■■■ 論文

沈降性スラリーの水平管路内流動における 濃度分布の近似解法*

佐 藤 博¹ 竹 村 昌 太²

Approximate Analytical Methods for Concentration Profiles of Settling Slurry Flow in a Horizontal Pipe

by Hiroshi SATO¹ and Shohta TAKEMURA²

1. Mining College, Akita University, Akita 010

2. Faculty of Agriculture, Tokyo University of Agriculture and Technology, Fuchu-shi, Tokyo 183

The concentration distribution in a pipe transporting solids is considered the most important parameter in distinguishing flow patterns which can be associated with the prediction of pressure drop.

The diffusion equation for suspended solid particles could be solved analytically, leading to transcendental equations, which would be dependent on the value of the index of the Richardson-Zaki equation for the hindered settling velocity of the solids. Although these equations, based on a diffusion model, have an advantage of simple calculation for relative concentration, we cannot calculate absolute in-situ concentrations without precise reference concentrations. Therefore an application technique of the Einstein equation for river mechanics to the slurry flow in a pipe were developed and discussed with calculated results.

Furthermore, using a composition method for integrating the transcendental equations, a numerical method was proposed in determining the reference concentrations and then computing the concentration distributions. This method revealed the influence of transport conditions such as the diameters of pipe and solid particles, delivered concentration, and the mean velocity of slurry flow on the concentration distribution. Finally, the parameter related to the degree of homogeneity of the suspended solids and the dimensionless parameter introduced by Batchelor into the diffusion equation were correlated. Laboratory data collected from published papers were used to verify and support the computed results.

KEY WORDS: Settling Slurry, Hydraulic Transport, Concentration Profile, Homogeneity, Approximate Analytical Method

1. は じ め に

輸送管路内の濃度分布は、スラリーの流動様式に密接に関連し¹⁾、スラリーの輸送設計上、重要なパラメータの一つと考えられる。例えば、Wasp²⁾の提案した混合粒子径スラリーの水力勾配の計算方法では、濃度分布に基づいてスラリーの流れを均質成分と非均質成分に分割し、解析が進められる²⁾³⁾。

さて、水平管路におけるスラリー流動において、水平方向の濃度分布をほぼ一様とみなし得る例が多い⁴⁾⁵⁾ことから、スラリーの流れを2次元定常一様流で近似し、拡散モデルに基づいて濃度分布を計算する試みが報告されている^{6)~11)}。拡散方程式で規定される従来の濃度分布式は、式の形が簡便であるが、管内の相対的な濃度分布の形状を与えるに過ぎず、絶対濃度を定めるために

は基準点濃度を正確に評価する必要がある¹²⁾。しかし、この基準点濃度の算定方法については、これまでの数多くの研究報告にもかかわらず、必ずしも満足のいくモデルが確立されてはいないと言われている¹²⁾。

本報では、拡散方程式の解析解は粒子レイノルズ数に依存することを示すとともに、解析解に基づいた数値計算によって、基準点濃度ならびに濃度分布を算出する近似解法を提案した。また、濃度分布に及ぼす管径、粒子径、吐出し体積濃度、スラリーの平均流速等の輸送条件の影響について検討し、管内濃度の均一度パラメータならびにBatchelorの無次元数¹³⁾の算定方法を明らかにした。なお、解析結果の検証には、実験条件の明確なRocoら⁵⁾およびDaniel¹⁴⁾の実験結果を使用し、本報で提示した解析方法を用いると、スラリーの実用的な輸送条件の範囲で、実験結果を満足する管内濃度分布が計算し得ることを示した。

2. 2次元定常一様流における拡散方程式の解析解

水平な円形管路内のスラリーの流れを2次元定常一様流と仮定すれば、その流れの中に浮遊・分散している固体粒子の管内濃度 q は、管中心を通る鉛直線上において、管底からの位置 z の関数

