法AあるいはBのいずれかのみを適用した場合の経費をそれぞれ C_1^A と C_1^B とすると、それらの差 ΔC_1^{AB} は、

$$\Delta C_1^{AB} = \Delta C_1^B - \Delta C_1^A > 0$$

である。次に、 D_1 までの情報を手法Aで、 D_1 から D_X までの情報を手法Bで取得した場合を考える。前述のように、 D_X の情報を手法AあるいはBのみを適用して取得した場合の経費は C_X である。これに対して、情報が D_1 の段階で手法をAからBに変えて D_X までの情報を取得したときの経費 C_X^{AB} は、

$$C_X^{AB} = C_X - \Delta C_1^{AB}$$

である(図2(a))。これは、手法Bの情報-コスト関数(図2(b)の破線B)を、点 (D_1, C_1^A) を通るように縦軸方向に平行移動したことを意味する(図2(b)の曲線B')。この結果、手法AとBを組み合わせることにより、 ΔC_1^{AB} の経費が節約される。手法AとBの最適な組合せは、 ΔC_1^{AB} が最大のときである。したがって、 ΔC_1^{AB} が最大となる、すなわち C_1^A と C_1^B との差が最大となるときの情報 D_1 が得られたとき、手法をAからBへ切り替えるのが両手法の最適組合せである。

以上の議論は、容易に手法が多数存在する場合にも拡張できる。その一例として、3種類の手法がある場合の情報-コスト関数と、それらを最適に組み合わせさせた場合の情報とコストの関係を図3に示す。

3. 微分形式による表現

式(1)で示されるような情報-コスト関数を微分すると、その

図3 3種の探査手法A, B, Cの最適組合せを示す図。

手法Bの情報-コスト関数(曲線B)は、手法Bのコストから手法Aのコストを引いた値が最大となるところで、その値だけ下方へ平行移動される。これが曲線B'である。さらに、手法Cの情報-コスト関数(曲線C)は、手法Cのコストから曲線B'で与えられるコストを引いた値が最大となるところで、その値だけ下方へ平行移動される。これが曲線C'である。その結果、曲線A, B', C'の実線部が、3手法を最適に組み合わせたときの情報とコストの関係を表す。

微係数は情報とその情報が得られている状態でさらに情報を得るための単価との関係を与える。この関係を情報-単価関数と呼び、 $c(D)$ で表すと、

$$c(D) = dC(D)/dD$$

と書ける。このとき、式(1)が成り立つならば、

$$c(D) = a/(1 - D/D_L)$$

である。図4(a)に情報-単価関数の一般的形を示す。曲線のおよその形は、初期単価 a で決まる縦軸の切片と、限界情報 (D_L) で決まる横軸に垂直な漸近線と与えられる。

情報 D までを手法AとBで得たときのコストの差を ΔC^{AB} と書くと、

$$\begin{aligned} \Delta C^{AB} &= C^B(D) - C^A(D) \\ &= \int_0^D c^B(D) dD - \int_0^D c^A(D) dD \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (2)$$

である。ここで、上付添字は手法を表す。式(2)で D で微分すると、

$$d(\Delta C^{AB})/dD = c^B(D) - c^A(D)$$

であるから、 ΔC^{AB} の最大値は、 $c^B(D) = c^A(D)$ が成り立つ D のとき得られる。相対的に初期単価・限界情報とも小さい手法Aと、初期単価・限界情報とも大きい手法Bとは、情報-単価図上で交差する。その交点では、 $c^B(D) = c^A(D)$ が成り立ち、

図4 情報-単価関数と、それによる最適組合せの表現。(a)情報-単価関数の一般的形:縦軸の切片 a が初期単価を、漸近線 $D = D_L$ が限界情報を与える。(b)2種の探査手法の情報-単価関数が交差する場合の最適組合せ:最適組合せは、実曲線で示してある。

図2(b)あるいは図3の実線で示される最適組合せのコストは、右図の実線で示される関数を0から D まで定積分した値、すなわち実線と横軸との間の面積に相当する。

ΔC^{AB} が最大となる。図 4 (b) に手法 A と B を最適に組み合わせた場合の情報と単価の関係を示す。

上記の議論を一般化すると、どの時点においても、その時点で得られている情報の下で情報取得単価が最も低い手法を選ぶことにより、複数の探査手法が最適に組み合わせられると結論される。

4. ま と め

2 種の探査手法 A と B のうち、手法 A の初期単価と限界情報がともに小さく、手法 B の初期単価と限界情報がともに大きい場合、手法 B と手法 A のコストの差が最大となる情報が得られたとき、手法を A から B へ変えるのが、両手法の最適組合せである。このとき、両手法の情報を取得するための単価は等しい。一般的には、得られている情報に対応する情報取得単価が最も低い手法を各時点で選べば、複数の探査手法が最適に組み合わせられる。

謝辞 微分形式の表現については、東京大学工学部大久保誠介教授からヒントを得た。記して感謝の意を表す。

引 用 文 献

- 1) 正路徹也・古宇田亮一：資源と素材，Vol. 105, p. 29-34, (1989)
- 2) 正路徹也：ジオインフォーラム '94, p. 53-54, (1994)

付記 本論文の受理後、複数の探査手法の最適組合せを図示するとき、図 2 (b) あるいは図 4 (b) より分かりやすい表現法に気づいた。編集委員会の了解の下にそれを追加する (1995 年 1 月 23 日)。

各付図において 2 本の曲線はそれぞれ手法 A と手法 B の情報と単価の関係を、打点部の面積は情報とコストの関係を示す。なお、手法 A と手法 B の情報-単価関数が交差するときの情報を D_X とする。付図(a)は、探査手法が A から B へ適切な情報 (D_X) が得られた時期に切り替えられた場合を示す。付図(b)と(c)は、それぞれ手法 A から B への切替えが早すぎた場合 ($D_1 < D_X$) と遅すぎた場合 ($D_2 > D_X$) に対応する。これらの図を比較することにより、余計な経費がどこで発生するかが一目で分かるであろう。

付図 2 種の手法の組合せによるコスト (打点部の面積) を表す図。(a) 切替えが最適時に行われた場合、(b) 切替えが早すぎた場合、(c) 切替えが遅すぎた場合。曲線は情報-単価関数