* 1995年10月9日受付 11月21日受理 資源・素材学会平成6年度および平成7年度春季大会(平成6年3月29日および平成7年3月29日)にて一部講演

1. 正会員 工博 秋田大学教授 鉱山学部資源・素材工学科

2. 東京農工大学大学院研究生 農学部環境・資源学科

〔著者連絡先〕 FAX 0188-37-0401 (秋田大・鉱山)

キーワード: 沈降性スラリー, スラリー輸送, 濃度分布, 均一度, 近似解法

として表わされ、次の拡散方程式によって与えられる¹³⁾。

$$\xi \bar{\varepsilon} \frac{dq}{dz} + (1-q)^m q V_t = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 ξ はBatchelorの無次元数、 V_t は終速度、 $\bar{\varepsilon}$ および m のそれぞれは搬送流体の平均拡散係数と指数であり、次式で表わされる¹³⁾。

$$\bar{\varepsilon} = 0.0395 DV_* \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$m = 2.33 \left\{ \frac{1}{1 - \frac{2\sqrt{48} \alpha \beta}{Re_p^+ (\alpha + Re_p^+)}} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$$Re_p^+ = \sqrt{\alpha^2 + 4\sqrt{48} \alpha \beta / Re_p} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 D は管内径、 V_* は摩擦速度、 α 、 β は固体粒子に対するSwansonの形状係数、 Re_p は粒子レイノルズ数を表わす。なお、 ξ の値は近似的に1.0にとられることが多い¹⁵⁾ので、本報では、計算の便宜上、始めに $\xi = 1$ と仮定し、解析する。

さて管内平均濃度 $\bar{q}$ が小さく、 $0 < \bar{q} < 1$ のとき、(1)式はO'Brienの式

$$\bar{\varepsilon} \frac{dq}{dz} + V_t q = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

に一致し、管路底における固体粒子の濃度を基準点濃度 q_a と定めることにすれば、(5)式に基づく濃度分布ならびに基準点濃度は容易に求められ、それぞれ次式で与えられる。

$$\frac{q}{q_a} = \exp \left(-25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z}{D} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{q_a}{\bar{q}} = 25.3 \frac{V_t}{V_*} \left\{ \frac{1}{1 - \exp(-25.3 V_t/V_*)} \right\} \quad \dots\dots (7)$$

したがって、Thomas¹⁶⁾やStevensら¹⁷⁾が使用した流動特性値 V_t/V_* および管内平均濃度 $\bar{q}$ の値が既知数のとき、濃度分布は一義的に定まることになる。

一方、(1)式の m 値に対し、整数 $m=2$ を与えると、次の濃度分布式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{q}{1-q} \exp \left(\frac{1}{1-q} \right) \\ = \frac{q_a}{1-q_a} \exp \left\{ \left(\frac{1}{1-q_a} \right) - 25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z}{D} \right\} \quad \dots\dots (8) \end{aligned}$$

(8)式は超越方程式であり、 q について解析的に解くことができないため、基準点濃度 q_a を規定する式を、(7)式のような関数の形で直接与えることは困難である。また、 q_a が未知数のとき、(8)式の濃度分布式は濃度分布の形のみを与えるだけであり、絶対濃度は求め得ない¹⁴⁾。

なお、(1)式の m 値については沈降性スラリーの m 値の範囲³⁾ $2.3 < m < 4.0$ を考えると、その近傍で解析解の導出が可能な $m = 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0$ の各値に対する濃度分布式を求めて、Table 1に示した。この結果によると、計算に用いた m 値にかかわらず、濃度 q は z/D の増加に伴って指数関数的に減少し、この分布形が拡散方程式の解の特徴であることがわかる。しかし、Newittら⁷⁾、鮎川¹⁸⁾、Nars-El-Dinら¹⁹⁾が使用した固体比重 δ が1.1～1.2程度のプラスチック粒子を含むスラリーの流送結果⁷⁾¹⁸⁾¹⁹⁾においては、流速ならびに濃度が増加するにつれて、最大濃度を示す位置が管底から管中央に向かって移動する傾向が認められることから、(1)式の拡散方程式には適用範囲が存在するものと考えられる。

Table 1 Equations of concentration profile according to the value of m .

m	Equation of Concentration Profile
2.0	$\frac{q}{1-q} \exp \left(\frac{1}{1-q} \right) = \frac{q_a}{1-q_a} \exp \left\{ \left(\frac{1}{1-q_a} \right) - 25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z}{D} \right\}$
2.5	$\frac{ \sqrt{1-q}-1 }{ \sqrt{1-q}+1 } \exp \left\{ \frac{2+6(1-q)}{3(1-q)^{3/2}} \right\} = \frac{ \sqrt{1-q_a}-1 }{ \sqrt{1-q_a}+1 } \exp \left\{ \frac{2+6(1-q_a)}{3(1-q_a)^{3/2}} - 25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z}{D} \right\}$
3.0	$\frac{q}{1-q} \exp \left\{ \frac{3-2q}{2(1-q)^2} \right\} = \frac{q_a}{1-q_a} \exp \left\{ \frac{3-2q_a}{2(1-q_a)^2} - 25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z}{D} \right\}$
3.5	$\frac{ \sqrt{1-q}-1 }{ \sqrt{1-q}+1 } \exp \left\{ \frac{2(23-35q+15q^2)}{15(1-q)^{5/2}} \right\} = \frac{ \sqrt{1-q_a}-1 }{ \sqrt{1-q_a}+1 } \exp \left\{ \frac{2(23-35q_a+15q_a^2)}{15(1-q_a)^{5/2}} - 25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z}{D} \right\}$
4.0	$\frac{q}{1-q} \exp \left\{ \frac{11-15q+6q^2}{6(1-q)^3} \right\} = \frac{q_a}{1-q_a} \exp \left\{ \frac{11-15q_a+6q_a^2}{6(1-q_a)^3} - 25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z}{D} \right\}$

3. 基準点濃度に関する Einstein の式の 円管路内スラリー流動への適用

Table 1中の濃度分布式において、基準点濃度 q_a がスラリーの輸送条件を用いて算定し得るならば、これらの超越方程式を2分法等の数値解法によって解き、任意な位置 z/D に対する絶対濃度を計算することが可能である。これまで、河川工学では種々の、基準点濃度の計算式が提案されている¹⁵⁾ため、その中の代表的な算定式として知られているEinsteinの式²⁰⁾に着目し、この式を円管路内のスラリーの流動における基準点濃度の算定に適用して、基準点濃度とスラリーの輸送条件との関係を検討した。

3・1 円形管路と矩形管路における2次元流れ

円形管路内のスラリーの流れが2次元定常一様流と仮定すれば、固体粒子の流量 Q_s は次式で表わされる¹³⁾。

$$\begin{aligned} Q_s &= \int_0^D V_s q(z) 2\sqrt{z(D-z)} dz \\ &= 2V_s \int_0^D q(z) 2\sqrt{z(D-z)} dz \\ &= (\pi D^2/4) \bar{q} \cdot V_s \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ただし、 V_s は固体粒子の平均速度、 D は管内径、 $\bar{q}$ は管内平均濃度である。この流れが高さ D 、幅 $\pi D/4$ の矩形管路に入り、Fig. 1に示したように、流れの断面積および濃度分布は変化しないものと仮定すれば、河川工学で使用される、単位時間、単位幅当たりの流砂量 q_T は

Fig. 1 Analogical model of slurry flow in a pipe for two-dimensional flow in a rectangular channel.

$$q_T = \int_0^D V_s q(z) dz \quad \dots\dots\dots (10)$$

と表わされ、固体粒子の流量 Q_s は、次式で計算される。

$$Q_s = \pi D q_T / 4 \quad \dots\dots\dots (11)$$

(9), (10)式ならびに次式¹³⁾

$$V_s / V_m = C / \bar{q} \quad \dots\dots\dots (12)$$

(ただし、 V_m : スラリーの平均速度、 C : 吐出し濃度)

の関係をを用いると、次の関係が得られる。

$$q_T = D \bar{q} V_s = DCV_m \quad \dots\dots\dots (13)$$

3・2 Einstein の式の書き換え

Einstein²⁰⁾は河川における砂粒子の流れが掃流層と浮遊層よりなると考え、河床から $2d$ (d : 粒子径) の掃流層の濃度を基準点濃度 q_a とする次式を提案した。

$$q_a = q_B / (11.6 \cdot 2d \cdot V_*) \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 q_B は単位時間、単位幅当りの掃流砂量である。

一方、粒子径の一定な砂粒子の浮遊流砂量 q_s は

$$q_s = q_B \{ 2.33 \log_{10} (30.2 D / \Delta) I_1 + I_2 \} \quad \dots\dots\dots (15)$$

と表わされる。ただし、 Δ は見かけの粗度 d/X であり、補正係数 X は、粒子径 d が粘性低層の厚みに比べて、10 倍以上 ($dV_*/(11.6 \nu) > 10$) の値をとるとき、 $X = 1$ と見なすことができる。また、 I_1 , I_2 はそれぞれ無次元数 $A_E = 2d/D$, $w = V_t/V_*$ を用いて次のように与えられる。

$$I_1 = 0.216 \frac{A_E^{w-1}}{(1-A_E)^w} \int_{A_E}^1 \{(1-y)/y\}^w dy \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$I_2 = 0.216 \frac{A_E^{w-1}}{(1-A_E)^w} \int_{A_E}^1 \{(1-y)/y\}^w \log_e y dy \quad \dots\dots\dots (17)$$

Fig. 2 Typical relationship between reference concentration q_a , mean velocity of slurry flow V_m , and delivered concentration C for a sand-water mixture in pipes of $D=5.15$ cm and $D=49.5$ cm, according to the Einstein equation.

Fig. 3 Variation of $q_a/\bar{q}$ with V_t/V_* and C for a sand-water flow mixture according to the Einstein equation.

沈降性スラリーの輸送条件においては、 $dV_*/(11.6 \nu) > 10$ の関係が満足されると考えられるので、全流砂量 q_T は次のように書くことができる。

$$q_T = q_s + q_B \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\therefore q_T/q_B = 2.303 \log_{10} (30.2 D/d) I_1 + I_2 + 1 \quad \dots\dots (19)$$

したがって、 q_B は(13)式および(19)式を用いることによって次式

$$\begin{aligned} q_B &= q_T (q_B/q_T) \\ &= DCV_m (q_B/q_T) \\ &= DCV_m / \{ 2.303 \log_{10} (30.2 D/d) I_1 + I_2 + 1 \} \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

で表わされるため、この式で計算される q_B の値を(14)式に代入すれば、基準点濃度 q_a が定まる。

3・3 Einstein の式に基づく基準点濃度の計算結果

Fig. 2 は、管径 $D=5.15$ cm, $D=49.5$ cm のそれぞれの円管路におけるスラリーの流れの基準点濃度 q_a を、(14)式ならびに(20)式を用いて計算し、吐出し濃度 C , スラリーの平均速度 V_m との関係求めた代表例である。なお、摩擦速度 $V_* (= \sqrt{d g / 4})$, g = 重力加速度) の計算に必要な水力勾配 i は、Durand-Condolios の式²⁾によって算定した。また、吐出し濃度 C の変化に応じた $q_a/\bar{q}$ と V_t/V_* との関係を計算し、その結果の一例を、(7)式による計算結果ならびに Roco ら⁵⁾ 実験結果に比較して Fig. 3 に示した。Einstein の式に基づいて計算された q_a の結果において、吐出し濃度 C が 0 に漸近するとき、必ずしも(7)式を用いた計算結果に一致しないことがわかる。さらに、(14)式ならびに(20)式を用いた計算結果は管径 D によって大きく影響され、管径 D が小さく、濃度が大きくなるにつれて q_a は増加する傾向を示し、輸送条件によっては $q_a > 1$ となる結果が認められる。このことは、 $q_a < 0.1$ の範囲¹⁵⁾ で検討された河川工学における q_a の算定式を、スラリー輸送の流れに適用することに、本質的な無理があり、適用範囲に十分注意する必要があることを意味するものと考えられる。

4. 合成法に基づく基準点濃度の近似解法

4・1 超越方程式として表わされる濃度分布式の数値積分

(8)式の右辺の項を

$$A = \frac{q_a}{1 - q_a} \exp \left\{ \left(\frac{1}{1 - q_a} \right) - 25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z}{D} \right\} \quad \dots\dots (21)$$

 Fig. 4 Concentration profile divided by points of a series of z_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$).

 Fig. 5 Approximation of function $f(q)$ with liner equation for interval $[A_{i-1}, A_i]$.

Fig. 6 Approximate representation of concentration profile.

とのおとき, Fig. 4 に示したように, 長さの等しい n 個の微小区間 $[z_{i-1}, z_i]$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) のそれぞれに対応した A 値の区間 $[A_{i-1}, A_i]$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) において, (8) 式の左辺の項すなわち関数 $f(q)$

$$f(q) = \frac{q}{1-q} \exp\left(\frac{1}{1-q}\right) \dots\dots\dots (22)$$

が, Fig. 5 に示したように, 次の一次式

$$f_i(q) = \frac{q}{1-q} \exp\left(\frac{1}{1-q}\right) = a_i + b_i q \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \dots\dots\dots (23)$$

によって近似できるものと仮定すれば, 区間 $[z_{i-1}, z_i]$ における濃度 q は, (8) 式より次式で計算し得ることになる。

$$q = h_i(z) = (A_i - a_i) / b_i \dots\dots\dots (24)$$

ただし, $f_i(q)$, $h_i(z)$ はそれぞれ区間 $[z_{i-1}, z_i]$ における q および z の関数を表すものとする。したがって, このようにして算定される各微小区間の線分を結ぶと, Fig. 6 のような濃度分布曲線が得られ, (8) 式を q について解き得たと仮定したときの関数を $h_*(z)$ とすれば, 管内平均濃度 $\bar{q}$ は合成法²¹⁾に基づいて次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \bar{q} &= \frac{1}{D} \int_0^D h_*(z) dz \\ &\doteq \frac{1}{D} \left\{ \int_{z_0}^{z_1} h_1(z) dz + \int_{z_1}^{z_2} h_2(z) dz \right. \\ &\quad \left. + \dots\dots\dots + \int_{z_{n-1}}^{z_n} h_n(z) dz \right\} \\ &= \frac{1}{25.3} \frac{V_*}{V_t} \frac{q_a}{1-q_a} \exp\left(\frac{1}{1-q_a}\right) \\ &\quad \sum_{i=1}^n \left[\exp\left(-25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z_{i-1}}{D}\right) \right. \end{aligned}$$

Table 2 Computed items for each divided portion in concentration profile

i	Z_i	A_i	$f_i(q) = a_i + b_i q$	
			a_i	b_i
0	Z_0	A_0		
1	Z_1	A_1	a_1	b_1
2	Z_2	A_2	a_2	b_2
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
$n-1$	Z_{n-1}	A_{n-1}	a_{n-1}	b_{n-1}
n	Z_n	A_n	a_n	b_n

$$\begin{aligned} &- \exp\left(-25.3 \frac{V_t}{V_*} \frac{z_i}{D}\right) \Bigg] / b_i \Bigg] \\ &+ \frac{1}{D} \sum_{i=1}^n \{ a_i (z_{i-1} - z_i) / b_i \} \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

それゆえ, 以下の繰り返し計算によって, q_a を求めることが可能となる。

4・2 基準点濃度の計算手順

① 計算の繰り返し数 $j = 0$ のとき, 与えられた輸送条件に対する基準点濃度 q_a の初期値として任意な正の小数值を仮定し, これを q_{ac} とする。(例えば, $q_{ac} = 0.5$ とする。)

② z 座標の分割数 n として十分大きな正の整数をとり, Table 2 に掲げた項目を計算する。これらの計算値を用いて (25) 式により $\bar{q}$ を求めると, 管内平均濃度 $\bar{q}$ の近似値が得られる。

 Fig. 7 A comparison of experimental data of Roco & Shook (1984) with a computed relationship between q_a/q , V_t/V_* , and C .

 Fig. 8 A relationship between homogeneity parameter q_o/q_a , V_t/V_* , and C computed with a proposed numerical method.

③ この $\bar{q}$ の近似値を $\bar{q}_c$ とおくと、輸送条件として与えられる（あるいは吐出し濃度 C の値から計算によって求められる¹³⁾） $\bar{q}$ に対する $\bar{q}_c$ の相対誤差 ϵ_r は、基準点濃度の真の値 q_a の仮定値 q_{ac} に依存し、次の関係が成り立つと考えられる。

$$(q_a - q_{ac}) / q_a = k \epsilon_r = k (\bar{q} - \bar{q}_c) / \bar{q} \dots\dots\dots (26)$$

ただし、 k は比例定数であり、0.5～1.0 の数値をとるとき、収束速度が大きい。

④ したがって、基準点濃度の真の値は次式によって推定される。

$$q_a = q_{ac} / (1 - k \epsilon_r) \dots\dots\dots (27)$$

Fig. 9 Influence of mean velocity of slurry flow on concentration profile.

⑤ $j = j + 1$ 番目の計算では、(27)式の q_a を新たな仮定値 (近似値) q_{ac} として以上の計算を繰り返し、 ϵ_r が十分小さな値をとるとき、 q_a が収束したものと判定し、計算を終える。

5. 新たな近似解法に基づく計算結果および考察

5.1 基準点濃度

本論文で提案した基準点濃度 q_a の近似解法によって $q_a/\bar{q}$ と V_t/V_* との関係を計算し、その結果の代表例を Fig. 7 に示した。なお、図中には、比較のために、 $0 < \bar{q} < 1$ のときに成り立つ (7) 式による計算結果ならびに Roco ら⁵⁾ の実験結果を与えた。Fig. 7 の計算結果によると、 V_t/V_* の値が一定のとき、 $\bar{q}$ が増加するにつれて $q_a/\bar{q}$ は減少し、(7) 式によって計算される $q_a/\bar{q}$ 値との差が増大することがわかる。この傾向は Roco ら⁵⁾ の実験結果においても確認し得る。

5.2 管内濃度の均一度パラメータ

Wasp²⁾ は、O'Brien の式とよばれる (5) 式に基づいて実験結果を整理し、管内濃度の均一度を表わすパラメータとして q_w/q_o (q_w : 管内最上部より $0.08D$ の位置における濃度、 q_o : 管中心の濃度) を提案し、Thomas¹⁶⁾ ならびに Stevens ら¹⁷⁾ は V_t/V_* によって流動様式を判別する方法を提案している。しかし、 q_w/q_o を用いた場合には、低濃度における計算誤差が大きく、また、 V_t/V_* については (7) 式および Table 1 の式から明らかなように、この値のみによって、管路内における固体粒子の流動状態を推定することには無理があると言える。

このため、管内濃度の均一度を表わすパラメータとして q_o/q_a を提案し、 q_o/q_a と V_t/V_* との関係を計算によって求めて、その結果を Fig. 8 に示した。この $q_o/q_a - V_t/V_*$ 曲線図によると、管路における均一度は V_t/V_* が一定のとき、濃度 C の値によって大きく変化することから、Thomas¹⁶⁾ や Stevens ら¹⁷⁾ が提案した方法を用いて流動様式を判別するとき、大きな誤差を伴うことが推測される。

5.3 管内濃度分布に及ぼす流速の影響

Table 1 に示した濃度分布の式において、輸送条件に対する基準点濃度 q_a が算定されるとき、変数 q に対する濃度分布式の解を数値計算によって求めることが可能となる。Fig. 9 は、吐出し濃度 C が一定の条件のもとで、スラリーの速度が増加したときの濃度分布の変化を解析した結果であり、速度が増すにつれて、管路底の濃度すなわち基準点濃度 q_a は減少し、 q_o/q_a が増加して 1 に近づく傾向が認められる。また、Fig. 9 (a) ~ Fig. 9 (c) の管径が小さいときの結果において、濃度分布に及ぼす流速の影響が、より増大する傾向が確認され、小口径管によるスラリー輸送においては、流速の変動によってスラリーの流動様式が大きく

Fig. 10 Typical variation of average relative error $\bar{E}_R$ with Batchelor's dimensionless factor ξ for $V_t/V_* = 0.159$.

Fig. 11 Typical variation of average relative error $\bar{E}_R$ with Batchelor's dimensionless factor ξ for $V_t/V_* = 0.259$.

Fig. 14 Variation of ξ with V_t/V_* .

Fig. 12 A comparison of experimental data of Roco & Shook (1984) with a computed solution for a sand-water mixture flow through a horizontal pipe.

Fig. 13 A comparison of experimental data of Daniel (1965) with a computed solution for a sand-water mixture flow through a rectangular channel $2.46 \text{ cm} \times 10.10 \text{ cm}$ and 3.96 cm in equivalent diameter D_E .

変化することが推測される。

6. Batchelor の無次元数 ξ と実験条件との関係

Table 1 の計算式に基づく濃度分布の算定において、計算式の適合度を計る尺度として、実測値に対する計算値の相対誤差の平均値 $\bar{E}_R$ (以後、これを平均相対誤差とよぶ。)を用いることとし、Batchelor の無次元数 ξ ($\xi > 0$) の値を変化させて、濃度分布の計算を実施し、 ξ と平均相対誤差 $\bar{E}_R$ との関係を調べた。

Fig. 10 および Fig. 11 は、その計算結果の代表例である。これらの結果によると、計算式の適合度は ξ の値によって大きく左右され、Fig. 10 および Fig. 11 のそれぞれの計算例において、 $\xi = 0.6$, $\xi = 1.5$ のとき計算式は実測データを最もよく満足することがわかる。また、このときの濃度分布の計算値を実測値と比較して、Fig. 12 および Fig. 13 に示した。したがって、与えられた輸送条件に対する平均相対誤差の最小値を示す ξ 値と V_t/V_* との関係を求めると、Fig. 14 の結果が得られ、 ξ 値は Rijn²²⁾ が指摘しているように、 V_t/V_* の増加に伴って増大することが確認される。なお、図中の実線は、全プロット点に対し、最小 2 乗法に基づいて定められた ξ と V_t/V_* との関係を示し、式の形で表わすと次のようになる。

$$\xi = 1.26 - 3.44 (V_t/V_*) + 9.22 (V_t/V_*)^2 \quad \cdots \cdots (28)$$

また、同図中に、比較のために破線で与えた曲線は、Rijn²²⁾ が開水路における低濃度の浮遊砂の流送実験の結果²³⁾を解析して得た実験式

$$\xi = 1 + 2 (V_t/V_*)^2 \quad 0.1 < V_t/V_* < 1 \quad \cdots \cdots (29)$$

に基づく計算結果であり、 V_t/V_* 値が増すにつれて、本研究で得た(28)式による ξ の計算値との差が増大することがわかる。

なお、実験結果を 2 次式で近似して得られる(28)式において、 $V_t/V_* \rightarrow 0$ のとき、 ξ は 1.26 に近づくが、現在のところ、この外挿値から中立粒子 ($V_t = 0$) に対する ξ の物理的な意味を引き出す段階には至っていない。ただし、 $\xi < 1$ の ξ 値については、乱れ特性によって起こり得る結果として報告されている例¹⁵⁾も存在する。

7. む す び

本研究で提案した計算方法に基づいて管内濃度分布を算定し、濃度分布に及ぼすスラリーの輸送条件の影響について考察した結果、以下の結論を得た。

(1) Wasp の提案した濃度分布の均一度を表わすパラメータ q_w/q_o は、濃度が小さいとき、その算定誤差が大きい。

(2) 河川工学における基準点濃度 q_a の算定式である Einstein の式を、円管路内スラリー流動に適用して、その基準点濃度を q_a を計算すると、管径が小さく、濃度が大きい輸送条件のとき $q_a > 1$ となる。したがって、 $q_a < 0.1$ の範囲で検討された Einstein の式をスラリーの管路内の流れに適用するためには、その適用範囲に十分な注意を払うことが必要である。

(3) 本研究で新たに提案した均一度パラメータ q_o/q_a および $q_a/\bar{q}$ はスラリーの流動様式に関与したパラメータ V_t/V_* のみで表わし得ず、 q_o/q_a , $q_a/\bar{q}$ のいずれも濃度と V_t/V_* の関数で与えられる。

(4) 管径が小さくなるにつれて、濃度分布に及ぼすスラリーの平均速度の影響は増大する。

(5) Batchelor の無次元数 ξ は、 V_t/V_* の関数として与えられ、 V_t/V_* 値の増加に伴って 1 以上の値に増大する。

引 用 文 献

- 1) Vocado, J.J. and Charles, M.E.: Can. Min. Metal. Bull., Vol. 65, p. 113-122, (1972)
- 2) Wasp, E.J., Kenny, J.P. and Gandhi, R.I.: Solid-Liquid Flow, Slurry Pipeline Transportation, p. 93-98, (1977), Trans. Tech. Publications (Clauthal)
- 3) 佐藤 博・大塚一雄・崔玉順: 日本鉱業会誌, Vol. 104, p. 567-573, (1988)
- 4) 石原藤次郎・本間 仁: 応用水理学 中 1 応用水理学 (I), 第 7 版, p. 45-48, (1974), 丸善 (東京)
- 5) Roco, M.C. and Shook, C.A.: J. Pipelines, Vol. 4, p. 3-13, (1984)
- 6) 小川 元: 土木学会誌, Vol. 40, p. 455-458, (1955)
- 7) Newitt, D.M., Richardson, C.A. and Shook, C.A.: Proc. Symp. Interaction between Fluids and Particles, Inst. Chem. Engrs., p. 87-100, (1962)
- 8) Carstens, M.R.: J. Hydraul. Div. Am. Soc. civ. Engrs., Vol. 95, p. 275-286, (1969)
- 9) Okuda, K.: Proc. 7 th Int. Conf. on Hydraulic Transport of Solids in Pipes, p. 291-300, (1980)
- 10) Doron, P., Granica, D. and Barnea, D.: Int. J. Multi-phase Flow, Vol. 13, p. 535-547, (1987)
- 11) 岡山義邦: 港湾技術研究所講演会講演集, Vol. 64, p. 1-27, (1989)
- 12) 吉川英夫: 流砂の水理学, p. 130-153, (1985), 丸善 (東京)
- 13) 佐藤 博・大塚一雄・崔玉順: 資源と素材, Vol. 105, p. 457-463, (1989)
- 14) Daniel, S.M.: Flow of Suspensions in a Rectangular Channel, Ph. D. Thesis, University of Saskatchewan, (1965)
- 15) 前掲12), p. 86-95
- 16) Thomas, D.G.: A.I. Ch. E. Journal, Vol. 8, p. 373-378, (1962)
- 17) Stevens, G.S. and Charles, M.E.: Proc. 2 nd Int. Conf. on Hydraulic Transport of Solids in Pipes, p. E3-37-E3-62, (1972)
- 18) 鮎川恭三: 日本機械学会論文集 (第 2 部), Vol. 38, p. 2865-2872, (1972)
- 19) Nars-El-Din, H., Shook, C.A., and Colwell, J.: Proc. 10 th Int. Conf. on Hydraulic Transport of Solids in Pipes, p. 191-198, (1986)
- 20) Einstein, H.A.: USDA, Soil Conservation Service, Tech. Bull., No. 1026, p. 1-72, (1950)
- 21) 関根智明・高橋馨郎・若山邦紘: シミュレーション, p. 347 (1976), 日科技連 (東京)
- 22) Rijn, L.C.: (Bechteler, W. ed.) Transport of Suspended Solids in Open Channels, p. 49-68, (1986), A.A. Balkema Pub. (Rotterdam)
- 23) Coleman, N.L.: Water Resources Res., Vol. 6, p. 801-809, (1970)